2013 年 1 月 重庆师范大学学报(自然科学版) Jan. 2013
第 30 卷 第 1 期 Journal of Chongqing Normal University (Natural Science) Vol. 30 No. 1

运筹学与控制论

DOI:10.11721/cqnuj20130102

基于博弈的手术综合评价方法*

羊 英[1], 钟力炜[2], 罗守成[1], 唐国春[1]

(1. 上海第二工业大学 经济管理学院, 上海 201209; 2. 上海交通大学 附属第一人民医院, 上海 200080)

摘要:一台手术牵涉到多种资源,如何确定手术所用资源的综合评价对科学排程有重要的影响。本文首先对一台手术的资源综合值进行了分析,把手术资源的影响因素(资源应用的贴合度、患者满意度等)采用定量化方式表示,并对多因素进行组合,形成手术的资源综合值。然后,本文基于博弈理论,对于分配到手术室的手术排程问题建立两人零和博弈模型,通过对这个模型的求解,得到手术的综合评价值 $z_i = x_i^* \cdot \sum_{j=1}^{4}(a_{ij}y_j^*)$, $i = 1,\cdots,n$,再结合每个手术的时间,按照手术的时间与手术综合评价值的比值(即排序论中的带权加工时间)从小到大的次序来安排手术的次序,从而确定手术排程的次序。

关键词:手术排程;博弈论;多属性决策

中图分类号:O29;C934 文献标志码:A 文章编号:1672-6693(2013)01-0007-05

多属性决策(Multi-Attribute decision making, MADM)是指在一定的备选方案集上进行偏好决策,如选择、排序、评价等。多属性决策问题一般具有多个备选方案、多个属性、属性有不同量纲等特征。这类问题是根据各个备选方案的综合评价来进行决策[1-2]。一台手术牵涉到执刀医生、麻醉师、护士和设备等多种资源。如果按照手术所用资源的综合评价来安排手术的次序,那么手术次序的排程可以看作是多属性决策问题。多属性决策问题的决策方法主要有 3 类:一是 1980 年提出的层次分析法(Analytic hierarchy process, AHP)和 1996 年提出的网络分析法(Analytic network process, ANP)[3-5],都是使用专家打分方法对各个属性进行两两对比;二是逼近于理想解的排序方法(TOPSIS 法)[6];三是灰色关联法[7-8]。这些方法都是先设法获得各个属性的权重,但在权重确定过程中要采用一些主观的方法,从而使得最终方案排序带有一定主观性。

2006 年,Yuh-Wen Chena 和 Moussa Larbani[9] 提出用两人零和博弈方法研究模糊多属性决策制定问题。这种方法把决策者和"自然界(决策的环境)"分别看作是博弈双方,建立两人零和博弈模型,再由模型的均衡策略推算决策者应该选取的决策方案。万树平[10]于 2010 年提出区间值两人零和博弈,根据区间数不同的序关系,将区间值两人零和博弈转化为清晰值两人零和博弈,通过求解对偶线性规划问题,得到博弈的最优策略,进而得到方案的预期得分,以此来对多个方案进行排序。这种方法能降低事先确定属性或指标权重的主观性。

1 手术排程问题

本文涉及的手术是指在手术室进行的各种开放性手术、微创腔镜手术及介入治疗。与手术有关的执刀医生、麻醉师、护士和设备等 4 种资源可分为不同的级别。手术执刀医师分为 1 ~ 4 级(住院医师、主治医师、副主任医师和主任医师),麻醉师分为 1 ~ 4 级(住院医师、主治医师、副主任医师和主任医师),护士分为 1 ~ 3 级(低级、中级和高级),手术设备分为 1 ~ 2 级(价格低于 10 万元人民币的一般设备和价格超过 10 万元人民币的贵重手术设备),有关手术资源和相应的级别系数参照钟力炜等的研究[11],如表 1 所示。

表 1 中的"级别系数"反映各资源不同级别之间的相对差别。

假定某日某个手术室要进行 n 台手术,根据表 1 中的 4 种手术资源,怎么安排次序才能够比较合理?把手术排程看作多属性决策问题,n 个手术相当于是 n 个备选决策方案,4 种资源看作是决策方案的 4 个属性,可以建立如下决策矩阵

* 收稿日期:2012-11-09 网络出版时间:2013-01-18 15:05

作者简介:羊英,女,讲师,博士,研究方向为决策理论与方法,E-mail:yangying@sspu.cn

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20130118.1505.201301.7_002.html

$$A=\begin{array}{c} \\ 手术1 \\ 手术2 \\ \square \\ 手术n \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 资源1 & 资源2 & 资源3 & 资源4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \square & \square & \square & \square \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} \end{pmatrix} \end{array} \quad (1)$$

其中 a_{ij}表示第 i 个手术使用第 j 种资源的综合值(见第 2 节)。基于博弈论的综合评价方法对这一决策矩阵进行分析,可以得到在这个手术室中的手术排程比较合理的次序。

表 1 手术资源的级别及其级别系数[11]

Tab. 1 Rank and rank coefficient of operation resources[11]

资源级别	1 级	2 级	3 级	4 级
执刀医师级别	住院医师	主治医师	副主任医师	主任医师
级别系数 c_{1j}	1	2	4	6
麻醉师级别	住院医师	主治医师	副主任医师	主任医师
级别系数 c_{2j}	1	2	4	5
护士级别	低级	中级	高级	-
级别系数 c_{3j}	1	2	3	-
手术设备级别	一般设备	贵重设备	-	-
级别系数 c_{4j}	3	10	-	-

2 资源综合值的确定

资源综合值 a_{ij}的确定考虑以下因素:

1)资源级别系数 c_{ki*},如表 1 所示;

2)贴合系数 τ_{ki},即第 k 个手术的第 i 种资源是否"大材小用",因为对麻醉师和护士,高级别的可做低级别的工作,但会造成资源的损失,所以对他们的工作安排有一个贴合系数

$$\tau_{ki}=1+\frac{c_{ki}^{i}-c_{ki}^{*}}{c_{ki}^{i}},c_{ki}^{i}\geqslant c_{ki}^{*} \quad (2)$$

其中 c_{ki}^{*} 为最合适的资源级别数,c_{ki}^{i}为实际使用的资源级别数,当 $c_{ki}^{i}=c_{ki}^{*}$ 时,$\tau_{ki}=1$,即为选择的资源是最合适的。

3)患者对第 i 种资源安排的满意程度 δ_{ki}

$$\delta_{ki}=1+\frac{(c_{ki}'-c_{ki}^{i})}{c_{ki}'},c_{ki}'\geqslant c_{ki}^{i} \quad (3)$$

其中 c_{ki}'为患者期望的资源级别数,c_{ki}^{i}为实际使用的资源级别数,若 $c_{ki}'=c_{ki}^{i}$,资源安排与患者期望相吻合,若 $c_{ki}'>c_{ki}^{i}$,则代表安排资源级别未达到患者期望,会带来患者的不满,从而增加资源代价。

根据(2)式,$c_{ki}^{i}\geqslant c_{ki}^{*}$时,$\tau_{ki}\geqslant 1$,即安排的资源高于实际需要的资源,存在"大材小用"现象,会增加医院成本,从而使得该资源的值会上升。根据(3)式,$c_{ki}'\geqslant c_{ki}^{i}$时,$\delta_{ki}\geqslant 1$,即安排的资源级别低于患者期望的资源,会增加患者的不满意度,从而使得该资源的值会上升。这两种现象可同时作用于某一资源,其效用会叠加。因此把资源综合值确定为资源级别系数、贴合系数和患者满意度的如下组合

$$a_{ij}=c_{ki*}\times\tau_{ki}\times\delta_{ki} \quad (4)$$

3 基于博弈的手术综合评价

3.1 模型的建立

两人零和博弈中参与博弈的有两人,而且两人是不合作的。在博弈中,一方的所得为另一方的所失,两人所得之和为零。博弈中有 2 种情况:一种是两人各有若干特定策略,称为纯策略(Pure strategy);另一种是在每个给定信息下只以某种概率选择不同策略,称为混合策略(Mixed strategy)。两人零和博弈存在纳什均衡。

把某日某个手术室的 n 台手术的排程看作多属性决策问题。可以把决策者(即手术排序者)看作是博弈的一方,希望根据手术的综合评价值获得一个较好的排序;而决策的环境(即手术排序所处的环境,也即影响排序的所有因素的综合)是博弈的另一方,总是对决策的目标进行"破坏",不希望决策者获得最优排序。显然,博弈的两方是对立的,一方的所失将成为对方的所得。这样,就构成了两人零和非合作博弈。在该问题中,以各个手术的资源代价作为支付值,决策者期望总的支付最大化,而另一方则是决策环境,作为非合作的另一方,则期望最小化决策者的支付,两者收益之和为零。因而,决策矩阵 A 就是作为决策者的支付矩阵。

在这个两人零和博弈问题中,一方为手术综合评价值确定者,称为局中人 1,其支付矩阵为 $\boldsymbol{A}$,另一方为自然界(决策的环境),称为局中人 2,支付矩阵为 $-\boldsymbol{A}$。局中人 1 有 n 个策略(手术)$S=\{s_1,\cdots,s_n\}$,局中人 2 有 4 个策略(资源)$Q=\{q_1,q_2,q_3,q_4\}$。局中人 1 希望最大化其支付,而局中人 2 希望最小化 1 的支付,这个两人零和博弈记为 $\Gamma=\{1,2,S_1,S_2,\boldsymbol{A}\}$,其中局中人 1 的混合策略集为

$$S_1=\{X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)\mid\sum_{i=1}^{n}x_i=1,\ x_i\geqslant 0,i=1,\cdots,n\} \quad (5)$$

局中人 2 的混合策略集为

$$S_2=\{Y=(y_1,y_2,y_3,y_4)\mid\sum_{j=1}^{4}y_j=1,y_j\geqslant 0,\ j=1,\cdots,4\} \quad (6)$$

局中人 1 的赢得函数记为 $E(x,y) = x^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} y = \sum_i \sum_j a_{ij} x_i y_j$。$(X^*, Y^*)$ 是博弈 $\Gamma = \{1,2,S_1,S_2,\boldsymbol{A}\}$ 的均衡策略,其中存在 $x^* \in S_1$, $y^* \in S_2$,使得对任意 $x \in S_1$ 和 $y \in S_2$,有

$$E(x,y^*) \leqslant E(x^*,y^*) \leqslant E(x^*,y) \tag{7}$$

3.2 模型求解

对上述零和博弈问题建立下列线性规划

$$(\mathrm{P})\begin{cases} \max w \\ \sum_i a_{ij} x_i \geqslant w, j = 1,\cdots,4 \\ \sum_i x_i = 1 \\ x_i \geqslant 0, i = 1,\cdots,n \end{cases} \tag{8}$$

$$(\mathrm{D})\begin{cases} \min v \\ \sum_j a_{ij} y_j \leqslant v, i = 1,\cdots,n \\ \sum_j y_j = 1 \\ y_j \geqslant 0, j = 1,\cdots,4 \end{cases} \tag{9}$$

容易验证,(P)和(D)是对偶线性规划。由线性规划对偶定理可知,问题(P)和(D)分别存在最优解(x^*,w^*)和(y^*,v^*),且 $w^* = v^*$,即存在 $x^* \in S_1^*$, $y^* \in S_2^*$ 和数 v^*,使得对任意 $i = 1,2,\cdots,m$ 和 $j = 1,2,\cdots,n$ 有 $\sum_j a_{ij} y_j^* \leqslant v^* \leqslant \sum_i a_{ij} x_i^*$。

为了求解方便,在问题(P)中,令

$$x_i' = \frac{x_i}{w}, i = 1,\cdots,n \tag{10}$$

问题(P)的约束条件为

$$\begin{cases} \sum_i a_{ij} x_i' \geqslant 1, j = 1,\cdots,4 \\ \sum_i x_i' = \dfrac{1}{w} \\ x_i' \geqslant 0, i = 1,\cdots,n \end{cases}$$

问题(P)等价于线性规划问题(P′)

$$(\mathrm{P}')\begin{cases} \min \sum_i x_i' \\ \sum_i a_{ij} x_i' \geqslant 1, j = 1,\cdots,4 \\ x_i' \geqslant 0, i = 1,\cdots,n \end{cases} \tag{11}$$

同理,令

$$y_j' = \frac{y_j}{v}, j = 1,\cdots,4 \tag{12}$$

问题(D)等价于线性规划问题(D′)

$$(\mathrm{D}')\begin{cases} \max \sum_j y_j' \\ \sum_j a_{ij} y_j' \leqslant 1, i = 1,\cdots,n \\ y_j' \geqslant 0, j = 1,\cdots,4 \end{cases} \tag{13}$$

问题(P′)和问题(D′)是互为对偶的线性规划。求解模型,再由变换(6)、(8)式求解 x 和 y 即可得到均衡策略(X^*,Y^*),从而得到手术的综合评价值。计算公式如下

$$z_i = x_i^* \cdot \sum_{j=1}^{4} (a_{ij} y_j^*), i = 1,\cdots,n \tag{14}$$

4 算例

选取上海交通大学附属第一人民医院某一天的部分手术数据来解释本文的方法,并与其他的方法进行比较。这一天分配到 2 号手术室手术总量是 7 台。根据资源分配,各手术的资源级别及有关系数如表 2 所示。

表 2　手术资源级别及相关系数表

Tab. 2　Rank and its coefficient of operation resources

手术	执刀医生	麻醉师			护士			设备	手术时间/min
		实际使用	最贴合	患者期望	实际使用	最贴合	患者期望		
手术 1	6	5	4	5	3	3	3	10	20
手术 2	6	5	4	5	3	2	3	3	23
手术 3	4	5	5	5	3	2	3	3	17
手术 4	4	4	2	4	2	2	2	10	7
手术 5	4	4	4	5	2	2	3	10	21
手术 6	2	4	4	4	2	1	2	10	50
手术 7	2	4	4	4	1	1	2	3	60

表 2 中的 4 个资源中,每个手术的执刀医生是确定的,设备也是确定的,麻醉师和护士是可以根据技术要求进行调整的,根据上一节分析的公式计算各个手术麻醉师和护士的贴合系数和患者满意度,并求各个手术的资源综合值,如表 3 所示。

表 3　各手术资源综合值表

Tab. 3　Comprehensive value of resources in every operation

手术	执刀医生	麻醉师	护士	设备
手术 1	6	6	3	10
手术 2	6	6	4	3
手术 3	4	5	4	3

手术4	4	6	2	10
手术5	4	4.8	2.67	10
手术6	2	4	3	10
手术7	2	4	1.5	3

表3中的数据量纲不一致,所以对其进行归一化处理,如表4所示。

表4 资源综合值归一化矩阵

Tab.4 Normalization matrix of comprehensive value

手术	执刀医生	麻醉师	护士	设备
手术1	1	1	0.6	1
手术2	1	1	1	0
手术3	0.5	0.5	1	0
手术4	0.5	1	0.2	1
手术5	0.5	0.4	0.467	1
手术6	0	0	0.6	1
手术7	0	0	0	0

根据表4数据建立模型,得到

$$(\mathrm{P}')\quad \begin{cases} \min\ x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7 \\ \text{s.t.}\ \ x_1+x_2+0.5x_3+0.5x_4+0.5x_5+0x_6+0x_7\geqslant 1 \\ \quad x_1+x_2+0.5x_3+x_4+0.4x_5+0x_6+0x_7\geqslant 1 \\ \quad 0.6x_1+x_2+x_3+0.2x_4+0.47x_5+0.6x_6+0x_7\geqslant 1 \\ \quad x_1+0x_2+0x_3+x_4+x_5+x_6+0x_7\geqslant 1 \end{cases}$$

$$(\mathrm{D}')\begin{cases} \max\ y_1+y_2+y_3+y_4 \\ \text{s.t.}\ \ y_1+y_2+0.6y_3+y_4\leqslant 1 \\ \quad y_1+y_2+y_3+0y_4\leqslant 1 \\ \quad 0.5y_1+0.5y_2+y_3+0y_4\leqslant 1 \\ \quad 0.5y_1+y_2+0.2y_3+y_4\leqslant 1 \\ \quad 0.5y_1+0.4y_2+0.47y_3+y_4\leqslant 1 \\ \quad 0y_1+0y_2+0.6y_3+y_4\leqslant 1 \\ \quad 0y_1+0y_2+0y_3+0y_4\leqslant 1 \end{cases}$$

求解可得:$X^*=\{0.71,0.29,0,0,0,0,0\}$,$Y^*=\{0,0,0.71,0.29\}$。

代入(10)式可求得7个手术相应的综合评价值为$\{0.51,0.2,0,0,0,0,0\}$。手术的综合评价值是反映这个手术与其相关的4个资源的“重要性”。根据排序论的分析,应该按照手术的时间与手术综合评价值的比值(即排序论中的带权加工时间)从小到大的次序来安排手术的次序。因为手术3到手术7的综合评价值为零,其带权加工时间“非常大”,所以手术3到手术7应该排在手术1和手术2之后。由于手术1和手术2的带权加工时间分别为$20/0.51=39.22$和$23/0.2=115$。所以,手术1最先,手术2其次。在确定手术1和手术2的次序后,可以把手术1和手术2的数据从表2中剔除,再对余下手术3到手术7的数据做同样计算,得到这5个手术的综合评价值为$\{0.24,0.17,0.2,0,0\}$,手术3到手术5的带权加工时间分别为$17/0.24=70.83$,$7/0.17=41.18$,$21/0.2=105$,因此,次序是手术4→手术3→手术5;最后对于手术6和手术7,得到手术6→手术7。所以,这7个手次序为

手术1→手术2→手术4→手术3→手术5→手术6→手术7

如果用层次分析法进行计算[11],对这个算例得到4种资源的组合因子是(0.485 56,0.218 88,0.028 27,0.267 29),得到的手术次序是

手术4→手术1→手术5→手术3→手术2→手术6→手术7

表5是两种方法排程后执刀医生和麻醉师两种资源的使用情况进行比较(手术6和7在两种方法里排序一致,所以不纳入比较中)。基于博弈的排序方法中,执刀医生和麻醉师的工作连续性更好,其工作效率更高了,对提高资源整体利用率和效率更有帮助。

表5 两种排序的结果对比

Tab.5 Result comparison of two sorting algorithm

基于博弈的排序结果			基于层次分析法的排序结果		
手术	执刀医生	麻醉师	手术	执刀医生	麻醉师
手术1	6	6	手术4	4	6
手术2	6	6	手术1	6	6
手术4	4	6	手术5	4	4.8
手术3	4	5	手术3	4	5
手术5	4	4.8	手术2	6	6

还抽取上海交通大学附属第一人民医院某个手术室连续一个月的手术情况进行分析。在这一个月里共有工作日记录18天,剔除掉手术量小于2台及执刀医生少于两名的工作日(计7天),对剩下的11个工作日里的手术按照基于博弈的方法进行排序,发现主任医师手术连续安排的比例为10/11,而副主任医师的手术连续安排比例为9/11。这个结果说明使用该模型进行排序程是可以提高资源尤其是资源级别系数较高的资源的连续使用率。

5 结论

手术排程牵涉到资源很多,相互之间关系复杂,是难度较大的医院管理问题。在手术排程中,必须考虑手术的综合评价。手术综合评价值和手术时间将决定

手术的次序,所以如何确定手术综合评价对于手术排程来说是很重要的。本文采用博弈的思想,对于手术综合评价问题建立两人零和博弈模型,从而得到各个手术的综合评价值。算例表明该模型和算法是有效的,可以提高资源的利用率。

参考文献:

[1] 徐玖平,吴巍. 多属性决策的理论与方法[M]. 北京:清华大学出版社,2006.
Xu J P, Wu W. Principles and methods of multi-attributes decision making [M]. Beijing: Tshinghua University Press, 2006.

[2] 陈珽. 决策分析[M]. 北京:科学出版社, 1987.
Chen T. Decision analysis[M]. Beijing: Science Press, 1987.

[3] Lee A H I, Chen W C, Chang C J. A fuzzy AHP and BSC approach for evaluating performance of IT department in the manufacturing industry in Taiwan[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 34(1): 96-107.

[4] Anand G, Kodali R. Selection of lean manufacturing systems using the analytic network process-a case study[J]. Journal of Manufacturing Technology Management, 2009, 20(2): 258-289.

[5] Yüksel I, Dagdeviren M. Using the fuzzy analytic network process (ANP) for Balanced Scorecard (BSC): A case study for a manufacturing firm[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(2): 1270-1278.

[6] 和媛媛,周德群. 区间数多属性决策问题的逼近理想点方法[J]. 统计与决策, 2009, 24(1): 9-11.
He Y Y, Zhou D Q. TOPSIS method for multi-artibutes decision making problem with interval data[J]. Statistics and Decision Making, 2009, 24(1): 9-11.

[7] 王坚强. 一类动态多指标决策问题的灰色关联分析方法[J]. 中南工业大学学报, 1999, 30(5): 548-550.
Wang J Q. Gray correlation analysis of the dynamic multiple attributed decision[J]. Journal of Central South Technical University, 1999, 30(5): 548-550.

[8] 王正新,党耀国,宋传平. 基于区间数的多目标灰色局势决策模型[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 388-392.
Wang Z X, Dang Y G, Song C P. Multi-objective decision model of gray situation based on interval number [J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 388-392.

[9] Chena Y W, Larbani. Two-person zero-sum game approach for fuzzy multiple attribute decision making problems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157(1): 34-51.

[10] 万树平. 基于博弈理论的区间型多属性决策方法[J]. 系统工程, 2010, 28(1): 95-98.
Wan S P. Interval multi-attribute decision-making method based on game theory [J]. Systems Enginecring, 2010, 28(1): 95-98.

[11] Zhong L W, Luo S C, Wu L D, et al. A two-stage approach for surgery scheduling[J]. Journal of Combinatorial Optimization, 2012, DOI:10.1007/s10878-012-9535-2.

Operations Research and Cybernetics

Comprehensive Evaluation of Surgical Operations Based on Game Theory

YANG Ying[1], ZHONG Li-wei[2], LUO Shou-cheng[1], TANG Guo-chun[1]
(1. Shanghai Second Polytechnic University, Shanghai 201209; 2. Shanghai First People's Hospital, Shanghai 200080, China)

Abstract: An operation will involve several different resources, how to get the comprehensive evaluation of an operation's resources is very important to operation scheduling. This paper firstly analysis the comprehensive value of operation resources, uses quantificational method to represent basic resources of operation with fitness of resource implementation, satisfaction of patient, and combines these factors together to gets a comprehensive value of operation resources. Secondly, this paper proposes a two person zero-sum model based on game theory, and through this model we can get comprehensive evaluation ($z_i = x_i^* \cdot \sum_{j=1}^{4}(a_{ij}y_j^*), i = 1, \cdots, n$) of every operation in an operation room. Based on this result, according to the last time of every operation, the sequence of operations in an operation room can be assigned.

Key words: surgical scheduling; game theory; multi-attribute decision making

(责任编辑 黄 颖)