DOI:10.11721/cqnuj20140211

Mlinex 损失函数下指数分布尺度参数的 Bayes 估计*

蒋 占 峰
(白城职业技术学院 师范教育系,吉林 白城 137000)

摘要:在 Mlinex 损失函数下,求出了指数分布的尺度参数的唯一 Bayes 估计量,并对 Bayes 估计 δ_B 的容许性和形如 $d\,[c+T(x)]$ 的估计量的容许性进行讨论。其主要结果是:在 Mlinex 损失函数下,指数分布的尺度参数的唯一 Bayes 估计是 $\delta_B=\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$,而且可容许的;形如 $d\,[c+T(x)]$ 的估计量当 $c>0,d^*<d<\infty$ 以及当 $c>0,d^*=d$ 时是可容许的。

关键词:Mlinex 损失;Bayes 估计;尺度参数 ;可容许性 ;指数分布
中图分类号:O212.5　　**文献标志码**:A　　**文章编码**:1672-6693(2014)02-0051-04

2004 年 Podder C. K. 提出了 Mlinex 损失函数,并研究了二次损失函数和 Mlinex 损失函数下 Pareto 分布的 Minimax 估计[1];文献[2]研究了加权平方损失函数和 Mlinex 损失函数下一类分布族参数的 Minimax 估计;文献[3]研究了 Mlinex 损失下 BurrⅫ部件可靠性指标的经验贝叶斯估计;文献[4]研究了对数误差平方损失函数和 Mlinex 损失函数下一类分布族参数的 Minimax 估计。文献[5-10]等研究了不同情形下指数分布的参数估计,但未涉及 Mlinex 损失函数下指数分布的尺度参数的 Bayes 估计问题。

本文研究 Mlinex 损失函数下指数分布的尺度参数的 Bayes 估计问题,并对 Bayes 估计 δ_B 的容许性和形如 $d\,[c+T(x)]$ 的估计量的容许性进行讨论。Mlinex 损失函数形式为

$$L(\theta,\delta)=\omega\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right],\omega>0,c\neq0 \tag{1}$$

本文仅考虑 MLinex 损失中 $c>0$ 的情形,对于 $c<0$ 情形可类似讨论。为了叙述问题方便,引入非容许性估计和可容许性估计的概念。

定义 1[5]　对给定的统计决策问题和随机化决策函数类 D,决策函数 $\delta(x)$ 称为非容许的,假设在 D 中存在有另一个决策函数 $\delta_1(x)$ 满足如下两个条件:1) $r(\theta,\delta_1)\leqslant r(\theta,\delta)$, $\forall\theta\in\Theta$;2) 在 Θ 中至少有一个 θ_0,有 $r(\theta_0,\delta_1)<r(\theta_0,\delta)$。假如在 D 中不存在满足上述条件的决策函数,则称 $\delta(x)$ 为容许的。在点估计问题中,相应的估计量称为非容许性估计和可容许性估计。

1 尺度参数 θ 的 Bayes 估计

设 $X_1,\cdots,X_n$ 来自指数分布总体 X 的独立样本,X 具有密度函数为 $f(x|\theta)=\theta\exp\{-\theta x\}$,其中 $x\geqslant0,\theta>0$,则来自母体的样本 $X_1,\cdots,X_n$ 的联合密度为 $f(x_1,\cdots,x_n|\theta)=\theta^n\exp\left\{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right\}$。

下面在 Mlinex 损失函数下,考虑尺度参数 θ 的 Bayes 估计问题。

定理 1　在给定先验分布 $\pi(\theta)$ 和损失函数(1)式下,若存在估计量 δ,其 Bayes 风险 $r(\delta)<\infty$,则 θ 有唯一的 Bayes 估计 $\delta_B=[E(\theta^{-c}|X)]^{-1/c}$。

证明　在损失函数(1)下,δ 对应的 Bayes 风险为 $r(\theta,\delta)=E(L(\theta,\delta(X)))=E\,[E(L(\theta,\delta(X))|X]=E\left[E\left[\omega\left(\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right)\middle|X\right]\right]$。欲使 $R(\theta,\delta)$ 达到最小,只须 $E\left[\omega\left(\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right)\middle|X\right]$ 几乎处处达到最小。

由于 $E\left[\omega\left(\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right)\middle|X\right]=\omega\,[\delta^cE(\theta^{-c}|X)-c\ln\delta+cE(\ln\theta|X)-1]$,令 $f(\delta)=\delta^cE(\theta^{-c}|X)-c\ln\delta+cE(\ln\theta|X)-1$,$f(\delta)$ 关于 δ 求导等于零解得 $\delta=[E(\theta^{-c}|X)]^{-1/c}$。因为 $f(\delta)$ 是凸函数,所以 δ 是 $f(\delta)$ 的唯一最小值点,故 $\delta_B=[E(\theta^{-c}|X)]^{-1/c}$。　证毕

* **收稿日期**:2013-01-16　**修回日期**:2013-09-18　**网络出版时间**:2014-03-10 19:23
资助项目:广东省教育科研“十二五”规划 2012 年度研究项目(No. 2012JK124)
作者简介:蒋占峰,男,高级讲师,研究方向为概率论与数理统计,E-mail:510371068@qq.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20140310.1923.011.html

定理2 设 $x_1,\cdots,x_n$ 来自指数分布的一个样本观察值,尺度参数 θ 的先验分布 $\pi(\theta)$ 服从 Gamma 分布 $\Gamma(\lambda,\beta)$,则尺度参数 θ 的 Bayes 估计为 $\delta_B=\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$ 。

证明 因为尺度参数 θ 的先验分布 $\pi(\theta)$ 服从 Gamma 分布 $\Gamma(\lambda,\beta)$,则 θ 的密度函数为 $\pi(\theta)=\frac{\lambda^{\beta}}{\Gamma(\beta)}\theta^{\beta-1}\exp\{-\lambda\ \theta\}$,样本似然函数为 $f(x_1,\cdots,x_n|\theta)=\theta^n\exp\left\{-\theta\ \sum_{i=1}^{n}x_i\right\}$ 。于是,θ 的后验分布密度为

$$\pi(\theta|X)=\frac{\pi(\theta)f(x_1,\cdots,x_n;\theta)}{\int\pi(\theta)f(x_1,\cdots,x_n;\theta)\mathrm{d}\theta}=\frac{\frac{\lambda^{\beta}}{\Gamma(\beta)}\theta^{\beta-1}\exp\{-\lambda\ \theta\}\cdot\theta^n\exp\left\{-\theta\ \sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}}{\int\left[\frac{\lambda^{\beta}}{\Gamma(\beta)}\theta^{\beta-1}\exp\{-\lambda\ \theta\}\cdot\theta^n\exp\left\{-\theta\ \sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\right]\mathrm{d}\theta}=$$

$$\frac{\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}}{\int\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta}=\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}$$

故 θ 的后验分布密度 $\pi(\theta|X)$ 服从以 $\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i$ 为尺度参数、以 $n+\beta$ 为形状参数的 Gamma 分布。

由定理1以及 θ 的后验分布密度,有

$$\delta_B=[E(\theta^{-c}|X)]^{-1/c}=\left[\int_0^{+\infty}\theta^{-c}\pi(\theta|X)\mathrm{d}\theta\right]^{-1/c}=\left[\int_0^{+\infty}\theta^{-c}\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta\right]^{-1/c}=$$

$$\left[\int_0^{+\infty}\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-c-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta\right]^{-1/c}=\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$$

证毕

2 Bayes 估计 δ_B 的容许性

定理3 在给定先验分布 $\pi(\theta)$ 和对称损失函数(1)下,θ 的 Bayes 估计 δ_B 是可容许性的。

证明 由于 Bayes 估计的 Bayes 风险不大于任何估计的 Bayes 风险,只须证明存在 θ 的一个估计 δ,其 Bayes 风险 $r(\delta)<\infty$,于是可得 $r(\delta_B)<\infty$,从而是可容许的。

由于 $r(\theta,\delta)=E(L(\theta,\delta(X)))=E[E(L(\theta,\delta(X))|X]=E\left[E\left[\omega\left(\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^c-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right)\middle|X\right]\right]$。不妨令 $\delta=1$,则有

$$r(\delta)=r(1)=\omega E(\theta^{-c}|X+c\ln\theta|X-1)=\omega\left[\int_0^{+\infty}\theta^{-c}\pi(\theta|X)\mathrm{d}\theta+c\int_0^{+\infty}\ln\theta\,\pi(\theta|X)\mathrm{d}\theta\right]=$$

$$\omega\left[\int_0^{+\infty}\theta^{-c}\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i))\right\}\mathrm{d}\theta+\right.$$

$$\left.c\int_0^{+\infty}\ln\theta\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta\right]=\omega[H_1(\theta)+H_2(\theta)]$$

其中,由于 $H_1(\theta)=\left[\frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$,对于给定的样本观察值存在且有界。而 $H_2(\theta)=c\int_0^{+\infty}\ln\theta\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta\Big]=0<\infty$。所以 $r(\delta)$ 存在且有界,又因为 $r(\delta_B)\leqslant r(\delta)<\infty$,所以 δ_B 是可容许估计。

证毕

3 估计量 $d[c+T(x)]$ 的容许性

因为 $\delta_B=\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)=d[c+T(x)]$,其中 $T(X)=\sum_{i=1}^{n}x_i$,$d=\left[\frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}$,$c=\lambda$,

$d^{*}=\left[\dfrac{\Gamma(n)}{\Gamma(n-c)}\right]^{1/c}$，$c>0$，$c,d\in\mathbf{R}$。下面讨论估计量 $d\,[c+T(x)]$ 的容许性。

定理 4　当 $c>0$，$d^{*}<d<\infty$时，估计量 $d\,[c+T(x)]$是可容许估计。

证明　在损失函数（1）下，证明了 θ 有唯一 Bayes 解 $\delta_B=\left[\dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\right)$，其中 $T(X)=\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$。此时先验分布的密度函数为 $\pi(\theta)=\dfrac{\lambda^{\beta}}{\Gamma(\beta)}\theta^{\beta-1}\exp\{-\lambda\,\theta\}$，$\lambda,\beta>0$，$\theta>0$。

当 $c>0$，$d^{*}<d<\infty$时，令 $c=\lambda$，$d=\left[\dfrac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}$，一定存在 n,β，使得该等式成立。由定理 3 已经得到了此时的 Bayes 估计 δ_B 是可容许性的。所以估计量 $d\,[c+T(x)]$是可容许估计。　证毕

定理 5　当 $c>0$，$d^{*}=d$ 时，估计量 $d\,[c+T(x)]$是可容许估计。

为了证明定理 5，先给出如下几个引理。

引理 1　当 $c>0$，$d^{*}=d$ 时，估计量 $\delta=d\,[c+T(x)]$，则其 Bayes 风险 $r(\delta)<\infty$。

证明　当 $c>0$，$d^{*}=d$ 时，估计量为 $d\,[c+T(x)]$时，其 Bayes 风险

$$r(\delta)=d\,(c+T(X))^{c}E\,(\theta^{-c}\,|X)-cE\,[d\,(c+T(X))\,]+cE(\ln\theta|X)-2=$$
$$\left[\frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}(c+T(X))-cE\left[\left[\frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}(c+T(X))\right]-2<$$
$$\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}(c+T(X))-cE\left[\left[\frac{\Gamma(n)}{\Gamma(n-c)}\right]^{1/c}(c+T(X))\right]-2$$

故其 Bayes 风险 $r(\delta)<\infty$。　证毕

引理 2　在损失函数（1）下，估计量 $\delta=d\,[c+T(x)]$对应的风险函数 $r(\theta,\delta)$关于 θ 是连续的。

证明　对任意 θ_1、$\varepsilon>0$，当$\dfrac{1}{2}\ln\theta_1<\ln\theta<\dfrac{3}{2}\ln\theta_1$ 时，有

$$|r(\theta,\delta)-r(\theta_1,\delta)|=\left|\int\omega\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)-1\right]\mathrm{d}F_{\theta}(\delta)-\int\omega\left[\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)-1\right]\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)\right|=$$
$$\left|\int\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)-\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)^{c}+c\ln\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)\right]\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)+\int\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)\right]\mathrm{d}\,[F_{\theta}(\delta)-F_{\theta_1}(\delta)]\right|\leqslant$$
$$\int\left|\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)^{c}+c\ln\frac{\delta}{\theta_1}-c\ln\frac{\delta}{\theta}\right|\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)+\int\left|\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)\right|\mathrm{d}\,|F_{\theta}(\delta)-F_{\theta_1}(\delta)|=G_1(\theta)+G_2(\theta)$$

由于对任意的 θ_1、$\varepsilon>0$，当$\dfrac{1}{2}\ln\theta_1<\ln\theta<\dfrac{3}{2}\ln\theta_1$ 时，有

$$G_1(\theta)\leqslant\left|\int\left[\exp\left\{c(\ln\delta-\frac{1}{2}\ln\theta_1)\right\}+c\ln\frac{\delta}{\theta_1}\right]\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)\right|$$

由引理 1 知 $r(\delta)<\infty$，故 $\left|\int\left[\exp\left\{c(\ln\delta-\dfrac{1}{2}\ln\theta_1)\right\}+c\ln\dfrac{\delta}{\theta_1}\right]\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)\right|$有界，进而 $G_1(\theta)$ 的被积函数有界，由控制收敛定理知，当 $\theta\to\theta_1$ 时，$G_1(\theta)\to 0$。

又由于 $G_2(\theta)$的被积函数　$\displaystyle\int\left|\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)\right|\mathrm{d}\,|F_{\theta}(\delta)-F_{\theta_1}(\delta)|\leqslant$

$$\int\cdots\int\left\{\left|\exp\left\{c\left(\ln\delta(x_1,\cdots,x_n)-\frac{1}{2}\ln\theta_1\right)\right\}\right|+\left|c\ln\frac{\delta(x_1,\cdots,x_n)}{\theta_1}\right|\right\}\cdot\frac{\theta^{n\alpha}}{[\Gamma(\alpha)]^{n}}\prod_{i=1}^{n}x_i^{\alpha-1}\exp\left\{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right\}\mathrm{d}x_1\cdots\mathrm{d}x_n<\infty$$

而　$$\int\cdots\int\left|\exp\left\{c\left(\ln\delta(x_1,\cdots,x_n)-\frac{1}{2}\ln\theta_1\right)\right\}\right|\cdot\frac{\theta^{n\alpha}}{[\Gamma(\alpha)]^{n}}\prod_{i=1}^{n}x_i^{\alpha-1}\exp\left\{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right\}\mathrm{d}x_1\cdots\mathrm{d}x_n<\infty$$

$$\int\cdots\int\left|c\,\ln\frac{\delta(x_1,\cdots,x_n)}{\theta_1}\right|\cdot\frac{\theta^{n\alpha}}{[\Gamma(\alpha)]^{n}}\prod_{i=1}^{n}x_i^{\alpha-1}\exp\left\{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right\}\mathrm{d}x_1\cdots\mathrm{d}x_n<\infty$$

于是由控制收敛定理知，当 $\theta\to\theta_1$ 时，$H_2(\theta)\to 0$。　证毕

引理 3　（Blyth 引理）[6]　假定参数空间 $\Omega\in\mathbf{R}^{n}$ 是开的，并且具有连续风险函数的估计形成一个完全类，令 δ 是一个具有连续风险函数的估计，$\{\pi_n\}$是一列（可能不真，即广义的）先验测度且满足：1）$r(\pi_n,\delta)<\infty$，$\forall\,n$；2）对任一非空开子集 $\Omega_0\in\Omega$，存在常数 $M>0$ 和 N，满足 $\int_{\Omega_0}\pi_n(\theta)\mathrm{d}\theta\geqslant M$，$\forall\,n\geqslant N$；3）$r(\pi_n,\delta)-r(\pi_n,\delta^{\pi_n})\to 0$，$n\to 0$。则估计量 δ 是可容许的。

证明　（定理 5）给定非退化先验分布的概率密度为 $\pi_k(\theta)=\dfrac{\lambda^{1/k}}{\Gamma(1/k)}\theta^{1/k-1}\exp\{-\lambda\,\theta\}$，则在损失函数（1）

下，且 $c=\lambda-a$ 时，其 Bayes 估计量为 $\delta_k=\left[\dfrac{\Gamma(n+1/k)}{\Gamma(n+1/k-c)}\right]^{1/c}(\lambda+\sum\limits_{i=1}^{n}x_i)$。所以 $\lim\limits_{k\to\infty}\delta_k=\delta$，比较估计量 δ 与 δ_k 的 Bayes 风险 $|r_{\pi_k}(\delta)-r_{\pi_k}(\delta_k)|=\left|\int[r(\theta,\delta)-r(\theta,\delta_k)]\pi(\theta)\,d\theta\right|\leqslant\int|r(\theta,\delta)-r(\theta,\delta_k)|\pi(\theta)\,d\theta$

而 $k\to 0$ 时，$\int|r(\theta,\delta)-r(\theta,\delta_k)|\pi(\theta)\,d\theta\to 0$。因此，由引理 3 知，估计量 $\delta=\left[\dfrac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}(\lambda+\sum\limits_{i=1}^{n}x_i)$ 是可容许估计。 证毕

参考文献：

[1] Podder C K，Roy M K，Bhniyan K J，et a1. Minimax estimation of the parameter of the Pareto distribution for quadratic and Mlinexloss functions[J]. Pak J Statist，2004，20(1)：137-149.

[2] 任海平，李中秋. 加权平方损失函数和 Mlinex 损失函数下一类分布族参数的 Minimax 估计[J]. 统计与决策，2009(14)：34-36.
Ren H P，Li Z Q. Estimation of distribution parameters of minimax of a class of weighted square loss function and Mlinex loss function[J]. Statistics and Decision，2009 (14)：34-36.

[3] 王琳，师义民，袁修国. Mlinex 损失下 BurrⅫ部件可靠性指标的经验贝叶斯估计[J]. 青岛科技大学学报：自然科学版，2011，32(2)：34-36.
Wang L，Shi Y M，Yuan X G. Empirical Bayes estimators of reliability performances of Burr Ⅻ parts under MLINEX loss[J].Journal of Qingdao University of Science and Technology：Natural Science Edition，2011，32(2)：34-36.

[4] 任海平，阳连武，廖莉. 对数误差平方损失函数和 Mlinex 损失函数下一类分布族参数的 Minimax 估计[J]. 江西师范学学报：自然科学版，2009，33(3)：326-330.
Ren H P，Yang L W，Liao L. Minimax estimation of parameter of a class distributions under the squared log error and MLINEX loss functions squared log error and MLINEX loss functions[J]. Journal of Jiangxi Normal University：Natural Science，2009，33(3)：326-330.

[5] 田霆，陈祥钟，黄春棋，等. 定时截尾缺失数据下指数分布的统计推断[J]. 华侨大学学报：自然科学版，2010，31(1)：109-112.
Tian T，Chen X Z，Huang C Q，et al. Statistical inference for the exponential distribution under multiply type-I censoring[J]. Journal of Huaqiao University：Natural Science，2010，31(1)：109-112.

[6] 陈琴. 中间删失下指数分布的参数估计[J]. 湖北师范学院学报：自然科学版，2010，30(1)：50-52.
Chen Q. Estimations of parameter of exponential distribution for middle—censored data[J]. Journal of Hubei Normal University：Natural Science，2010，30(1)：50-52.

[7] 蔡国梁，徐伟卿，赵树. 指数分布场合无失效数据参数的分级 Bayes 估计[J]. 统计与决策，2011(14)：19-21.
Cai G L，Xu W Q，Zhao S. Hierarchical Bayes estimation of zero failure data of exponential distribution parameter[J]. Statistics and Decision，2011(14)：19-21.

[8] 王余春. 基于分组数据的指数分布的参数矩估计[J]. 江西科学，2010，28(6)：724-726.
Wang Y C. Estimating Parameter in Exponential Distribution from Grouped Data[J]. Jiangxi Science，2010，28(6)：724-726.

[9] 茆诗松，王静龙，濮晓龙，等. 高等数理统计[M]. 北京：高等教育出版社，1998.
Mao S S，Wang J L，Pu X L，et al. Advanced mathematical statistics[M]. Beijing：Higher Education Press，1998.

[10] Zellner A. Bayesian estimation and prediction using asymmetric LoSS functions[J]. Americaa Statistical Association，1986，81(394)：446-451.

The Bayes Estimation of the Scale Parameter of the Exponential Distribution under Mliex Loss Function

JIANG Zhan-feng

(Department of Education，Baicheng Vocational and Technical Teachers College，Baicheng Jilin 137000，China)

Abstract：The only Bayes estimator of the scale parameter exponential distribution is solved under Mlinex loss function，at the same time，the permissibility of Bayes estimated δ_B and the permissibility of estimators such as $d\,[c+T(x)]$ are discussed. Main outcome is：under Mlinex loss function，the only Bayes estimator of the scale parameter exponential distribution is $\delta_B=\left[\dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\right)$，and it's admissible. The estimator such as $d\,[c+T(x)]$ is admissible when $c>0$，$d^*<d<\infty$ and $c>0$，$d^*=d$.

Key words：Mlinex loss；Bayesian estimation；scale parameter；admissibility；exponential distribution

（责任编辑 黄 颖）