2010 年 11 月 重庆师范大学学报(自然科学版) Nov. 2010
第 27 卷 第 6 期 Journal of Chongqing Normal University(Natural Science) Vol. 27 No. 6

DOI:10.3969/J.ISSN.1672-6693.2010.06.010

一类具功能性反应的 Prey-Predator 系统的周期解与稳定性*

徐天华

(四川民族学院 数学系,四川 康定 626001)

摘要:研究一类具 Holling Ⅱ功能性函数的含扩散与时滞 Prey-Predator 系统,利用上下解及比较原理,通过周期抛物系统 $\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial t} - A_i u_i(t,x) = u_i(t,x)[a_i(t,x) - b_i(t,x)u_i(tx,x)]$ $(i=1,2)$ 的周期解得到系统的上下解,证明了系统在对应的特征方程的主特征值 $\sigma_1(a_1) \geqslant 0, \sigma_1(a_2) > 0$ 时存在全局渐近稳定的平凡解 $(0,0)$,当 $\sigma_1(a_1) \geqslant 0$, $\sigma_1(a_2) < 0$ 时系统存在全局渐近稳定的半平凡解 $(0,\Theta_2(t,x))$,当 $\sigma_1(a_1) < 0, \sigma_1(a_2+1) \geqslant 0$ 时系统存在全局渐近稳定的半平凡解 $(\theta_1(t,x),0)$,并获得当 $\sigma_1(a_1) < 0, \sigma_1(a_2) < 0$ 时系统存在一对 T-周期拟解的充分条件,且对任意的非负初值函数这对周期拟解构成此系统的一个吸引子。

关键词:Holling Ⅱ型功能性;扩散;时滞;Prey-Predator 系统;上下解;周期解

中图分类号:O175.26 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-6693(2010)06-0043-05

Prey-Predator 模型是一类重要的生态模型,一直为学者们所关注,建立了大量的结果[1-12]。近年来,学者们考虑时滞和空间等因素对系统的影响,提出含时滞或扩散的 Prey-Predator 模型,并对其周期性等渐近行为进行讨论,如文献[9]利用 Mawhin 重合度理论中的延拓定理研究了具 Holling Ⅱ型功能性反应的捕食者-食饵系统的非平凡周期解的存在性;文献[10]对具 Holling Ⅲ类功能反应的捕食者-食饵扩散模型的稳定性进行了讨论,通过构造 Lyapunov 函数得到了模型正平衡点的局部渐近稳定和全局渐近稳定性的条件。但是,就笔者所知,具 Holling Ⅱ功能性反应项的含时滞和扩散的 Prey-Predator 模型的周期性问题的研究还没有。基于此,本文将研究一类具 Holling Ⅱ型功能性反应项的含扩散与时滞 Prey-Predator 系统的周期解,建立该系统零平衡态及半平凡周期解的全局渐近稳定的条件。

1 预备知识

本文研究如下一类具 Holling Ⅱ功能性函数的含扩散与时滞 Prey-Predator 系统

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial t} - A_1 u_1(t,x) = u_1(t,x)\left[a_1(t,x) - b_1(t,x)u_1(t,x) - \dfrac{u_2(t,x)}{c(t,x)+u_1(t,x)}\right] \\ \dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial t} - A_2 u_2(t,x) = u_2(t,x)\left[a_2(t,x) - b_2(t,x)u_2(t,x) + \dfrac{u_1(t-\tau,x)}{c(t,x)+u_1(t-\tau,x)}\right] \\ (t,x) \in [0,+\infty) \times \Omega \\ B_i[u_i](t,x) = 0, (t,x) \in [0,+\infty) \times \partial\Omega \end{cases} \tag{1}$$

$$u_i(t,x) = u_{i,0}(t,x), (t,x) \in (-\tau,0] \times \Omega, i = 1,2 \tag{2}$$

其中 Ω 是 $\mathbf{R}^N$ 中的有界区域,边界为 $\partial\Omega$,算子 A_i 定义为

$$A_i u_i(t,x) = \sum_{s,k=1}^{N} \alpha_{sk}^i(t,x) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_s \partial x_k} + \sum_{s=1}^{N} \beta_s^i(t,x) \frac{\partial u_i}{\partial x_s}$$

且是一致椭圆算子。$\alpha_{sk}^i, \beta_s^i, a_i(t,x), b_i(t,x), c(t,x)$ 是关于 t 的 T-周期函数,且在 $[0,+\infty) \times \overline{\Omega}$ 上 Hölder 连续,$b_i > 0, c > 0, B_i[u_i] = u_i$ 或 $\frac{\partial u_i}{\partial v} + \gamma_i(x)u_i$,其中 $\gamma_i(x) \in C^{1+\alpha}(\partial\Omega)$ 且 $\gamma_i(x) \geqslant 0, x \in \partial\Omega, u_{i,0}(t,x) \in ((-\tau,$

* 收稿日期:2010-03-17 修回日期:2010-07-06
资助项目:四川民族学院资助项目(No. 2009[8])
作者简介:徐天华,女,讲师,硕士,研究方向为偏泛函微分方程。

$0], C^0(\overline{\Omega}))$,且 $u_{i,0} \geqslant 0, (t,x) \in (-\tau, 0] \times \overline{\Omega}$。

本文将使用含时滞抛物型微分方程上、下解的概念[13] 和如下一些引理。

引理 1[13] 如果系统(1),(2)式存在有序上解$(\tilde{u}_1, \tilde{u}_2)$和下解$(\hat{u}_1, \hat{u}_2)$,即有光滑函数$(\tilde{u}_1, \tilde{u}_2)$,$(\hat{u}_1, \hat{u}_2)$,满足 $\tilde{u}_i \geqslant \hat{u}_i$ 且

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \tilde{u}_1(t,x)}{\partial t} - A_1 \tilde{u}_1(t,x) \geqslant \tilde{u}_1(t,x)\left[a_1(t,x) - b_1(t,x)\tilde{u}_1(t,x) - \dfrac{\hat{u}_2(t,x)}{c(t,x) + \tilde{u}_1(t,x)}\right] \\ \dfrac{\partial \tilde{u}_2(t,x)}{\partial t} - A_2 \tilde{u}_2(t,x) \geqslant \tilde{u}_2(t,x)\left[a_2(t,x) - b_2(t,x)\tilde{u}_2(t,x) + \dfrac{\tilde{u}_1(t-\tau,x)}{c(t,x) + \tilde{u}_1(t-\tau,x)}\right] \\ \dfrac{\partial \hat{u}_1(t,x)}{\partial t} - A_1 \hat{u}_1(t,x) \leqslant \hat{u}_1(t,x)\left[a_1(t,x) - b_1(t,x)\hat{u}_1(t,x) - \dfrac{\tilde{u}_2(t,x)}{c(t,x) + \hat{u}_1(t,x)}\right] \\ \dfrac{\partial \hat{u}_2(t,x)}{\partial t} - A_2 \hat{u}_2(t,x) \leqslant \hat{u}_2(t,x)\left[a_2(t,x) - b_2(t,x)\hat{u}_2(t,x) + \dfrac{\hat{u}_1(t-\tau,x)}{c(t,x) + \hat{u}_1(t-\tau,x)}\right] \\ (t,x) \in [0, +\infty) \times \Omega \\ B_i[\tilde{u}_i](t,x) \geqslant 0 \geqslant B_i[\hat{u}_i](t,x), (t,x) \in [0, +\infty) \times \partial\Omega \end{cases} \tag{3}$$

$$\tilde{u}_i(t,x) \geqslant u_{i,0}(t,x) \geqslant \hat{u}_i(t,x), (t,x) \in (-\tau, 0] \times \Omega, i = 1,2 \tag{4}$$

则系统(1),(2)式存在唯一解(u_1, u_2),且 $\tilde{u}_i \geqslant u_i \geqslant \hat{u}_i$,$[0, +\infty) \times \overline{\Omega}, i = 1,2$。

引理 2[14] 如果系统(1)式存在一对 T-周期上、下解,即有光滑函数$(\tilde{u}_1, \tilde{u}_2)$,$(\hat{u}_1, \hat{u}_2)$,$\tilde{u}_i \geqslant \hat{u}_i$ 满足(3)式及

$$\tilde{u}_i(t,x) \geqslant \tilde{u}_i(t+T,x), \hat{u}_i(t,x) \leqslant \hat{u}_i(t+T,x), (t,x) \in (-\tau, 0] \times \Omega, i = 1,2 \tag{5}$$

则系统(1),(2)式存在一对 T-周期拟解 $\overline{u}^*(t,x)$,$\underline{u}^*(t,x)$,$\overline{u}^*(t,x) \geqslant \underline{u}^*(t,x)$,$(t,x) \in [-\tau, +\infty)$,而且如果对任意初始函数 $u_{i,0}$ 及相应系统(1),(2)式的解 $u(t,x) = (u_1(t,x), u_2(t,x))$,存在 $t^* \geqslant 0$,当 $t \in [t^* - \tau, t^*]$ 时,有$(\hat{u}_1(t,x), \hat{u}_2(t,x)) < (u_1(t,x), u_2(t,x)) < (\tilde{u}_1(t,x), \tilde{u}_2(t,x))$,则当 $t \to +\infty$ 时有 $\underline{u}^*(t,x) \leqslant u(t,x) \leqslant \overline{u}^*(t,x)$,$x \in \overline{\Omega}$。如果 $\overline{u}^* = \underline{u}^* = u^*$,则 u^* 为系统(1),(2)式的唯一 T-周期解。

考虑如下微分系统

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(t,x)}{\partial t} - Au(t,x) = u(t,x)[a(t,x) - b(t,x)u(t,x)], (t,x) \in [0, +\infty) \times \Omega \\ B[u](t,x) = 0, (t,x) \in [0, +\infty) \times \partial\Omega \end{cases} \tag{6}$$

其中 $A, B, a(t,x), b(t,x)$ 的定义和要求同上面的 $A_i, B_i, a_i(t,x), b_i(t,x)$。对于系统(6)式的周期解的存在性和稳定性有如下引理。

引理 3[15] 特征值问题

$$\frac{\partial \phi(t,x)}{\partial t} - A\phi(t,x) - a(t,x)\phi(t,x) = \sigma(a)\phi(t,x), (t,x) \in [0, +\infty) \times \Omega$$

$$B[\phi](t,x) = 0, (t,x) \in [0, +\infty) \times \Omega$$

$$\phi(t,x) = \varphi(t+T,x), (t,x) \in [0, +\infty) \times \partial\Omega \tag{7}$$

有一个主特征值 $\sigma_1(a)$ 及对应的主特征函数 φ,且对任意非负初值函数有

i)若 $\sigma_1(a) \geqslant 0$,则系统(6)式的平凡解 0 是全局渐近稳定的;

ii)若 $\sigma_1(a) < 0$,且初值不恒为零,则系统(6)式存在唯一的全局渐近稳定的 T-周期正解 $\theta(t,x)$。

当 $A, B, a(t,x), b(t,x)$ 分别为 $A_i, B_i, a_i(t,x), b_i(t,x)$ 代替时,系统(7)式中的主特征值相应地记为 $\sigma_1(a_i)$。

2 主要结果及证明

考虑下列周期边界抛物型微分系统

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\theta_1(t,x)}{\partial t}-A_1\theta_1(t,x)=\theta_1(t,x)[a_1(t,x)-b_1(t,x)\theta_1(t,x)],(t,x)\in[0,+\infty)\times\Omega\\ \dfrac{\partial\theta_2(t,x)}{\partial t}-A_2\theta_2(t,x)=\theta_2(t,x)[a_2-b_2\theta_2(t,x)+\dfrac{\theta_1(t-\tau,x)}{c+\theta_1(t-\tau,x)}],(t,x)\in[0,+\infty)\times\Omega\\ B_i[\theta_i]=0,i=1,2\\ \theta_1(t,x)=\theta_1(t+T,x),\theta_i(0,x)\geqslant 0\end{cases}\tag{8}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\Theta_1(t,x)}{\partial t}-A_1\Theta_1(t,x)=\Theta_1(t,x)[a_1-b_1\Theta_1(t,x)-\dfrac{\theta_2(t,x)}{c(t,x)}],(t,x)\in[0,+\infty)\times\Omega\\ \dfrac{\partial\Theta_2(t,x)}{\partial t}-A_2\Theta_2(t,x)=\Theta_2(t,x)[a_2-b_2\Theta_2(t,x)],(t,x)\in[0,+\infty)\times\Omega\\ B_i[\Theta_i]=0,i=1,2\\ \Theta_i(t,x)=\Theta_i(t+T,x),\Theta_i(0,x)\geqslant 0\end{cases}\tag{9}$$

由文献[13]知，系统(8)，(9)式分别存在唯一的周期正解(θ_1,θ_2)，(Θ_1,Θ_2)。

定理 1　i) **若 $\sigma_1(a_1)\geqslant 0,\sigma_1(a_2)>0$，则对于任意非负初值($u_{1,0},u_{2,0}$)，系统(1)式的平凡解(0,0)是全局渐近稳定的；**

ii) **若 $\sigma_1(a_1)\geqslant 0,\sigma_1(a_2)<0$，则对于任意非负初值($u_{1,0},u_{2,0}$)，$u_{2,0}\neq 0$，系统(1)式的半平凡解($0,\Theta_2$)是全局渐近稳定的；**

iii) **若 $\sigma_1(a_1)<0,\sigma_1(a_2+1)\geqslant 0$，则对于任意非负初值($u_{1,0},u_{2,0}$)，$u_{1,0}\neq 0$，系统(1)式的半平凡解($\theta_1,0$)是全局渐近稳定的；**

iv) **若 $\sigma_1(a_1)<0,\sigma_1(a_2)<0$，则对于任意非负初值($u_{1,0},u_{2,0}$)，$u_{i,0}\neq 0$，系统(1)式存在一对 T-周期拟解($\bar\theta_1,\bar\theta_2$)，($\underline{\theta}_1,\underline{\theta}_2$)，$\Theta_i\leqslant\underline{\theta}_i\leqslant\bar\theta_i\leqslant\theta_i(i=1,2)$，且扇形算子 $<\underline{\theta},\bar\theta>$ 是系统(1)，(2)式的一个吸引子。**

证明　**考虑是如下抛物微分系统**

$$\begin{cases}\dfrac{\partial U_1(t,x)}{\partial t}-A_1U_1(t,x)=U_1(t,x)[a_1(t,x)-b_1(t,x)U_1(t,x)]\\ \dfrac{\partial U_2(t,x)}{\partial t}-A_2U_2(t,x)=U_2(t,x)[a_2(t,x)-b_2(t,x)U_2(t,x)+\dfrac{U_1(t-\tau,x)}{c(t,x)+U_1(t-\tau,x)}]\\ (t,x)\in[0,+\infty)\times\Omega\\ B_i[U_i](t,x)=0,(t,x)\in[0,+\infty)\times\partial\Omega\\ U_i(t,x)=u_{i,0}(t,x),(t,x)\in(-\tau,0]\times\Omega,i=1,2\end{cases}\tag{10}$$

显然，由抛物型微分系统上、下解方法[16]，易知系统(10)式存在唯一非负解(U_1,U_2)，从而(U_1,U_2)，(0,0)是系统(1)，(2)式的一对有序上、下解，故由引理 1 知系统(1)，(2)式存在唯一解(u_1,u_2)且满足

$$(0,0)\leqslant(u_1,u_2)\leqslant(U_1,U_2),(t,x)\in[0,+\infty)\times\bar\Omega\tag{11}$$

当 $\sigma_1(a_1)\geqslant 0$，**由引理 3 及(11)式知** $\lim\limits_{t\to\infty}\|u_1(t,\cdot)\|_{C(\bar\Omega)}\leqslant\lim\limits_{t\to\infty}\|U_1(t,\cdot)\|_{C(\bar\Omega)}=0$，**则对** $\forall\varepsilon>0,\exists T_\varepsilon>0$，**当**$(t,x)\in(T_\varepsilon,\infty)\times\Omega$ **时**

$$\frac{\partial U_2(t,x)}{\partial t}-A_2U_2(t,x)\leqslant U_2(t,x)[a_2(t,x)-b_2(t,x)U_2(t,x)+\varepsilon]$$

由 $\sigma_1(a_2)>0$ **知，当** ε **充分小时，有** $\sigma_1(a_2+\varepsilon)\geqslant 0$。**因此** $\lim\limits_{t\to\infty}\|u_2(t,\cdot)\|_{C(\bar\Omega)}\leqslant\lim\limits_{t\to\infty}\|U_2(t,\cdot)\|_{C(\bar\Omega)}=0$，**则结论 i)得证。**

当 $\sigma_1(a_1)\geqslant 0,\sigma_1(a_2)<0$ **时，由引理 3 及(11)式知对于任意非负初值**($u_{1,0},u_{2,0}$)，$u_{2,0}\neq 0$，**有** $\lim\limits_{t\to\infty}\|u_1(t,\cdot)\|_{C(\bar\Omega)}=0$，**从而对** $\forall\varepsilon>0,\exists T_\varepsilon>0$，**当**$(t,x)\in(T_\varepsilon,\infty)\times\Omega$ **时**

$$u_2(t,x)[a_2-b_2u_2(t,x)]\leqslant\frac{\partial u_2(t,x)}{\partial t}-A_2u_2(t,x)\leqslant u_2(t,x)[a_2-b_2u_2(t,x)+\varepsilon]$$

故当 $\sigma_1(a_2)<0$，**由引理 3 及(9)式有** $\lim\limits_{t\to\infty}\|u_2(t,\cdot)-\Theta_2\|_{C(\bar\Omega)}=0$，**即结论 ii)得证。**

当 $\sigma_1(a_1)<0$,$\sigma_1(a_2+1)\geqslant 0$ 时,因为 $0\leqslant\sigma_1(a_2+1)\leqslant\sigma_1(a_2+\frac{\theta_1(t-\tau,x)}{c+\theta_1(t-\tau,x)})\leqslant\sigma_1(a_2)$,由引理3及(8)式知对任意非负初值 $(u_{1,0},u_{2,0})$,$u_{1,0}\neq 0$ 有 $\lim\limits_{t\to\infty}\|u_1(t,\cdot)-\theta_1\|_{C(\bar{\Omega})}=0$,$\lim\limits_{t\to\infty}\|u_2(t,\cdot)\|_{C(\bar{\Omega})}=0$,即结论iii)得证。

当 $\sigma_1(a_1)<0$,$\sigma_1(a_2)<0$ 时,取 (θ_1,θ_2),(Θ_1,Θ_2) 分别作为系统(1)式的 T-周期上、下解。

令 T-周期函数 $(\bar{\theta}_1,\bar{\theta}_2)$,$(\underline{\theta}_1,\underline{\theta}_2)$,$\Theta_i\leqslant\underline{\theta}_i\leqslant\bar{\theta}_i\leqslant\theta_i(i=1,2)$ 满足

$$\frac{\partial\bar{\theta}_1}{\partial t}-A_1\bar{\theta}_1=\bar{\theta}_1[a_1-b_1\bar{\theta}_1-\frac{\underline{\theta}_2(t,x)}{c+\bar{\theta}_1(t,x)}],\ \frac{\partial\bar{\theta}_2}{\partial t}-A_2\bar{\theta}_2=\bar{\theta}_2[a_2-b_2\bar{\theta}_2+\frac{\bar{\theta}_1(t-\tau,x)}{c+\bar{\theta}_1(t-\tau,x)}],B_i[\bar{\theta}_i]=0,i=1,2 \quad (12)$$

$$\frac{\partial\underline{\theta}_1}{\partial t}-A_1\underline{\theta}_1=\underline{\theta}_1[a_1-b_1\underline{\theta}_1-\frac{\bar{\theta}_2(t,x)}{c+\underline{\theta}_1(t,x)}],\ \frac{\partial\underline{\theta}_2}{\partial t}-A_2\underline{\theta}_2=\underline{\theta}_2[a_2-b_2\underline{\theta}_2+\frac{\underline{\theta}_1(t-\tau,x)}{c+\underline{\theta}_1(t-\tau,x)}],B_i[\underline{\theta}_i]=0,i=1,2 \quad (13)$$

因此由引理2、(12)、(13)式有,对于任意非负初值 $(u_{1,0},u_{2,0})$,$u_{i,0}\neq 0$,系统(1),(2)式存在一对周期拟解 $(\bar{\theta}_1,\bar{\theta}_2)$,$(\underline{\theta}_1,\underline{\theta}_2)$,$\Theta_i\leqslant\underline{\theta}_i\leqslant\bar{\theta}_i\leqslant\theta_i(i=1,2)$。

又由引理3有 $\lim\limits_{t\to\infty}\|U_1-\theta_1\|_{C(\bar{\Omega})}=0$,从而对 $\forall\varepsilon>0$,$\exists T_1>0$,对任意 $(t,x)\in[T_1,\infty)\times\bar{\Omega}$,有 $U_1\leqslant\theta_1+\varepsilon$,由(11)式有 $u_1\leqslant\theta_1$,故 $\frac{\partial U_2}{\partial t}-A_2U_2\leqslant U_2[a_2-b_2U_2+\frac{\theta_1(t-\tau,x)+\varepsilon}{c+\theta_1(t-\tau,x)+\varepsilon}]$,由比较原理有 $\lim\limits_{t\to\infty}\|U_2-\theta_2\|_{C(\bar{\Omega})}=0$。又由(11)式得 $\exists T_2>T_1$,任意 $(t,x)\in[T_2,\infty)\times\bar{\Omega}$ 时,有 $u_2\leqslant\theta_2$。

另一方面,当 $(t,x)\in[T_2,\infty)\times\bar{\Omega}$,有

$$\frac{\partial u_1}{\partial t}-A_1u_1\geqslant u_1(a_1-b_1u_1-\frac{\theta_2(t,x)}{c+u_1(t,x)})\geqslant u_1(a_1-b_1u_1-\frac{\theta_2(t,x)}{c(t,x)}),\frac{\partial u_2}{\partial t}-A_2u_2\geqslant u_2(a_2-b_2u_2)$$

同理由比较原理及(9)式 $\exists T_3>T_2$,任意 $(t,x)\in[T_3,\infty)\times\bar{\Omega}$ 时,有 $u_1\geqslant\Theta_1$,$u_2\geqslant\Theta_2$。综上所述,即 $\exists T_3>0$,对任意 $(t,x)\in[T_3,\infty)\times\bar{\Omega}$,有 $\Theta_i\leqslant u_i\leqslant\theta_i(i=1,2)$,故由引理2,当 $t\to\infty$ 时有 $\underline{\theta}\leqslant u(t,x)\leqslant\bar{\theta}$ 成立,即扇形算子 $<\underline{\theta},\bar{\theta}>$ 是系统(1)式的一个吸引子,则结论iv)得证。 证毕

推论 若系统(1)式存在一对 T-周期上、下解,且 $\tilde{u}(0,x)=\hat{u}(0,x)$,则系统(1),(2)式存在唯一稳定周期解。

证明 若 $\tilde{u}(0,x)=\hat{u}(0,x)$,由文献[17]有 $\bar{\theta}(t,x)=\underline{\theta}(t,x)$,故系统(1),(2)式存在唯一稳定周期解。 证毕

参考文献:

[1] 陈兰荪,井竹君. 捕食者-食饵相互作用中微分方程的极限环存在性和唯一性[J]. 科学通报,1984,24(9):521-523.

[2] Chen J,Zhang H. The qualitative analysis of two species predator-prey model with Holling`s type III function response[J]. Appl Math Mech,1986,7(1):77-86.

[3] He X Z. Stability and delays in a predator-prey system [J]. J Math Anal Appl,1996:198:355-370.

[4] Li Y K. Periodic solution of a periodic delay predator-prey system [J]. Proc of Amer Math Soc,1999,127(5):1331-1335.

[5] 张发秦,樊永红. 具功能性反应的食饵-捕食者两种群模型的定性分析[J]. 兰州大学学报:自然科学版,2000,36(1):12-16.

[6] 范猛,王克. 具有偏差变元的捕食者-食饵系统全局周期解的存在性[J]. 应用数学学报,2000,23(4):557-561.

[7] 贾建文. 具III类功能反应的非自治捕食系统的持续性和周期解[J]. 生物数学学报,2001,1(16):59-62.

[8] 杜明银,雒志学,邢铁军. 具功能性反应函数的食饵-捕食系统的定性分析[J]. 重庆工学院学报:自然科学版,2007,21(9):18-22.

[9] 叶丹,范猛,张伟鹏. 一类具Holling II功能性反应的捕食者-食饵系统非平凡周期解的存在性[J]. 工程数学学报,2004,21(4):504-508.

[10] 郭凌,伏升茂. 具有Holling III类功能性反应的捕食者-食饵扩散模型的稳定性[J]. 兰州大学学报:自然科学版,2008,44(2):107-110.

[11] 路亚朋,张睿,户红艳. 一类被开发的食饵捕食系统[J]. 重庆工学院学报:自然科学版,2009,23(9):157-160.

[12] 邢铁军,雒志学,杜明银. 具循环效应的捕食者-食饵两种群模型的定性分析[J]. 重庆工学院学报:自然科学版,2007,21(9):23-25.

[13] Pao C V. Coupled nonlinear parabolic systems with time delays [J]. J Math Anal Appl,1995,196:237-265.

[14] Zhou Li, Fu Yi-ping. Existence and stability of periodic quasi-solution in nonlinear periodic systems with discrete delays[J]. J Math Anal Appl, 2000, 250: 139-161.

[15] Hess P. Periodic-Parabolic Boundary Value Problem and Positivity[M]. New York: Longman Scientific and Technical, 1991.

[16] 叶其孝,李正元. 反应扩散方程引论[M]. 北京 科学出版社,1990.

[17] 王长友,李树勇,杨治国. 一类含时滞的抛物型方程组周期解的存在唯一性[J]. 四川师范大学学报:自然科学版,2004,27(1):47-50.

Existence and Stability Periodic Solution for Prey-Predator System with Functional Response

XU Tian-hua

(Dept. of Mathematics, Sichuan University for Nationalities, Kangding Sichuan 626001, China)

Abstract: The existence and stability of periodic solution in Prey-Predator system with diffusion, time-delay and Holling type II are investigated by using the method of upper and lower solutions and comparison principle. It is shown that the globally asymptotically stale trivial solution $(0,0)$ when $\sigma_1(a_1)\geqslant 0, \sigma_1(a_2)>0$, the globally asymptotically stale semi-trivial periodic solutions $(0,\Theta_2(t,x))$, $(\theta_1(t,x),0)$ when $\sigma_1(a_1)\geqslant 0, \sigma_1(a_2)<0$ and $\sigma_1(a_1)<0, \sigma_1(a_2+1)\geqslant 0$ of the system by construction of a pair of upper and lower solution of parabolic periodic system $\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial t}-A_iu_i(t,x)=u_i(t,x)[a_i(t,x)-b_i(t,x)u_i(tx,x)]\ (i=1,2)$. It was obtained that the system have a pair of T-periodic quasi-solutions and the sector between the quasi-solutions is an attractor of the system with respect to every nonnegative initial function.

Key words: Holling type Ⅱ; diffusion; time delay; Prey-Predator system; upper and lower solutions; periodic solution

(责任编辑 黄 颖)