DOI:CNKI:50-1165/N. 20120704. 1115. 011

r-块置换因子循环矩阵及其逆矩阵的求法*

胡　艳[1]，秦克云[1]，孙继忠[2]

(1. 西南交通大学 数学学院，成都 610031；2. 中兴通讯股份有限公司，西安 710065)

摘要:给出了 r-块置换因子循环矩阵的定义,借助于 Kronecker 积讨论了 r-块置换因子循环矩阵的基本性质,并证明了 r-块置换因子循环矩阵具有可交换性,即 $AB=BA$。然后在 r-块置换因子循环矩阵对角化的基础上给出了其行列式的计算方法以及非奇异矩阵的充要条件。最后,给出了非奇异的 r-块置换因子循环矩阵的逆矩阵求法。

关键词:r-块置换因子循环矩阵;非奇异性;对角化;逆矩阵;块

中图分类号:O241　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2012)04-0063-05

1 基本概念

循环矩阵是一类很重要的特殊矩阵,在实际中有着广泛的应用,如在理论物理、固态物理、数字图像处理、自回归滤波器设计、计算机时序分析以及石油勘探等许多大型计算中经常要遇到这类矩阵,因而近年来对这类矩阵的特性及相关算法的研究,引起人们的普遍重视。在文献[1-4]中,给出了块置换因子循环矩阵的概念及简单性质,并推导了非奇异块置换因子循环矩阵的逆矩阵;在文献[5-7]中,给出了(n_1,n_2)型二重(r_1,r_2)-循环矩阵求逆及有关算法的计算。在文献[9]中给出了 r-置换因子循环线性系统求解的快速算法。本文中给出了 r-块置换因子循环矩阵的概念,并得到了它的相关性质,以及给出 r-块置换因子循环矩阵对角化以及非奇异 r-块置换因子循环矩阵的逆矩阵的求法。

本文约定 M_n 表示复数域上所有 n 阶方阵组成的集合,M_{mn} 为复数域上所有 $mn\times mn$ 矩阵所组成的集合,I_n 为 $n\times n$ 单位矩阵,I_{nm} 为 $mn\times mn$ 单位矩阵,对任意的 $A\in M_{mn}$,规定 $A^0=I_{mn}$。为了下面讨论的方便,引入若干记号。

1)$\pi_n=percirp_r^n(0,1,\cdots,0)$,$\pi_m=percirp_r^m(0,1,0,\cdots,0)$;

2)$\omega_i=\theta\omega_n^i(i=0,1,\cdots,n-1)$表示方程 $x^n=r(r\neq0)$的 n 个互不相等的根,$\mu_j=\varepsilon\omega_m^j(j=0,1,2,\cdots,m-1)$表示方程 $x^m=r$ 的 m 个互不相等的根,其中 ω_n 是 n 次本原单位根,ω_m 是 m 次本原单位根。

3)$F_{i,j}=F_i^{(1)}\otimes F_j^{(2)}=\sum\limits_{k=0}^{n-1}\omega_i^k\pi_n^k\otimes\sum\limits_{l=0}^{m-1}\mu_j^l\pi_m^l$,$F_{i,j}=\sum\limits_{k=0}^{n-1}\sum\limits_{l=0}^{m-1}\omega_i^k\mu_j^l(\pi_n^k\otimes\pi_m^l)$,其中 $F_i^{(1)}=percirp_r^n(\omega_i^0,\omega_i^1,\cdots,\omega_i^{n-1})$,$F_j^{(2)}=percirp_r^m(\mu_j^0,\mu_j^1,\cdots,\mu_j^{m-1})(r\neq0)$。

定义 1[3]　称一个 n 阶置换矩阵 P 为基本置换因子循环矩阵当且仅当 $P^n=I_n$,这里 n 是满足该式的最小正整数。

定义 2　设 P_r 为满足 $P_r=\begin{pmatrix}1&0&\cdots&0\\0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&r\end{pmatrix}P$ 的 n 阶 r-基本置换因子循环矩阵,对于 M_{mn} 中的矩阵

* **收稿日期**:2011-10-30　**网络出版时间**:2012-07-04 11:15:00

资助项目:国家自然科学基金(No. 61175055)

作者简介:胡艳,女,硕士研究生,研究方向为智能信息处理;**通讯作者**:秦克云,E-mail:keyunqin@263.com

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20120704.1115.201204.63_011.html

K_r,如果满足 $K_r=P_r\otimes I_m$,则称 mn 阶矩阵 K_r 为 r-基本块置换因子循环矩阵。这里$\otimes$为矩阵的 Kronecker 积(下同)。则 K_r 有以下性质。

1)K_r 是一个 mn 阶置换矩阵;

2)$K_r^n=(P_r\otimes I_m)^n=P_r^n\otimes I_m^n=rI_n\otimes I_m=rI_{mn}$;

3)K_r 的特征多项式是 $x^nI_m-r^nI_m^n$。

定义3 设 K_r 是一个基本块置换因子循环矩阵,对于 M_{mn} 中的矩阵 A,如果满足 $A=h(K_r)=A_0K_r^0+A_1K_r+\cdots+A_{n-1}K_r^{n-1}$,则称 A 为 r-块置换因子循环矩阵。其中 A_i 是 r-置换因子循环矩阵,$A_i\in M_m(i=0,1,\cdots,n-1)$是块置换因子循环矩阵 A 的第一行块元素$(A_{i_0},A_{i_1},\cdots,A_{i_{n-1}})$对应于 K_r 中的转换矩阵 P_r(去除 r 因子后)的一个重排,称 $h(x)=\sum\limits_{i=0}^{n-1}A_ix^i$ 为矩阵 A 的形式伴随多项式(下同)。

当 $r=1$ 时就是文献[1],即本文就是文献[1]的推广;当 $r=1,n=1$ 时就是一般的置换因子循环矩阵;当 $m=1$(或 $n=1$)时为 r-置换因子循环矩阵。

本文用 BPC_rM_{mn} 表示 M_{mn} 中的所有 r-块置换因子循环矩阵组成的集合,并把第一行元素为$(A_{i_0},A_{i_1},\cdots,A_{i_{n-1}})$的 r-块置换因子循环矩阵记为 $A=Bpercircp_r(A_{i_0},A_{i_1},\cdots,A_{i_{n-1}})$。

引理1[8] 直积的性质:

1)设 $A,B,C,D\in M_n$,$\otimes$为矩阵的 Kronecker 积,则 $A\otimes(B+C)=A\otimes B+A\otimes C$,$(A\otimes B)(C\otimes D)=AC\otimes BD$;

2)若 A,B 可逆,则 $A\otimes B$ 可逆,且$(A\otimes B)^{-1}=A^{-1}\otimes B^{-1}$;

3)令 $\Phi(x;y)=\sum\limits_{j,k=0}^{n-1}a_{j,k}x^jy^k$($x,y$ 的多项式),$\Phi(A;B)=\sum\limits_{j,k=0}^{n-1}a_{j,k}A^j\otimes B^k$($mn\times mn$ 矩阵),则 $\Phi(A;B)$ 的特征值为 $\Phi(\lambda_r,\mu_s)$,此处 $\lambda_r,\mu_s(r=0,1,\cdots,n-1;s=0,1,\cdots,m-1)$分别为 A,B 的特征值。

引理2[8] 设多项式为 $\Phi(x;y)=\sum\limits_{k=0}^{n-1}\sum\limits_{j=0}^{m-1}a_{k,j}x^ky^j$,而 $\Phi(\pi_n;\pi_m)$表示下列 $mn\times mn$ 矩阵,$\Phi(\pi_n;\pi_m)=\sum\limits_{k=0}^{n-1}\sum\limits_{j=0}^{m-1}a_{k,j}\pi_n^k\otimes\pi_m^j$,则 A 的特征根为 $\Phi(\omega_i;\mu_j)=\sum\limits_{k=0}^{n-1}\sum\limits_{t=0}^{m-1}a_{k,t}(\omega_i)^k(\mu_j)^t$,其中 $\omega_i(i=0,1,\cdots,n-1)$,$\mu_j(j=0,1,\cdots,m-1)$分别为 π_n,π_m 的特征根。

引理3 若 $A\in BPC_rM_{mn}$,则 $AF_{i,j}=\Phi(\omega_i;\mu_j)F_{i,j}(i=0,1,\cdots,n-1,j=0,1,2,\cdots,m-1)$。

引理4 若 $A\in BPC_rM_{mn}$,则 $A=\sum\limits_{k=0}^{n-1}\pi_n^k\otimes A_k$。

2 主要结果

2.1 基本性质

性质1 若设 K_r 满足定义1的 r-基本块置换因子循环矩阵,对于 M_{mn} 中的矩阵 A,若 $A\in BPC_rM_{mn}$,则 $AK_r=K_rA$。

证明 因为 $A=\sum\limits_{i=0}^{n-1}A_iK_r^i$,所以 $AK_r=(A_0K_r^0+A_1K_r^1+\cdots+A_{n-1}K_r^{n-1})K_r$,由 K_r 的性质(1)可得 $AK_r=K_r(A_0K_r^0+A_1K_r^1+\cdots+A_{n-1}K_r^{n-1})=K_rA$,即 $AK_r=K_rA$。 证毕

性质2 设 $A=Bpercircp_r(A_{i_0},A_{i_1},\cdots,A_{i_{n-1}})\in BPC_rM_{mn}$,$B=Bpercircp_r(B_{i_0},B_{i_1},\cdots,B_{i_{n-1}})\in BPC_rM_{mn}$。$\alpha,\beta\in\Re$,则 $\alpha A+\beta B\in BPC_rM_{mn}$。

性质3 若 $A,B\in BPC_rM_{mn}$,则 $AB=BA\in BPC_rM_{mn}$。

证明 设 $A=Bpercirp_r(A_0,A_1,\cdots,A_{n-1})$,$B=Bpercirp_r=(B_0,B_1,\cdots,B_{n-1})$,因为 $A_i,B_j(i,j=0,1,2,\cdots,n-1)$是 r-置换因子循环矩阵,所以 $A_iB_j=B_jA_i$。

由引理 4 得到 $A=\sum_{i=0}^{n-1}\pi_n^i\otimes A_i$，$B=\sum_{j=0}^{n-1}\pi_n^j\otimes B_j$，反复利用引理 1 的性质(1)，得到

$$AB=\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1}(\pi_n^i\otimes A_i)(\pi_n^j\otimes B_j)=\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1}\pi_n^{i+j}\otimes A_iB_j=\sum_{j=0}^{n-1}\sum_{i=0}^{n-1}\pi_n^{j+i}B_j\otimes A_i=$$

$$\sum_{j=0}^{n-1}\sum_{i=0}^{n-1}(\pi_n^j\otimes B_j)(\pi_n^i\otimes A_i)=BA$$

证毕

性质 4　若 $A\in BPC_rM_{mn}$，并且 A 可逆，则 $A^{-1}\in BPC_rM_{mn}$。

定理 1　设矩阵 $A=Bpercircp_r(A_{i_0},A_{i_1},\cdots,A_{i_{n-1}})$，则存在非奇异矩阵 $Q\in M_{mn}$，使得

$$A=Q^{-1}diag(\wedge_0,\wedge_1,\cdots,\wedge_{n-1})Q$$

其中 $\wedge_i=diag\left(\sum_{k=0}^{m-1}\omega_i^kf_k(\mu_0),\sum_{k=0}^{m-1}\omega_i^kf_k(\mu_1),\cdots,\sum_{k=0}^{m-1}\omega_i^kf_k(\mu_{m-1})\right)$，$f_k(x)=a_{k,0}+a_{k,1}\pi_m+\cdots+a_{k,m-1}\pi_m^{m-1}$ 是 A_k 的形式伴随矩阵。

证明　由 $A_k=percirp_r(a_{k,0},a_{k,1},\cdots,a_{k,m-1})$ 知 π_m 的特征多项式为 $p(x)=x^m-1$，所以 π_m 有 m 个互不相同的特征根分别为 $\mu_0,\mu_1,\cdots,\mu_{m-1}$。因此 π_m 有 m 个线性无关的特征向量，从而存在可逆矩阵 T，使得 $T^{-1}\pi_mT=diag(\mu_0,\mu_1,\cdots,\mu_{m-1})$。则 $A_k=Tdiag(f_k(\mu_0),f_k(\mu_1),\cdots,f_k(\mu_{m-1}))T^{-1}$。

同理可得存在可逆矩阵 B，使得 $B^{-1}\pi_nB=diag(\omega_0,\omega_1,\cdots,\omega_{n-1})$。令 $D_n=diag(\omega_0,\omega_1,\cdots,\omega_{n-1})$，有 $\pi_n^k=BD_n^kB^{-1}$。令 $Q=B\otimes T$，有 $Q^{-1}=B^{-1}\otimes T^{-1}$，由性质 4

$$A=\sum_{k=0}^{n-1}\pi_n^k\otimes A_k=\sum_{k=0}^{n-1}(BD_n^kB^{-1})\otimes(Tdiag(f_k(\mu_0),\cdots,f_k(\mu_{m-1}))T^{-1})=\sum_{k=0}^{n-1}(B\otimes T)[D_n^k\otimes$$

$$diag(f_k(\mu_0),\cdots,f_k(\mu_{m-1}))](B^{-1}\otimes T^{-1})=(B\otimes T)\sum_{k=0}^{n-1}[D_n^k\otimes diag(f_k(\mu_0),\cdots,f_k(\mu_{m-1}))](B\otimes T^{-1})=$$

$$(B\otimes T)\left[\begin{pmatrix}\omega_0^k&0&\cdots&0\\0&\omega_1^k&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&\omega_{n-1}^k\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}f_k(\mu_0)&0&\cdots&0\\0&f_k(\mu_1)&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&f_k(\mu_{m-1})\end{pmatrix}\right](B\otimes T^{-1})$$

$$Q^{-1}AQ=diag\left(\sum_{k=0}^{n-1}\omega_0^kf_k(\mu_0),\sum_{k=0}^{n-1}\omega_0^kf_k(\mu_1),\cdots,\sum_{k=0}^{n-1}\omega_0^kf_k(\mu_{m-1}),\right.$$

$$\left.\sum_{k=0}^{n-1}\omega_1^kf_k(\mu_0),\cdots,\sum_{k=0}^{n-1}\omega_1^kf_k(\mu_{m-1}),\cdots,\sum_{k=0}^{n-1}\omega_{n-1}^kf_k(\mu_0),\cdots,\sum_{k=0}^{n-1}\omega_{n-1}^kf_k(\mu_{m-1})\right)$$

令

$$\wedge_i=diag\left(\sum_{k=0}^{n-1}\omega_i^kf_k(\mu_0),\sum_{k=0}^{n-1}\omega_i^kf_k(\mu_1),\cdots,\sum_{k=0}^{n-1}\omega_i^kf_k(\mu_{m-1})\right)(i=0,1,2,\cdots,n-1)$$

所以 $Q^{-1}AQ=diag(\wedge_0,\wedge_1,\cdots,\wedge_{n-1})$。即 A 可化为分块对角矩阵，且 $A=Qdiag(\wedge_0,\wedge_1,\cdots,\wedge_{n-1})Q^{-1}$。

证毕

推论 1　设 $A=Bpercircp_r(A_{i_0},A_{i_1},\cdots,A_{i_{n-1}})$ 是一个 r-块置换因子循环矩阵，则

$$\det A=\prod_{i=0}^{n-1}\wedge_i=\prod_{i=0}^{n-1}\prod_{j=0}^{m-1}\left[\sum_{k=0}^{n-1}\omega_i^kf_k(\mu_j)\right]$$

推论 2　设 $A=Bpercircp_r(A_{i_0},A_{i_1},\cdots,A_{i_{n-1}})$ 是一个 r-块置换因子循环矩阵，则 A 非奇异的充要条件是 $diag\left(\sum_{k=0}^{n-1}\omega_i^kf_k(\mu_0),\sum_{k=0}^{n-1}\omega_i^kf_k(\mu_1),\cdots,\sum_{k=0}^{n-1}\omega_i^kf_k(\mu_{m-1})\right)\neq0(i=0,1,2,\cdots,n-1)$。

2.2 逆矩阵的求法

定理 2　设 $A=Bpercircp_r(A_{i_0},A_{i_1},\cdots,A_{i_{n-1}})\in BPC_rM_{mn}$，且 A 非奇异，则 $A^{-1}=\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}b_{l,k}$

$(\pi_n^k \otimes \pi_m^l)$，$A^{-1}\in BPC_rM_{mn}$。其中 $b_{l,k}=\frac{1}{mn}\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Phi(\omega_i;\mu_j)\omega_i^k\mu_j^l$，$(l=0,1,2,\cdots,m-1;k=0,1,2,\cdots,n-1)$。

证明 因为 A 可逆，所以 $\Phi(\omega_i;\mu_j)\neq 0(i=0,1,2,\cdots,n-1;j=0,1,2,\cdots,m-1)$。

由引理4知 $AF_{i,j}=\Phi(\omega_i;\mu_j)F_{i,j}$，所以 $A^{-1}F_{i,j}=\Phi(\omega_i;\mu_j)^{-1}F_{i,j}$。等式两边同时对 i,j 求和得 $\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}A^{-1}\cdot F_{i,j}=\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Phi(\omega_i;\mu_j)^{-1}F_{i,j}$。等式左边 $=A^{-1}\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}\omega_i^k\mu_j^l(\pi_n^k\otimes\pi_m^l)=A^{-1}\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{n-1}\omega_i^k\pi_n^k\otimes\left(\sum_{l=0}^{m-1}\pi_m^l\sum_{j=0}^{m-1}\mu_j^l\right)$。

当 $l=0$ 时，$\sum_{j=0}^{m-1}\mu_j^l=m$，当 $l\neq 0$ 时，$\sum_{j=0}^{m-1}\mu_j^l=0$，所以 $\sum_{l=0}^{m-1}\pi_m^l\sum_{j=0}^{m-1}\mu_j^l=mI_m$，同理可推出 $\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{n-1}\omega_i^k\pi_n^k=nI_n$。即等式左边 $=A^{-1}mn(I_n\otimes I_m)$，等式右边 $=\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Phi(\omega_i;\mu_j{}^{-1})F_{i,j}=\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Phi\cdot(\omega_i;\mu_j{}^{-1})\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}\omega_i^k\mu_j^l(\pi_n^k\otimes\pi_m^l)$。所以

$$A^{-1}=\frac{1}{mn}\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Phi(\omega_i;\mu_j)^{-1}\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}\omega_i^k\mu_j^l(\pi_n^k\otimes\pi_m^l)=\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}\frac{1}{mn}\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Phi(\omega_i;\mu_j)^{-1}\omega_i^k\mu_j^l(\pi_n^k\otimes\pi_m^l)$$

令 $b_{l,k}=\frac{1}{mn}\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Phi(\omega_i;\mu_j)^{-1}\omega_i^k\mu_j^l(l=0,1,2,\cdots,m-1;k=0,1,2,\cdots,n-1)$，$A^{-1}=\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}b_{l,k}(\pi_n^k\otimes\pi_m^l)$。

证毕

由定理2，得到了求 r-块置换因子循环矩阵的逆矩阵的一种算法，步骤如下：

1)分别求出方程 $x^n=r(\neq 0)$ 的 n 个互异的根 $\omega_i(i=0,1,2,\cdots,n-1)$ 和方程 $x^m=r$ 的 m 个互异的根 μ_j $(j=0,1,2,\cdots,m-1)$，并找出 $a_{k,0},a_{k,1},\cdots,a_{k,m-1}(k=0,1,2,\cdots,n-1)$；

2)由 $\Phi(\omega_i;\mu_j)=a_{0,0}+\sum_{k=1}^{n-1}a_{k,0}\omega_i^k+\sum_{t=1}^{m-1}a_{0,t}\mu_j^t+\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{t=0}^{m-1}a_{k,t}\omega_i^k\mu_j^t$ 算出 $\Phi(\omega_i;\mu_j)(i=0,1,2,\cdots,n-1;j=0,1,2,\cdots,m-1)$；

3)由2)算出 $\Phi(\omega_i;\mu_j)^{-1}(i=0,1,2,\cdots,n-1;j=0,1,2,\cdots,m-1)$；

4)计算 $b_{l,k}=\frac{1}{mn}\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{m-1}\Phi(\omega_i;\mu_j)^{-1}\omega_i^k\mu_j^l(l=0,1,\cdots,m-1;k=0,1,\cdots,n-1)$，从而求出 A^{-1}。

例1 设 $A=\begin{pmatrix}1 & \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{4}\\ 2 & 1 & 1 & -1\\ -4 & 1 & 1 & \frac{1}{2}\\ 4 & -4 & 2 & 1\end{pmatrix}\in BPC_rM_{mn}$，求 A^{-1}。

解 利用定理2给出的算法。

步骤1 计算得 $r=4,\omega_0=2,\omega_1=-2,\mu_0=2,\mu_1=-2,a_{0,0}=1,a_{0,1}=\frac{1}{2},a_{1,0}=-1,a_{1,1}=\frac{1}{4}$；

步骤2 计算 $\Phi(\omega_0;\mu_0)=1,\Phi(\omega_0;\mu_1)=-3,\Phi(\omega_1;\mu_0)=3,\Phi(\omega_1;\mu_1)=3$；

步骤3 由步骤2计算得 $\Phi(\omega_0;\mu_0)^{-1}=1,\Phi(\omega_0;\mu_1)^{-1}=\frac{-1}{3},\Phi(\omega_1;\mu_0)^{-1}=\frac{1}{3}$，$\Phi(\omega_1;\mu_1)^{-1}=\frac{1}{3}$；

步骤4 计算得 $b_{0,0}=\frac{1}{3},b_{0,1}=0,b_{1,0}=\frac{2}{3},b_{1,1}=\frac{4}{3}$；

从而得到

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{16}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{8}{3} & \frac{16}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{64}{3} & \frac{8}{3} & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}\in BPC_rM_{mn}。$$

参考文献:

[1] 陈勇,何承源,余淑恒.关于分块置换因子循环矩阵的理论探讨[J].昆明理工大学学报:自然科学版,2011,36(4):70-74.

[2] Shangjun Yang. On block cocyclic pairs of nonnegative matrices[J]. Linear Algebra and Its Appl, 1998, 282: 131-143.

[3] 高殿伟.广义循环矩阵[J].辽宁师范大学学报,1988,2:7-11.

[4] Jiang Z L, Xu Z B, Gao S P. Algorithms for finding the Minimal Polynomials and inverses of permutation factor circulant matrices[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2006, 23(6): 1088-1094.

[5] Zhao L, Jiang, Xu Z B, Gao S P. Algorithms for finding the inverses of factor block circulant matrices[J]. A Journal of Chinese Universities, 2006, 15(1): 1-11.

[6] 沈光星, 卢诚波,关于 n 阶(n_1,n_2)型二重(r_1,r_2)-循环矩阵求逆及相乘的计算方法[J].科技通报,2004,3,20(2):89-94.

[7] 沈光星 (n_1,n_2)型二重(r_1,r_2)-循环矩阵及有关算法的计算复杂性[J].高等学校计算数学学报,1998,12(4):336-344.

[8] 毛纲源.循环矩阵及其在分子振动中的应用[M].武汉:华中理工大学出版社,1995.

[9] 陈勇,何承源泉. r-置换因子循环性系统求解的快速算法[J].重庆师范大学学报:自然科学版,2010,9,27(5):37-41.

[10] 何承源.对称反循环矩阵的充要条件[J].四川师范大学学报:自然科学版,1997,20(4):15-19.

r-BlockPermutation Factor Circulant Matrix and Inverse Matrix

HU Yan[1], QIN Ke-yun[1], SUN Ji-zhong[2]

(1. College of Maths, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031;

2. ZTE Corporation, Xi'An 710065, China)

Abstract: The concept of r-block permutation factor circulant matrix is presented. The characteristics of r-block permutation factor circulant matrix are discussed by Kronecker. The interchange ability of r-block permutation factor circulant matrix has been demonstrated, that is $AB=BA$. The calculation method of matrix determinant and the sufficient condition of nonsingular matrix based on the diagonalization of circulant matrices are given. Finally, the method of inverse matrix is given in r-block permutation factor circulant matrix.

Key words: r-block permutation factor circulant matrix; nonsingularity; diagonalization; inverse matrix; block

(责任编辑 游中胜)