DOI:CNKI:50-1165/N. 20120115. 1809. 012

行反正交矩阵的中心对称性*

贾书伟, 何承源
(西华大学 数学与计算机学院, 成都 610039)

摘要:给出行反正交矩阵的概念,并着重研究它的中心对称性,得出了以下主要结果:行反正交矩阵是行列对称矩阵;行反正交矩阵是中心对称矩阵;行反正交矩阵的转置矩阵以及它的行转置和列转置矩阵都是中心对称矩阵;行反正交矩阵的行转置矩阵的逆矩阵等于它的逆矩阵的行转置,行反正交矩阵的列转置矩阵的逆矩阵等于它的逆矩阵的列转置;行反正交矩阵的行转置矩阵的转置等于它的转置矩阵的行转置,行反正交矩阵的列转置矩阵的转置等于它的转置矩阵的列转置。

关键词:矩阵;行反正交矩阵;行列对称矩阵;中心对称矩阵
中图分类号:O151.21 文献标志码:A 文章编号:1672-6693(2012)01-0067-04

正交矩阵作为一种特殊的矩阵,在整个矩阵理论体系中具有十分重要的作用,它的广泛应用推动了特殊类矩阵理论的深入研究。文献[1]讨论了正交矩阵的性质,文献[2]给出了次正交矩阵的概念,并研究了次正交矩阵的性质,文献[3]将次正交矩阵的概念加以推广,给出了亚次正交矩阵的概念,文献[4]和[5]给出了广义次对称(反次对称)矩阵和广义次正交矩阵的概念,并讨论了它们的性质及它们之间的关系,文献[6]研究了 k-拟次正交矩阵的性质,文献[7]给出了右转置矩阵、左转置矩阵和全转置矩阵与正交矩阵的充分必要条件及一些相关结果。近年来,一些矩阵论工作者对矩阵引入了行转置矩阵概念[8],并研究它的一些性质[9-10],进而又有矩阵论工作者讨论了矩阵的行正定性[11]和行正交性[12-13]问题,但很少有矩阵论工作者讨论行反正交性问题。因此,在此基础上,本文引入行反正交矩阵的概念,并着重讨论它的中心对称性,得到了一些新的结果。为方便讨论,规定 A^{-1}、A^{*}、A^{T}、$|A|$ 分别为矩阵 A 的逆矩阵,伴随矩阵,转置矩阵和行列式,$\mathbf{R}$ 表示实数域集合,$\mathbf{R}^{m\times n}$ 表示 $m\times n$ 实矩阵,N_{+} 表示正整数集合,E 表示 n 阶单位矩阵,$J_n=J$ 表示次对角线上元素全为 1,其余元素全为 0 的 n 阶方阵。

1 定义和引理

定义 1[8] 设 $A=(a_{ij})\in\mathrm{R}^{m\times n}$,则矩阵 A 的行转置矩阵与列转置矩阵,并记为 A^{R} 与 A^{C}

即
$$A^{\mathrm{R}}=\begin{bmatrix} a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \\ a_{m-1,1} & a_{m-1,2} & \cdots & a_{m-1,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \end{bmatrix},A^{C}=\begin{bmatrix} a_{1n} & a_{1,n-1} & \cdots & a_{11} \\ a_{2n} & a_{2,n-1} & \cdots & a_{21} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m-1,n} & a_{m-1,n-1} & \cdots & a_{m-1,1} \\ a_{mn} & a_{m,n-1} & \cdots & a_{m1} \end{bmatrix}$$

特别地,若 $A^{\mathrm{R}}=A(A^{C}=A)$,则 A 称为行(列)对称矩阵;若 $A^{\mathrm{R}}=-A(A^{C}=-A)$,则 A 称为行(列)反对称矩阵;若 $A^{\mathrm{R}}=A^{C}$,则 A 称为行列对称矩阵。

由定义不难得到:$J^{-1}=J^{\mathrm{T}}=J,J^{\mathrm{R}}=J^{C}=$

* 收稿日期:2011-08-11 网络出版时间:2012-01-15 18:09:00
资助项目:西华大学校级重点项目(No. ZXD0910-09-1)
作者简介:贾书伟,男,助教,硕士,研究方向为矩阵理论;通讯作者:何承源,E-mail:chengyuanhe@163.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20120115.1809.201201.67_012.html

$J^2=E$。

引理1[9] **设**$A,B\in\mathrm{R}^{m\times n}$**,则有下列结论:1)**$A^{\mathrm{R}}=J_mA,A^C=AJ_n$;**2)** $(A^{\mathrm{R}})^{\mathrm{R}}=A$,$(A^C)^C=A$;3)$(kA)^{\mathrm{R}}=kA^{\mathrm{R}}$,$(kA)^C=kA^C(k\in\mathrm{R})$;4)$(A^{\mathrm{R}})^{\mathrm{T}}=(A^{\mathrm{T}})^C$,$(A^C)^{\mathrm{T}}=(A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{R}}$;5)$(A\pm B)^{\mathrm{R}}=A^{\mathrm{R}}\pm B^{\mathrm{R}}$,$(A\pm B)^C=A^C\pm B^C$;6)**设**$B\in\mathrm{R}^{n\times k}$,**则**$(AB)^{\mathrm{R}}=A^{\mathrm{R}}B$,$(AB)^C=AB^C$。

定义2[13] **设**$A\in\mathrm{R}^{n\times n}$,**若**$A^{\mathrm{R}}A=AA^{\mathrm{R}}=kJ$(**其中**$0\neq k\in\mathrm{R}$),**则称**$A$**为**$k$-**行正交矩阵。**

特别地,当$k=1$,**则**A**称为行正交矩阵;当**$k=-1$**时,有**$A^{\mathrm{R}}A=AA^{\mathrm{R}}=-J$,**则称**$A$**为行反正交矩阵。**

引理2[12] **设**$A\in\mathrm{R}^{n\times n}$,**且**$A$**可逆,则**$(A^{-1})^{\mathrm{R}}=(A^C)^{-1}$,$(A^{-1})^C=(A^{\mathrm{R}})^{-1}$。

引理3[13] **如果**$A\in\mathrm{R}^{n\times n}$**为**$k$-**行正交矩阵**$(0\neq k\in\mathrm{R})$,**那么**$A$、$A^{\mathrm{R}}$、$A^C$**都是可逆矩阵。**

引理4[14] $A=(a_{ij})\in\mathrm{R}^{n\times n}$,**且**$A$**为可逆矩阵,则**$A^*=|A|A^{-1}$。

定义3[15] **如果**n**阶矩阵**$A=(a_{ij})\in\mathrm{R}^{n\times n}$,**满足**$a_{ij}=a_{n-i+1,n-j+1}(i,j=1,2,\cdots,n)$,**则称**$A$**为中心对称矩阵。**

2 主要结果

定理1 **如果**$A\in\mathrm{R}^{n\times n}$**为行反正交矩阵,则有以下结论:1)**$A,A^{\mathrm{R}},A^C$**都是可逆矩阵;2)**$A$**是行列对称矩阵;3)**$(A^{\mathrm{R}})^{\mathrm{T}}=(A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{R}}$,$(A^C)^{\mathrm{T}}=(A^{\mathrm{T}})^C$;4)$(A^{\mathrm{R}})^{-1}=(A^{-1})^{\mathrm{R}}$,$(A^C)^{-1}=(A^{-1})^C$。

证明 1)**由引理3,当**$k=-1$**时,**A、A^{R}、A^C**都是可逆矩阵;**2)**因**A**是行反正交矩阵,从而**$A^{\mathrm{R}}A=AA^{\mathrm{R}}=-J$,**结合引理1得**$JAA=AJA=-J$,**又因**$A$**为可逆矩阵,等式两端右乘**$A^{-1}$**得**$JA=AJ$,**即**$A^{\mathrm{R}}=A^C$,**由定义1知,**$A$**是行列对称矩阵;3)由2)知**$A^{\mathrm{R}}=A^C$,**再由引理1得**$(A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{R}}=(A^C)^{\mathrm{T}}=(A^{\mathrm{R}})^{\mathrm{T}}$,**所以**$(A^{\mathrm{R}})^{\mathrm{T}}=(A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{R}}$,**类似地,可以证明**$(A^C)^{\mathrm{T}}=(A^{\mathrm{T}})^C$;4)**由**2)**和引理2可知**$(A^{-1})^{\mathrm{R}}=(A^C)^{-1}=(A^{\mathrm{R}})^{-1}$,**即**$(A^{\mathrm{R}})^{-1}=(A^{-1})^{\mathrm{R}}$,**类似的方法可以证明**$(A^C)^{-1}=(A^{-1})^C$。**证毕**

定理2 **若**$A=(a_{ij})\in\mathrm{R}^{n\times n}$**是行反正交矩阵,则**$A$**是中心对称矩阵。**

证明 **因为**$A=(a_{ij})\in\mathrm{R}^{n\times n}$**是行反正交矩阵,所以有**$A^{\mathrm{R}}A=AA^{\mathrm{R}}=-J$,**结合定义1得**

$$AA^{\mathrm{R}}=\begin{bmatrix}\sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{1i}a_{n-j+1,1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{1i}a_{n-j+1,2} & \cdots & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{1i}a_{n-j+1,n-1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{1i}a_{n-j+1,n}\\ \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{2i}a_{n-j+1,1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{2i}a_{n-j+1,2} & \cdots & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{2i}a_{n-j+1,n-1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{2i}a_{n-j+1,n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{n-1,i}a_{n-j+1,1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{n-1,i}a_{n-j+1,2} & \cdots & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{n-1,i}a_{n-j+1,n-1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{n-1,i}a_{n-j+1,n}\\ \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{ni}a_{n-j+1,1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{ni}a_{n-j+1,2} & \cdots & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{ni}a_{n-j+1,n-1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{ni}a_{n-j+1,n}\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix} \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{ni}a_{j1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{ni}a_{j1} & \cdots & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{ni}a_{j,n-1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{ni}a_{jn} \\ \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{n-1,i}a_{j1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{n-1,i}a_{j2} & \cdots & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{n-1,i}a_{j,n-1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{n-1,i}a_{jn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{2i}a_{j1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{2i}a_{j2} & \cdots & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{2i}a_{j,n-1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{2i}a_{jn} \\ \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{1i}a_{j1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{1i}a_{j2} & \cdots & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{1i}a_{j,n-1} & \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{1i}a_{jn} \end{bmatrix} = A^{\mathrm{R}}A = -J$$

在上式中，对应元素相等，并且次对角线上的每个元素都等于 1，从而有

$$\begin{cases} a_{ni}a_{n-j+1,1} = a_{ni}a_{jn} \Rightarrow a_{n-j+1,1} = a_{jn} \\ a_{n-1,i}a_{n-j+1,2} = a_{n-1,i}a_{j,n-1} \Rightarrow a_{n-j+1,2} = a_{j,n-1} \\ \cdots \\ a_{2i}a_{n-j+1,n-1} = a_{2i}a_{j2} \Rightarrow a_{n-j+1,n-1} = a_{j2} \\ a_{1i}a_{n-j+1,n} = a_{1i}a_{j1} \Rightarrow a_{n-j+1,n} = a_{j1} \end{cases}$$

所以有 $a_{ji} = a_{n-j+1,n-i+1}(i,j = 1,2,\cdots,n)$。即有 $a_{ij} = a_{n-i+1,n-j+1}(i,j = 1,2,\cdots,n)$。根据定义 3 可知 A 是中心对称矩阵。　　证毕

推论　如果 $A_i \in \mathrm{R}^{n\times n}$ 是行反正交矩阵（$i = 1,2,\cdots,n$），则 $\sum\limits_{i=1}^{n} A_i$ 是中心对称矩阵。

定理 3　若 $A = (a_{ij}) \in \mathrm{R}^{n\times n}$ 是行反正交矩阵，则

1）$A^{\mathrm{R}},A^{C},A^{\mathrm{T}}$ 都是中心对称矩阵；

2）$A^{-1},(A^{C})^{-1},(A^{R})^{-1}$ 也都是中心对称矩阵。

证明　因 A 是 n 阶行反正交矩阵，则有 $A^{\mathrm{R}}A = AA^{\mathrm{R}} = -J$，结合引理 1 来证明以上结论。

1）$(A^{\mathrm{R}})^{\mathrm{R}}A^{\mathrm{R}} = AA^{\mathrm{R}} = -J$，$A^{\mathrm{R}}(A^{\mathrm{R}})^{\mathrm{R}} = A^{\mathrm{R}}A = -J$，从而 $(A^{\mathrm{R}})^{\mathrm{R}}A^{\mathrm{R}} = A^{\mathrm{R}}(A^{\mathrm{R}})^{\mathrm{R}} = -J$，所以 A^{R} 仍为行反正交矩阵；同样的方法可以证明 A^{C} 也是行反正交矩阵；由引理 1 和定理 1 的 2）可得

$$(A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{R}}A^{\mathrm{T}} = (A^{C})^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}} = (AA^{C})^{\mathrm{T}} = (AA^{\mathrm{R}})^{\mathrm{T}} = -J,$$
$$A^{\mathrm{T}}(A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{R}} = A^{\mathrm{T}}(A^{C})^{\mathrm{T}} = (A^{C}A)^{\mathrm{T}} = (A^{\mathrm{R}}A)^{\mathrm{T}} = -J$$

所以 $(A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{R}}A^{\mathrm{T}} = A^{\mathrm{T}}(A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{R}} = -J$，即 A^{T} 也是行反正交矩阵；所以 $A^{\mathrm{R}},A^{C},A^{\mathrm{T}}$ 都是行反正交矩阵，从而也都是中心对称矩阵。

2）由定理 1 的 4）可知 $(A^{-1})^{\mathrm{R}} = (A^{\mathrm{R}})^{-1}$，所以 $(A^{-1})^{\mathrm{R}}A^{-1} = (A^{\mathrm{R}})^{-1}A^{-1} = (AA^{\mathrm{R}})^{-1} = -J$，$A^{-1}(A^{-1})^{\mathrm{R}} = A^{-1}(A^{\mathrm{R}})^{-1} = (A^{\mathrm{R}}A)^{-1} = -J$。所以 $(A^{-1})^{\mathrm{R}}A^{-1} = A^{-1}(A^{-1})^{\mathrm{R}} = -J$，即 A^{-1} 是行反正交矩阵。

$$[(A^{\mathrm{R}})^{-1}]^{\mathrm{R}}(A^{\mathrm{R}})^{-1} = [(A^{-1})^{\mathrm{R}}]^{\mathrm{R}}(A^{-1})^{\mathrm{R}} = (A^{-1})(A^{-1})^{\mathrm{R}} = -J$$
$$(A^{\mathrm{R}})^{-1}[(A^{\mathrm{R}})^{-1}]^{\mathrm{R}} = (A^{-1})^{\mathrm{R}}[(A^{-1})^{\mathrm{R}}]^{\mathrm{R}} = (A^{-1})^{\mathrm{R}}(A^{-1}) = -J。$$

所以 $[(A^{\mathrm{R}})^{-1}]^{\mathrm{R}}(A^{\mathrm{R}})^{-1} = (A^{\mathrm{R}})^{-1}[(A^{\mathrm{R}})^{-1}]^{\mathrm{R}} = -J$，即 $(A^{\mathrm{R}})^{-1}$ 是行反正交矩阵。同理，$(A^{C})^{-1}$ 也是行反正交矩阵。从而 $A^{-1},(A^{C})^{-1},(A^{\mathrm{R}})^{-1}$ 也都是中心对称矩阵。　　证毕

定理 4　若 $A = (a_{ij}) \in \mathrm{R}^{n\times n}$ 是行反正交矩阵，则 A^{*} 是行反正交矩阵。

证明　因 A 是行反正交矩阵，所以 $A^{\mathrm{R}}A = AA^{\mathrm{R}} = -J$，从而 $JAA = -J$，故 $A^{-1} = -A$。结合引理 1 和引理 4 可知 $A^{*} = |A|A^{-1} = -|A|A$，所以

$$(A^{*})^{\mathrm{R}}A^{*} = (-|A|A)^{\mathrm{R}}(-|A|A) = |A|^{2}A^{\mathrm{R}}A = -J,$$
$$A^{*}(A^{*})^{\mathrm{R}} = (-|A|A)(-|A|A)^{\mathrm{R}} = |A|^{2}AA^{\mathrm{R}} = -J$$

故 $(A^{*})^{\mathrm{R}}A^{*} = A^{*}(A^{*})^{\mathrm{R}} = -J$，即 A^{*} 是行反正交矩阵，从而是中心对称矩阵。　　证毕

定理 5　如果 $A_i \in \mathrm{R}^{n\times n}$ 是行反正交矩阵，且 A_i 两两可交换（$i = 1,2,\cdots,n$），则 $A_1A_2A_3\cdots A_n$，$(A_1A_2\cdots A_n)^{\mathrm{R}}$，$(A_1A_2\cdots A_n)^{C}$ 都是中心对称矩阵。

证明　因 $A_i \in \mathrm{R}^{n\times n}$ 为 n 阶行反正交矩阵，且 A_i 两两可交换，所以

$$(A_1A_2A_3\cdots A_m)^{\mathrm{R}}(A_1A_2A_3\cdots A_m) = A_1^{\mathrm{R}}A_2A_3\cdots A_mA_1A_2A_3\cdots A_m = A_1^{\mathrm{R}}A_2A_3\cdots A_1A_mA_2A_3\cdots A_m = \cdots = (A_1^{R}A_1)(A_2A_2)(A_3A_3)\cdots(A_mA_m) = -(JA_2A_2)(A_3A_3)\cdots(A_mA_m) = -(A_2^{\mathrm{R}}A_2)(A_3A_3)\cdots(A_mA_m) = (-1)^{2}(A_3^{\mathrm{R}}A_3)\cdots(A_mA_m) = \cdots =$$

$$(-1)^{m-1}(A_m^R A_m) = (-1)^m J$$

$$(A_1A_2\cdots A_m)(A_1A_2\cdots A_m)^{\mathrm{R}} = A_1A_2\cdots A_mA_1^{\mathrm{R}}A_2\cdots A_m = \cdots = (A_1A_1^{\mathrm{R}})(A_2A_2)\cdots(A_mA_m) = -(JA_2A_2)\cdots(A_mA_m) = -(A_2^{\mathrm{R}}A_2)\cdots(A_mA_m) = \cdots = (-1)^{m-1}(A_m^{\mathrm{R}}A_m) = (-1)^m J$$

当 m 为奇数时，$(A_1A_2\cdots A_m)^{\mathrm{R}}(A_1A_2\cdots A_m) = (A_1A_2\cdots A_m)(A_1A_2\cdots A_m)^{\mathrm{R}} = (-1)^m J = -J$，所以，$A_1A_2\cdots A_m$ 是行反正交矩阵；同理，$(A_1A_2...A_m)^{\mathrm{R}}$，$(A_1A_2\cdots A_m)^C$ 也都是行反正交矩阵，从而 $A_1A_2A_3\cdots A_n$，$(A_1A_2\cdots A_n)^{\mathrm{R}}$，$(A_1A_2\cdots A_n)^C$ 都是中心对称矩阵；当 m 为偶数时，$(A_1A_2\cdots A_m)^{\mathrm{R}}(A_1A_2\cdots A_m) = (A_1A_2\cdots A_m)(A_1A_2\cdots A_m)^{\mathrm{R}} = (-1)^m J = J$。所以，$A_1A_2\cdots A_m$ 是行正交矩阵；同理，$(A_1A_2\cdots A_m)^{\mathrm{R}}$，$(A_1A_2\cdots A_m)^C$ 也都是行正交矩阵。

根据定理2的证明方法，可类似地证明行正交矩阵也是中心对称矩阵，从而，$A_1A_2A_3\cdots A_n$，$(A_1A_2\cdots A_n)^{\mathrm{R}}$，$(A_1A_2\cdots A_n)^C$ 都是中心对称矩阵；所以，当 $A_i \in \mathrm{R}^{n\times n}$ 是行反正交矩阵，且 A_i 两两可交换时，$A_1A_2A_3\cdots A_n$，$(A_1A_2\cdots A_n)^{\mathrm{R}}$，$(A_1A_2\cdots A_n)^C$ 都是中心对称矩阵。 证毕

定理6 A^m 是中心对称矩阵（$m \in \mathrm{N}_+$）。

证明 由定理5的结论很容易得到。 证毕

3 结束语

本文着重研究了行反正交矩阵的中心对称性，得到行反正交矩阵的一些新的性质，它们是文献[9-10]和文献[12-13]中相关性质的概括、改进和推广，这对矩阵的理论研究有重要意义。

参考文献：

[1] 刘志明. 关于正交矩阵性质的讨论[J]. 重庆师范学院学报：自然科学版，2000，17（增刊）：162-164.

[2] 刘丽萍. 次正交矩阵及其性质[J]. 山西财经大学学报，2000，22（增刊）：205.

[3] 陈琳. 亚次正交矩阵及性质[J]. 周口师范学院学报，2004，21(5)：28-30.

[4] 郭伟. 广义次对称矩阵及广义次正交矩阵[J]. 西南师范大学学报：自然科学版，2000，25(1)：18-22.

[5] 戴立辉，王泽文，刘龙章. 正交矩阵的若干性质[J]. 华东地质学院学报，2002，25(13)：267-267.

[6] 刘玉，蔡乌芳. K-次正交矩阵及其性质[J]. 南通大学学报：自然科学版，2009，8(1)：72-75.

[7] 许永平，石小平. 正交矩阵的充要条件与 O 正交矩阵的性质[J]. 南京林业大学学报：自然科学版，2005，29(2)：54-56.

[8] 袁晖坪. 行（列）对称矩阵的 Schur 分解和正规阵分解[J]. 山东大学学报：理科版，2007，42(10)：123-126.

[9] 贾书伟，何承源. 行（列）转置矩阵的性质[J]. 内江师范学院学报：自然科学版，2011，26(2)：14-16.

[10] 何承源，涂淑恒. 实矩阵的行正定性[J]. 西华大学学报：自然科学版，2010，29(5)：49-50.

[11] 贾书伟，何承源. 行正交矩阵的一些性质[J]. 西南民族大学学报：自然科学版，2011，37(1)：71-74.

[12] 贾书伟. K-行正交矩阵的几点性质[J]. 河南城建学院学报：自然科学版，2011，20(1)：66-67.

[13] 钱吉林. 高等代数题解精粹[M]. 北京：中央民族大学出版社，2005：132.

[14] 黄敬频. 中心对称矩阵的 Drazin 逆[J]. 重庆师范学院学报：自然科学版，1999，16(1)：64-68.

Centrosymmetry of the Contrary Orthogonal Matrix

JIA Shu-wei, *HE Cheng-yuan*

(School of Mathematics and Computer Engineering, Xihua University, Chengdu 610039, China)

Abstract: This paper gives the concept of the contrary orthogonal matrix and studies its centrosymmetry, and obtains the following main results: the contrary orthogonal matrix is row column symmetric matrix and centrosymmetric matrix; cross the row anyway, the matrix transpose matrix and its transpose rows and columns transposed matrix is centrosymmetric matrix; cross the row anyway, rows of the matrix transpose inverse of a matrix of rows equal to its inverse transpose, the transpose column inverse of a matrix is equal to its inverse columns of the matrix transpose; its row transpose matrix transpose is equal to its transpose rows of the matrix transpose, its columns of transpose matrix is equal to its transpose matrix of columns.

Key words: matrix; contrary orthogonal matrix; row column symmetric matrix; centrosymmetric matrix

（责任编辑　游中胜）