

一类复杂动力学网络的滑模控制混沌同步*

毛北行¹, 王东晓¹, 卜春霞²

(1. 郑州航空工业管理学院 数理系, 郑州 450015; 2. 郑州大学 数学系, 郑州 450001)

摘要:滑模控制作为一种重要的鲁棒控制策略,得到广泛的应用,运用滑模控制实现多个具有相互关联的混沌系统的同步问题还鲜有报道。本文利用滑模控制方法研究了一类复杂动力学网络的同步控制问题,该系统的驱动系统为 $\dot{x}_i = Cx_{i+1} + f(x_{i+1}), \dot{x}_n = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 而响应系统为 $\dot{x}_i^j = Cx_{i+1}^j + f(x_{i+1}^j), \dot{x}_n^j = g(x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j) + \xi_j + u_j$, 结果表明选取适当的滑模面和控制律,该混沌系统是同步的。文章基于 Lyapunov 稳定性理论,设计了网络滑模面以及控制输入,如果选取适当的可调参数,可得到 $\dot{V} < 0$, 从而在滑模控制方法下多个混沌系统构成的复杂动力学网络是混沌同步的,仿真算例说明了该方法的有效性。

关键词:滑模控制;混沌同步;复杂网络

中图分类号: O482.4

文献标志码: A

文章编号: 1672-6693(2013)05-0056-03

滑模控制以响应快、对内部参数摄动和外部干扰不敏感性等优点而得到广泛的应用^[1-3]。例如, Vasegh 和 Khellat 利用滑模控制实现了 2 个时滞混沌系统之间的投影同步。运用滑模控制实现多个具有相互关联的混沌系统的同步问题还鲜有报道。而另一方面,自然界和人类社会不仅存在大量的复杂网络,如 Internet、电力系统、生物网络、社会网络等,复杂网络的混沌同步是网络动力学研究的热点问题^[4-8]。本文利用滑模控制方法研究了一类复杂动力学网络的同步控制问题,设计了网络滑模面以及控制输入,并根据 Lyapunov 稳定性理论分析了研究结果的有效性,最终结果说明了在滑模控制方法下多个混沌系统构成的复杂动力学网络是混沌同步的,数值例子说明了该方法的有效性。

1 主要结果

考虑如下系统

$$\dot{x}_i = Cx_{i+1} + f(x_{i+1}), i = 1, 2, \dots, n-1; \dot{x}_n = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

其中 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态变量, C 为常量, f, g 为非线性函数。

选取 m 个混沌系统(1)作为节点构成规则网络,其第 j 个节点所满足的状态方程表示为

$$\dot{x}_i^j = Cx_{i+1}^j + f(x_{i+1}^j), \dot{x}_n^j = g(x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j) + \xi_j + u_j = g(x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j) + \alpha \sum_{l=1}^m G_{jl} x_n^l + u_j \quad (2)$$

其中 $\xi_j = \alpha \sum_{l=1}^m G_{jl} x_n^l$ 为连接节点之间的耦合函数, α 为网络内部节点之间的耦合强度, G_{jl} 表示耦合矩阵 G 的矩阵元,它的具体表示因网络的连接类型而异,表征网络的拓扑结构, u_j 为控制输入。

假设 $f(x_{i+1}^{j+1}) - f(x_{i+1}^j) = K(x_{i+1}^{j+1} - x_{i+1}^j)$, 其中 K 为常量。定义网络各节点混沌系统的状态变量之间的误差为

$$e_i^j = x_{i+1}^{j+1} - x_{i+1}^j, j = 1, 2, \dots, m-1 \quad (3)$$

对上式求导得到 $\dot{e}_i^j = (C+K)e_i^{j+1}, i = 1, 2, \dots, n-1$, 令 $\eta = C+K$, 则有

* 收稿日期:2012-10-16 修回日期:2012-12-18 网络出版时间:2013-09-17 17:38

资助项目:国家自然科学基金(No. 51072184);国家自然科学基金天元基金(No. 11226337);河南省科技厅基础与前沿技术研究计划项目(No. 122300410390);郑州航空工业管理学院青年基金(No. 2012113004)

作者简介:毛北行,男,副教授,硕士,研究方向为切换系统与混沌同步, E-mail: maobeixing329@zzia.edu.cn

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20130917.1738.201305.56_007.html

$$\dot{e}_i^j = \eta e_i^{j+1}, i=1, 2, \dots, n-1; \dot{e}_n^j = \Delta g_j + \Delta \xi_j + u_{j+1} - u_j \quad (4)$$

其中 $\Delta g_j = g(x_1^{j+1}, x_2^{j+1}, \dots, x_n^{j+1}) - g(x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j)$, $\Delta \xi_j = \xi_{j+1} - \xi_j$ 。

利用滑模控制方法对一个混沌系统进行控制或者驱使一个混沌系统同步与另外一个混沌态包含 2 个步骤: 1) 选择适当的滑模面, 并且保证是渐近稳定的; 2) 设计控制输入使受控系统沿着滑模面向同步态运动, 并最终稳定在同步态。

将上述滑模原理推广到(2)式所标示的 m 个混沌系统构成的复杂网络的同步研究中, 为此, 针对网络中每相邻的 2 个节点混沌系统构造一个滑模面, 由此构造的 $m-1$ 个滑模面为

$$S_j = \left(\frac{d}{dt} + \eta \right)^{n-1} e_1^j, j=1, 2, \dots, m-1 \quad (5)$$

其中 $\eta = C + K$ 为常量, 利用二项式定理, 有

$$S_j = \left(\frac{d}{dt} + \eta \right)^{n-1} e_1^j = \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k \frac{d^{n-1-k}}{dt^{n-1-k}} \eta^k e_1^j = \binom{n-1}{0} e_n^j + \binom{n-1}{1} \eta e_{n-1}^j + \dots + \binom{n-1}{n-2} \eta^{n-2} e_2^j + \binom{n-1}{n-1} \eta^{n-1} e_1^j \quad (6)$$

进一步得到滑模面 S_j 的导数关系式

$$\dot{S}_j = \binom{n-1}{0} \dot{e}_n^j + \binom{n-1}{1} \eta \dot{e}_{n-1}^j + \dots + \binom{n-1}{n-2} \eta^{n-2} \dot{e}_2^j + \binom{n-1}{n-1} \eta^{n-1} \dot{e}_1^j = \binom{n-1}{0} [\Delta g_j + \Delta \xi_j + u_{j+1} - u_j] + \binom{n-1}{1} \eta^2 e_n^j + \dots + \binom{n-1}{n-2} \eta^{n-1} e_3^j + \binom{n-1}{n-1} \eta^n e_2^j \quad (7)$$

构造 Lyapunov 函数 $V = \sum_{j=1}^{m-1} \frac{1}{2} S_j^2$, 有

$$\dot{V} = \sum_{j=1}^{m-1} S_j \left\{ \binom{n-1}{0} [\Delta g_j + \Delta \xi_j + u_{j+1} - u_j] + \binom{n-1}{1} \eta^2 e_n^j + \dots + \binom{n-1}{n-2} \eta^{n-1} e_3^j + \binom{n-1}{n-1} \eta^n e_2^j \right\}$$

设计控制输入

$$u_{j+1} = u_j - \mu \text{sign}(S_j) - \Delta g_j - \binom{n-1}{1} \eta^2 e_n^j - \dots - \binom{n-1}{n-2} \eta^{n-1} e_3^j - \binom{n-1}{n-1} \eta^n e_2^j$$

从而有 $\dot{V} \leq \sum_{j=1}^{m-1} S_j [-\mu \text{sign}(S_j) + \Delta \xi_j]$ 。其中 μ 为大于零的可调参数, 由于连接网络节点之间的耦合函数 ξ_j 是有界函数, 因此 $\Delta \xi_j$ 也是有界的, 设 $|\Delta \xi_j| \leq \gamma$, 其中 γ 是正数。这样, 当可调参数 $\mu > \gamma$ 时, 很容易得到 $\dot{V} = \sum_{j=1}^{m-1} S_j \dot{S}_j < 0$, 从而复杂网络的所有节点实现了完全同步。

2 数值算例

选取如下系统作为驱动系统 $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = x_3, \dot{x}_3 = ax_3 + dx_2 + cx_1 - x_3^2$ 。该系统在 $a = -0.45, c = 0.8, d = -1.1$ 下出现混沌, 系统的混沌吸引子(图 1)。而对应的响应系统, 选取 $C = [1.5, 1.5]$; $f(x_2) = x_2, f(x_3) = x_3, g(x_1, x_2, x_3) = -0.45x_3 - 1.1x_2 + 0.8x_1 - x_3^2$, 选取 $K = [-0.5 \quad -0.5]$, $\eta = [1, 1]$, 任取网络的内部节点之间的耦合强度 $a = 0.05, \gamma = 1, \mu = 1.5$, 仿真结果表明选取控制律

$$u_{j+1} = u_j - \mu \text{sign}(S_j) - \Delta g_j - \binom{n-1}{1} \eta^2 e_n^j - \dots - \binom{n-1}{n-2} \eta^{n-1} e_3^j - \binom{n-1}{n-1} \eta^n e_2^j$$

驱动系统与响应系统是混沌同步的, 系统的误差曲线如图 2, 3 所示。

3 结束语

利用滑模控制方法研究了一类复杂动力学网络的同步控制问题, 将滑模控制方法推广到 m 个混沌系统构成的复杂动力学网络的同步研究, 仿真结果表明, 只要可调参数 μ 大于 γ , 均能在短时间内实现网络的完全同步。

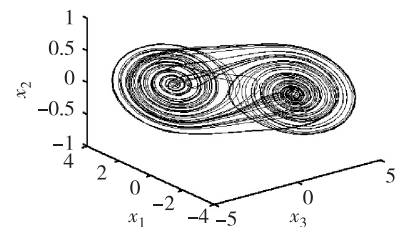
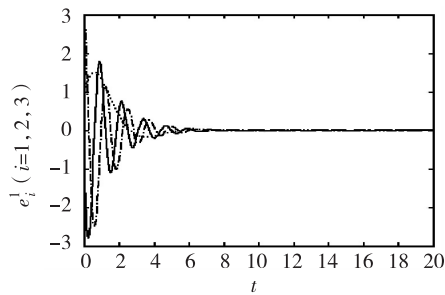
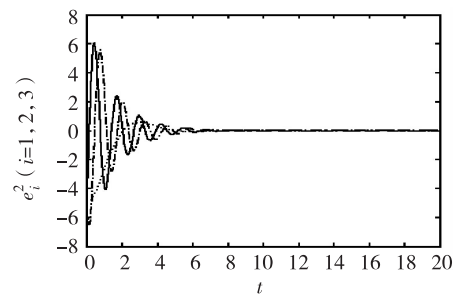


图 1 系统的混沌吸引子

图2 网络误差变量 $e_i^1 (i=1, 2, 3)$ 的时间变化图3 网络误差变量 $e_i^2 (i=1, 2, 3)$ 的时间变化

参考文献:

- [1] 贾廷纲, 牛玉刚, 夏康. 不确定输入时滞系统的滑模输出反馈控制[J]. 信息与控制, 2011, 40(6): 809-812.
Jia T G, Niu Y G, Xia K. Output feedback control for time-delay systems with uncertain input based on sliding mode [J]. Information and Control, 2011, 40(6): 809-812.
- [2] 姚合军, 霍曙明, 袁付顺. 网络控制系统的全程最优滑模控制[J]. 西南师范大学学报: 自然科学版, 2010, 35(2): 96-99.
Yao H J, Huo S M, Yuan F S. Global sliding-mode optimal control for networked control systems[J]. Journal of Southwest China Normal University: Natural Science, 2010, 35(2): 96-99.
- [3] Niu Y, Ho D W C. Robust observer design for Ito stochastic time-delay systems via sliding mode control[J]. Systems Control Letters, 2006, 55(10): 781-793.
- [4] 吕翎, 李钢, 张檬, 等. 全局耦合网络的参数辨识与时空混沌同步[J]. 物理学报, 2011, 60(9): 5051-5056.
Lü L, Li G, Zhang M, et al. Parameter identification and synchronization of spatiotemporal chaos in globally coupled network[J]. Acta Phys Sin, 2011, 60(9): 5051-5056.
- [5] 吕翎, 孟乐, 郭丽, 等. 激光时空混沌模型的加权网络投影同步[J]. 物理学报, 2011, 60(3): 5061-5066.
Lü L, Meng L, Guo L, et al. Projective synchronization of weighed network in a laser spationtemporalchaos model[J]. Acta Phys Sin, 2011, 60(3): 5061-5066.
- [6] 吕翎, 李钢, 孟乐, 等. 单项链式网络的激光混沌同步[J]. 中国激光, 2010, 37(10): 2533-2536.
Lü L, Li G, Meng L, et al. Synchronization of chaotic laser in unidirectional chain-connection network[J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(10): 2533-2536.
- [7] 吕翎, 李雨珊, 韦琳玲, 等. 基于滑模控制法实现规则网络的混沌同步[J]. 物理学报, 2012, 61(12): 5041-5047.
Lü L, Li Y S, Wei L L, et al. Chaos synchronization of regular network based on sliding mode control[J]. Acta Phys Sin, 2011, 61(12): 5041-5047.
- [8] 王建安. 时变时滞耦合两个不同复杂网络的自适应广义同步[J]. 物理学报, 2012, 61(2): 5091-5097.
Wang J A. Adaptive generalized synchronization between two different complex networks with time-varying delay coupling[J]. Acta Phys Sin, 2012, 61(2): 5091-5097.

Chaos Synchronization of a Class of Complex Networks on Sliding Mode Control

MAO Bei-xing¹, WANG Dong-xiao¹, BU Chun-xia²

(1. Department of Mathematics and Physics, Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management, Zhengzhou 450015;
2. Department of Mathematics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Sliding mode control get comprehensive application as important robust control strategy. The sychronation problem is scarcely reported for multiple synchrophic chaos systems by using sliding mode approach. Chaos synchronization of a class of complex networks on sliding mode control is studied in the paper. The drive systems is systems as following $\dot{x}_i = Cx_{i+1} + f(x_{i+1})$, $\dot{x}_n = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$, and systems $\dot{x}_i^j = Cx_{i+1}^j + f(x_{i+1}^j)$, $\dot{x}_n^j = g(x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j) + \xi_j + u_j$ as it's response systems. The research results illustrated that by choosing appropriate sliding mode surface and control law, systems is chaos synchronization. The effectiveness of the method is analyzed based on Lyapunov stability theory. The last results proved that complex networks are chaos synchronized selecting proper adjustable parameter. It can get that the derivative of V is less then zero. So the complex dynamics network comprised of multiple synchrophic chaos systems is synchronized using sliding mode approach. The simulation example proved that the approach is effective.

Key words: sliding control; chaos synchronization; complex networks

(责任编辑 黄颖)