

一类离散反馈型时滞细胞神经网络模型及其数值模拟*

刘亚轻¹, 纵封磊²

(1. 北京工业大学 耿丹学院, 北京 101301; 2. 北京市丰台区第二中学, 北京 100071)

摘要: 细胞神经网络是一个大规模非线性系统, 具有高速并行计算且易于硬件实现等特点, 已被广泛应用于模式识别, 图像处理等领域。本文基于时滞方程和反馈控制, 对离散反馈型细胞神经网络进行设计, 给出了满足相应功能的模板及其动力学分析, 提出了一类离散反馈型时滞细胞神经网络, 并借助模拟平台 Matlab 7.0 对基础的随机布朗运动进行了初步的数值模拟, 数值模拟结果充分显示了布朗运动的随机性, 证实了理论分析的有效性。该模型经过一定时间后能对粒子的随机状态作出反馈, 可用于模拟二维平面上的随机行走。

关键词: 随机行走; 细胞神经网络; 离散反馈型时滞细胞神经网络

中图分类号: O242.1

文献标志码: A

文章编号: 1672-6693(2014)02-0047-04

细胞神经网络(Cellular neural network, CNN)是由 UC Berkeley 非线性电子实验室 Leon O. Chua 等人于 1988 年提出来的^[1-2], 它是由局部耦合的细胞所组成的空间阵列。细胞神经网络的网络结构是局域连接型的, 因而非常适合于超大规模集成电路的实现。目前细胞神经网络已被广泛用于模式识别、联想记忆、图像处理及组合优化等领域。

CNN 的基本运作单元称为细胞(Cell), 也就是通常说的神经元, 细胞包含线性和非线性电器元件, 如典型的线性电容、线性电阻、线性和非线性受控源等。CNN 定义其网络中的任一细胞仅与邻域内的细胞相连。这些相连的细胞通过权重连接相互作用, 非直接相连的细胞则通过网络的动力学传输效应间相互作用。

在控制理论中, 时滞方程和反馈控制已成为近年来的研究热点^[3-4]。Harrer H. 等^[5]提出了离散时间的细胞神经网络(Time-Discrete CNN, TDCNN), 比一般细胞神经网络其实现性更好, 稳定性更加容易保证一些, 这对诸如通信之类的应用来说非常重要。Roska T. 和 Chua L. O.^[6]提出时滞型细胞神经网络(Delayed CNN, DCNN), 所谓时滞细胞神经网络就是在传统细胞神经网络基础上再引入延时模板 $A(\tau)$ 和 $B(\tau)$ 分别作用于延时输出与延时输入上。由于延时微分方程较之于普通微分方程有更复杂的非稳态特性, 而其稳定性的研究也远较一般细胞神经网络复杂。在此基础上, 本文提出了一类离散反馈型时滞细胞神经网络模型, 考虑到布朗运动的随机性, 本文采用时滞方程进行反馈控制, 模拟实现了粒子布朗运动的过程。

1 布朗运动

布朗运动最初是由英国生物学家布朗于 1827 年根据花粉微粒在液面上做“无规则运动”的物理现象提出的。1918 年维纳(Wiener)对这一现象做了精确的数学描述, 一维直线上的随机行走是最简单的布朗运动。一维直线上的随机行走, 可以作为微小的粒子在直线上做不规则运动的离散形式的近似, 而实际粒子的不规则运动是连续进行的, 但是只要让 $\Delta t \rightarrow 0$, 就可以对实际粒子的连续不规则运动作出近似的模拟。1975 年, Mandelbrot B. B. 指出布朗运动是一个具有分形外貌的自然现象。20 世纪 90 年代, Provata A. 等人从微观反应过程模型出发, 利用计算机模拟的数值计算方法和分析方法, 对分形现象的模拟规则设定如下^[7-8]: 1) 为了描述分形现象的时间演化, 在每一个时间步骤内, 只有一个反应能够发生; 2) 模拟初始条件为所有细胞均由液体分子占据的均匀构型; 3) 采用狄利克雷边界条件, 可减少所允许的构型的数目, 从而便于模拟。

* 收稿日期: 2013-01-13 修回日期: 2013-06-16 网络出版时间: 2014-03-10 19:23

资助项目: 国家自然科学基金(No. 51076012)

作者简介: 刘亚轻, 讲师, 博士, 研究方向为微分方程、图像处理等, E-mail: liuyaqing1981@163.com

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20140310.1923.010.html>

本文把布朗运动限制在二维状态,即让粒子只能接受周围 8 个方向合力的撞击或者向周围 8 个方向迁移,并且假定粒子每次被碰撞后只迁移固定的位移 s ,而且每时刻只有一次碰撞。由于粒子的迁移只和周围 8 个液体分子的撞击有关,具有局部连通性,这和 CNN 的性质是契合的。逻辑非兼平移 CNN 对图像的迁移和黑白转换进行了模拟^[9],也为布朗运动的 CNN 模拟提供了基础。

2 离散反馈型时滞细胞神经网络

在控制理论中,时滞方程和反馈控制已成为近年来的热点研究方向^[3-4]。在 CNN 中同样可以利用这些性质来实现一些特殊的功能。CNN 标准方程可改造如下

$$\dot{x}_{i,j}(t) = -x_{i,j}(t) + \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r a_{k,l}(t)g_1(y_{i+k,j+l}(t)) + \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r b_{k,l}(t)g_2(u_{i+k,j+l}(t-\tau)) + z, i=1,2,\dots,M, j=1,2,\dots,N$$

其中 $x_{i,j}, y_{i,j}, u_{i,j}, z_{i,j}$ 为标量,分别称为状态、输出、输入和阈值。参数 r 称为影响球半径。其中参数 $a_{k,l}, b_{k,l}$ 对应于电路中相应的 **A**-模板和 **B**-模板, g_1 和 g_2 分别为 $y_{i+k,j+l}, u_{i+k,j+l}$ 的函数,且当 $n\tau < t < (n+1)\tau, n=0,1,2,\dots$ 时,有 $u_{i+k,j+l}(t-\tau) = y_{i+k,j+l}(n\tau)$ 。

3 离散反馈型时滞 CNN 的模板设计

在下面的讨论中假设 g_1 和 g_2 为恒等函数。模板参数有如下形式

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{-1,-1}^{(\alpha,\beta)} & b_{-1,0}^{(\alpha,\beta)} & b_{-1,1}^{(\alpha,\beta)} \\ b_{0,-1}^{(\alpha,\beta)} & b_{0,0}^{(\alpha,\beta)} & b_{0,1}^{(\alpha,\beta)} \\ b_{1,-1}^{(\alpha,\beta)} & b_{1,0}^{(\alpha,\beta)} & b_{1,1}^{(\alpha,\beta)} \end{bmatrix}, \mathbf{Z} = z \quad (1)$$

其中 $\alpha, \beta \in \{-1, 0, 1\}$, 且

$$b_{k,l}^{(\alpha,\beta)} = \begin{cases} b, & \text{如果 } k=\alpha, l=\beta \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (2)$$

但是 **B**-模板每隔 τ 时间随机产生, $b_{k,l}$ 为 1 的概率近似为 $1/9$, 即

$$B(t) = B(n\tau), n\tau < t < (n+1)\tau, n=0,1,2,\dots \quad (3)$$

1) 大范围功能。给定:一个静态的灰度图像 P , 其中只有一个像素为 1; 输入: $U = P$; 初始状态: $X(0) = 0$; 边界条件: 狄利克雷边界条件, 对所有虚拟细胞 $u_{i,j} = -1$; 输出: $Y(t) \Rightarrow Y(\infty) =$ 像素为 1 的点以随机方向无休止的运动。

2) 反馈规则。

$$u_{i,j}(n\tau) = y_{i,j}(n\tau); x_{i,j}(n\tau) = 0; n\tau < t < (n+1)\tau, n=0,1,2,\dots, i=1,2,\dots,M, j=1,2,\dots,N \quad (4)$$

3) 时滞规则。

$$u_{i,j}(t) = y_{i,j}(t - \frac{\tau}{k}), n\tau + m \cdot \frac{\tau}{k} < t < n\tau + (m+1) \cdot \frac{\tau}{k}, k \in \mathbf{Z} \quad (5)$$

其中 $m=0,1,2,3,\dots, k-1; i=1,2,\dots,M, j=1,2,\dots,N$ 。

4) 局部规则。 $u_{i,j}(nT) \rightarrow y_{i,j}((n+1)T), n=0,1,2,\dots$

a) 任意 $(-1/1) \rightarrow$ 白色 (-1) , 如果此时 $u_{i+a,j+\beta}(nT) = -1$, 同时 $b_{a,\beta}(nT) = 1$;

b) 任意 $(-1/1) \rightarrow$ 黑色 (1) , 如果此时 $b_{a,\beta}(nT) = 1$, 同时 $u_{i+a,j+\beta}(nT) = 1$ 。

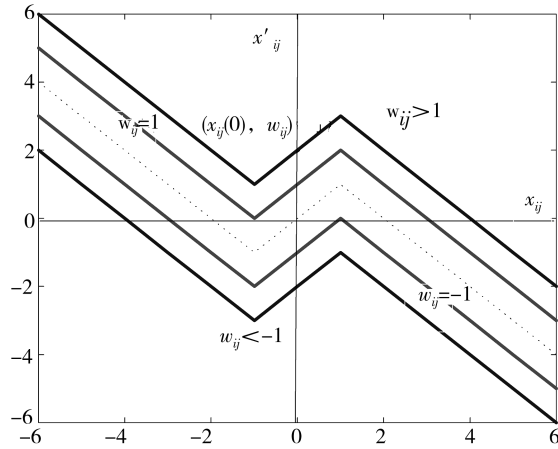
定理 1 如果 CNN 模板参数设置如(1)~(3)式定义, 反馈规则(4)和时滞规则(5)所设置, 如果满足如下不

等式, 则 CNN 满足上述的局部规则 $\begin{cases} a > 1 \\ |z| < b \end{cases}$ 。

证明 对于非自治反馈的随机 DCNN 的状态方程为

$$\dot{x}_{i,j}(t) = -x_{i,j}(t) + \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r a_{k,l}y_{i+k,j+l}(t) + \sum_{k=-r}^r \sum_{l=-r}^r b_{k,l}(t)u_{i+k,j+l}(t) + z = -x_{i,j}(t) + ay_{i,j}(t) + b(t)y_{i+a,j+\beta}(t - \frac{\tau}{k}) + z = -x_{i,j}(t) + ay_{i,j}(t) + b(n\tau)u_{i+a,j+\beta}(t - \frac{\tau}{k}) + z = -x_{i,j}(t) + ay_{i,j}(t) + \omega_{i,j}(t - \frac{\tau}{k})$$

其中 $i=1,2,\dots,M, j=1,2,\dots,N; n\tau+m\cdot\frac{\tau}{k}<t<n\tau+(m+1)\cdot\frac{\tau}{k}; k\in\mathbf{Z}; m=0,1,2,3,\dots,k-1; \omega_{ij} = b(n\tau)u_{i+a,j+\beta}\left(t-\frac{\tau}{k}\right)+z$ 。



当 $a>1$ 时, CNN 的动力学曲线如图 1 所示,从(5)式和图 1 可以看出

$$y_{i,j}(t) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } \omega_{i,j}\left(t-\frac{\tau}{k}\right) > 0, x_{i,j}(n\tau) = 0 \\ -1, & \text{如果 } \omega_{i,j}\left(t-\frac{\tau}{k}\right) < 0, x_{i,j}(n\tau) = 0 \end{cases}$$

情况 1, 如果 $b>0$, 且 $u_{i+a,j+\beta}(nT) = -1$, 则下列不等式可保证 $y_{i,j}((n+1)T) = -1$ 。

$$\omega_{i,j} = -b+z < 0, \text{即 } z < b。$$

情况 2, 如果 $b>0$, 且 $u_{i+a,j+\beta}(nT) = 1$, 则下列不等式可保证 $y_{i,j}((n+1)T) = 1$ 。

$$\omega_{i,j} = b+z > 0, \text{即 } z > -b。$$

图 1 离散反馈型时滞细胞神经网络动力学曲线

综上所述, 当 $a>1$ 时, 如果 $b>0$, 且 $-b < z < b$, 满足局部规则。

证毕

4 数值模拟

采用模板 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $b=1, z=-0.5$, 模拟的平台是 Matlab 7.0, 程序运行 199 s 和 500 s 时, 质点的运动轨迹如图 2 和图 3。其中小圆圈表示粒子的位置, 线代表运动轨迹。非自治反馈型 CNN 的模拟结果就是二维平面上一个质点的布朗运动状态, 称为粒子的二维随机行走。从图中可以看出粒子轨迹具有无规则性, 模拟结果证实了该理论分析的有效性。

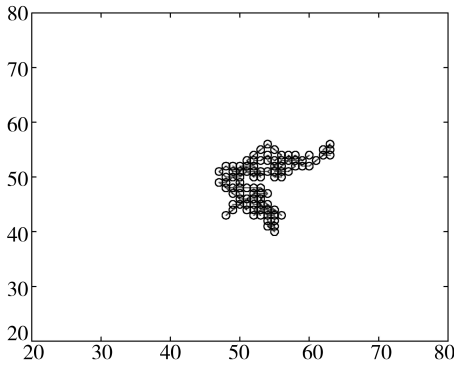


图 2 199 s 时粒子随机行走轨迹图

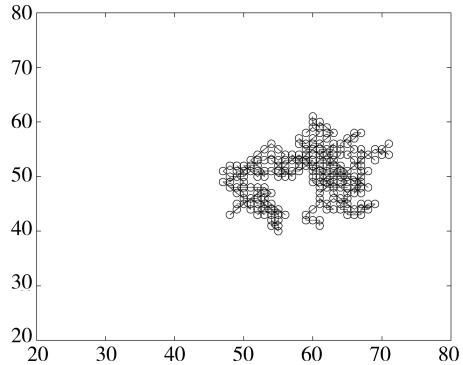


图 3 500 s 时粒子随机行走轨迹图

5 小结

离散反馈型随机 CNN 是在粒子迁移 CNN 的模板基础之上, 经过一定时间后把其随机状态作出反馈的 CNN。在整个处理过程中更关注粒子的布朗运动状态, 而不是其最终的稳定状态。这种随机的反馈的 CNN 模型, 使得 CNN 在随机领域获得了应用, 由于 CNN 的并行运算性质和随机性的普遍性, 这对于 CNN 及相关学科的发展具有重要意义。

参考文献:

[1] Chua L O, Yang L. Cellular neural networks: theory[J]. IEEE Trans Circuits Syst, 1988, 35(10): 1257-1272.

- [2] Chua L O, Yang L. Cellular neural networks: applications [J]. IEEE Trans Circuits Syst, 1988, 35(10): 1273-1290.
- [3] Cai H, Min L Q. Discrete-feedback cellular neural network and its applications [J]. International Conference on Communications Circuit and Systems, 2005(2): 944-968.
- [4] 胡品慧. 时滞系统预测控制研究 [C]//程代展, 王行愚. 第二十三届中国控制会议论文集(上册). 上海: 华东理工大学出版社, 2004: 129-131.
- Hu P H. Predictive Control of delay systems [C]//Cheng D Z, Wang X Y. The 23rd Chinese Control Conference, Shanghai: Press of East China University of Science and Technology, 2004: 129-131.
- [5] Harrer H, Nossek J A. Discrete-time cellular neural networks [J]. Int J of Circuit Theory and Applications, 1992, 20(5): 453-467.
- [6] Roska T, Chua L O. CNNs with nonlinear and delay-type template elements and non-uniform grids [J]. International Journal of Circuit and Applications, 1992, 20(5): 469-481.
- [7] Provata A, Turner J W, Nicolis G. Nonlinear chemical dynamics in low dimensions: an exactly soluble model [J]. J State Phys, 1993, 70(5/6): 1195-1201.
- [8] Tretyakov A, Provata A, Nicolis G. Nonlinear chemical dynamics in low-dimensional lattices and fractal sets [J]. J Phys Chem, 1995, 99(9): 2770-2780.
- [9] 苏永美, 闵乐泉, 卓新建. 逻辑非兼平移 CNN 的鲁棒性设计 [J]. 工程数学学报, 2006, 23(2): 64-68.
- Su Y M, Min L Q, Zhou X J. Robustness designs of logic not translation CNN [J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2006, 23(2): 64-68.

A Class of Discrete-feedback Delayed Cellular Neural Network Model and its Numerical Simulation

LIU Ya-qing¹, ZONG Feng-lei²

(1. Gengdan Institute, Beijing University of Technology, Beijing 101301;

2. Fengtai No. 2 Middle School, Beijing 100071, China)

Abstract: Cellular neural network is a large-scale nonlinear system, which has the advantages of high-speed computation and easily adapting hardware to realize, and which was applied to image processing and pattern recognition. Based on the time delay differential equations and feedback control, this paper designed a class of discrete feedback cellular neural networks, given the corresponding function template and its dynamics analysis, proposed a class of discrete feedback delayed cellular neural networks. With the help of simulation platform Matlab 7.0, this paper conducted a preliminary numerical simulation. The simulation results show the random of Brownian motion fully confirmed the validity of the theoretical analysis. The model can make particles random state feedback after certain time and can be used to simulate the random walk of the two-dimensional plane, which has important significance for the development of CNN and relevant subjects.

Key words: random walk; cellular neural network; discrete-feedback delayed cellular neural network

(责任编辑 黄颖)