DOI:10.11721/cqnuj20150115

一类捕食模型解的渐近行为*

孟义杰，汪继秀
(湖北文理学院 数学与计算机科学学院，湖北 襄阳 441053)

摘要:文章讨论了一类边界条件为 Neumann 边界、带有饱和与竞争项的捕食模型,获得了模型非负常稳态解的存在性和渐近行为的充分条件,即在条件 $0<k<a/(1+ab)$ 和 $a\geqslant 1/c$ 下,模型存在唯一的非负常稳态解,并且当 $kb(c+kb^2-b)>ac^2$ 时,此非负常稳态解是渐近稳定的。由于模型不具有单调性或混拟单调性,因此传统的上下解方法不能直接使用,为此改进了上下解和迭代方法,并结合抛物方程比较原理获得非负常稳态解的渐近行为,此结果表明扩散不影响非负常稳态解的渐近行为。

关键词:捕食模型;比较原理;渐近行为;上下解
中图分类号:O175.26　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2015)01-0076-05

1 预备知识

自然界中的一些生态现象都和捕食与竞争模型有关,该方向的研究吸引了国内外很多学者,并获得了一些很好的结果。在捕食与竞争模型的研究中,功能反应函数起着很大的作用。典型的功能反应函数通常表示为食物密度的线性函数或饱和函数(称为食物依赖型反应函数),如 Holling 型反应函数。然而食物依赖型模型与大量的实际观察到的生态现象不符,在实际的一些生态环境中捕食种群会对食物展开激烈的竞争,这时反应函数不仅依赖于食物,同时还依赖于捕食种群,如 Cantrell 和 Cosner 研究的带有 Beddington-DeAngeli 捕食模型[1]。Bazykin 在 Holling-II 响应函数的基础上,引入猎物的竞争项,建立了饱和与竞争项的功能反应函数,称为修正的 Holling-II 响应函数[2]。Wang[3]讨论了带有齐次 Dirichlet 边界的两种群捕食模型,通过使用锥上的拓扑度理论、分支理论和奇异扰动理论,获得了正解的存在性、多重性和稳定性。本文讨论了下面的带有饱和与竞争项(即修正的 Holling-II 响应函数)的捕食模型

$$\begin{cases} u_t-\Delta u=u\left(a-u-\dfrac{v}{(1+bu)(1+cv)}\right), x\in\Omega, t>0 \\ v_t-\Delta v=rv\left(\dfrac{u}{(1+bu)(1+cv)}-k\right), x\in\Omega, t>0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial n}=\dfrac{\partial v}{\partial n}=0, x\in\partial\Omega, t>0 \\ u(x,0)=u_0(x)\geqslant 0, v(x,0)=v_0(x)\geqslant 0, x\in\overline{\Omega} \end{cases}。\tag{1}$$

这里 u 和 v 是定义在 $\mathbf{R}^n$ 中的一个具有光滑边界 $\partial\Omega$ 的有界区域 Ω 中,u 和 v 分别表示两捕食种群的数量。a,b,c,r 和 k 都是正的常数,$\dfrac{v}{(1+bu)(1+cv)}$和$\dfrac{v}{(1+bu)(1+cv)}$是修正的 Holling-II 响应函数反应项,n 是边界 $\partial\Omega$ 的单位外法线方向向量,初值 $u_0(x)$ 和 $v_0(x)$ 是连续函数。如果 u_0 和 v_0 都不恒等于零,那么解 (u,v) 是正的,即对一切 $t>0$ 都有 $u(x,t)>0, v(x,t)>0, x\in\overline{\Omega}$。

如果函数反应项为 uv 和 ruv,那么系统(1)就是标准的 Lotka-Volterra 竞争模型,这已被广泛地研究。如果 $c=0$,那么函数反应项$\dfrac{u}{1+bu}$就是著名的 Holling-Ⅱ类型或 Michaelis-Menten 函数。文献[4]已经研究了模型(1)解的损耗性、持久性和平凡解的稳定性,但是没有讨论正解的存在性和稳定性。本文将进一步讨论系统(1)非负

* 收稿日期:2013-09-18　　修回日期:2014-10-15　　网络出版时间:2015-1-7 16:04
资助项目:湖北省教育厅项目(No. Q20122504;No. D20122501)
作者简介:孟义杰,男,副教授,研究方向为偏微分方程,E-mail: 245330581@qq.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20150107.1604.015.html

常稳态解的存在性、唯一性和渐近行为。由于研究的模型不具有单调性或混拟单调性，因此传统的上下解方法不能直接使用[5]，为此使用改进了上下解和迭代方法[6-8]，并结合抛物方程比较原理获得非负常稳态解的渐近行为。

2 主要结果和证明

这部分将讨论出系统(1)的非负稳态解的存在性和渐近行为。

定理 若 $0<k<a/(1+ab)$ 和 $a\geqslant 1/c$，则系统(1)存在唯一的非负常稳态解 (u^*,v^*)，并且当 $u_0(x)$，$v_0(x)$ 不恒为零，$kb(c+kb^2-b)>ac^2$ 时，则系统(1)的任何解 (u,v) 都有

$$\lim_{t\to\infty}(u(x,t),v(x,t))=(u^*,v^*),\ \forall x\in\Omega, \tag{2}$$

即 (u^*,v^*) 是全局渐近稳定的。

证明 先证明非负常稳态解 (u^*,v^*) 的存在性和唯一性。由于考虑的是正常稳态解，此时 $u>0$，$v>0$ 且满足 $\begin{cases}(a-u)(1+bu)=\dfrac{v}{(1+cv)}\\ \dfrac{u}{(1+bu)}=k(1+cv)\end{cases}$。

由第2个方程知当 $u>k/(1-kb)$ 时，$v>0$。由(3)式知 $k/(1-kb)<u\leqslant a$。由计算知，当 $k/(1-kb)<u\leqslant a$ 时，v 是严格递增的，并且当 $u=a$ 时，$v=\dfrac{a-k(1+ab)}{kc(1+ab)}>0$。又由第1个方程得 $v=\dfrac{f(u)}{1-cf(u)}$，其中 $f(u)=(a-u)(1+bu)$，显然只有 $f(u)<1/c$ 时 $v>0$，而由条件 $a\geqslant 1/c$ 可得 u 应满足 $\dfrac{ab-1+\sqrt{(ab-1)^2+4(ac-1)/c}}{2b}<u\leqslant a$。当 $\dfrac{ab-1+\sqrt{(ab-1)^2+4(ac-1)/c}}{2b}<u\leqslant a$ 时，$f(u)$ 是严格递减的，而 v 关于 $f(u)$ 的单调递增函数，由此可知，当 $\dfrac{ab-1+\sqrt{(ab-1)^2+4(ac-1)/c}}{2b}<u\leqslant a$ 时，v 是严格递减的，并且当 $u=a$ 时，$v=0$。综上可得上面的稳态方程组有唯一的正解。

下面证明正常稳态解的稳定性。由(1)式中第1个方程，u 满足 $\begin{cases}u_t-\Delta u\leqslant u(a-u),x\in\Omega,t>0\\ \dfrac{\partial u}{\partial n}=0,x\in\partial\Omega,t>0\\ u(x,0)=u_0(x)\geqslant 0,x\in\overline{\Omega}\end{cases}$。由抛物方程比较原理易知

$$\lim_{t\to\infty}\sup\max_{\overline{\Omega}}u(x,t)\leqslant a\triangleq\overline{u}_1。\tag{3}$$

这样对任何 $\varepsilon>0$，存在 $T_1>0$，并且对所有的 $x\in\overline{\Omega}$ 和 $t>T_1$，都有 $u(x,t)\leqslant\overline{u}_1+\varepsilon$。由(1)式的第2个方程可知，$v$ 满足

$$\begin{cases}v_t-\Delta v\leqslant rv\left(\dfrac{\overline{u}_1+\varepsilon}{(1+b(\overline{u}_1+\varepsilon))(1+cv)}-k\right)=rv\dfrac{a-k-kab+\varepsilon-kb\varepsilon-kc(1+ab+b\varepsilon)v}{1+ab+b\varepsilon+c(1+ab+b\varepsilon)v},x\in\Omega,t\geqslant T_1\\ \dfrac{\partial v}{\partial n}=0,x\in\partial\Omega,t\geqslant T_1\\ v(x,T_1)>0,x\in\overline{\Omega}\end{cases}。$$

由于 $k<a/(1+ab)$，那么 $a-k-kab>0$，这样存在适当小的 $\varepsilon>0$，使得 $a-k-kab+\varepsilon-kb\varepsilon>0$。由抛物方程比较理论可得 $\lim\limits_{t\to\infty}\sup\max\limits_{\overline{\Omega}}v(x,t)\leqslant(a-k-kab+\varepsilon-kb\varepsilon)/(kc(1+ab+b\varepsilon))$。

从 ε 的任意性有

$$\lim_{t\to\infty}\sup\max_{\overline{\Omega}}v(x,t)\leqslant(a-k-kab)/(kc(1+ab))\triangleq\overline{v}_1。\tag{4}$$

这样对任何 $\varepsilon>0$，存在 $T_2>T_1$，并且对所有的 $x\in\overline{\Omega}$ 和 $t>T_2$，都有 $v(x,t)\leqslant\overline{v}_1+\varepsilon$。由(1)式的第2个方程可知，$u$ 满足

$$\begin{cases}u_t-\Delta u\geqslant u\left(a-u-\dfrac{\overline{v}_1+\varepsilon}{1+c(\overline{v}_1+\varepsilon)}\right)=u\left(\dfrac{ka(1+ab)+(a-1/c)(a-k(1+ab))+k(1+ab)(ac-1)\varepsilon}{a+kc(1+ab)\varepsilon}-u\right),x\in\Omega,t\geqslant T_2\\ \dfrac{\partial u}{\partial n}=0,x\in\partial\Omega,t\geqslant T_2\\ u(x,T_2)>0,x\in\overline{\Omega}\end{cases}。$$

由 $a\geqslant 1/c$ 知 $ka(1+ab)+(a-1/c)(a-k(1+ab))>0$,由抛物方程比较原理易知

$$\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar{\Omega}} u(x,t)\geqslant\frac{ka(1+ab)+(a-1/c)(a-k(1+ab))+k(1+ab)(ac-1)\varepsilon}{a+kc(1+ab)\varepsilon},$$

从 ε 的任意性有

$$\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar{\Omega}} u(x,t)\geqslant\frac{ka(1+ab)+(a-1/c)(a-k(1+ab))}{a}\triangleq\underline{u}_1。\tag{5}$$

显然,有 $\underline{u}_1=\dfrac{a(1+c\,\bar{v}_1)-\bar{v}_1}{1+c\,\bar{v}_1}\leqslant\bar{u}_1$。

所以对任何 $\varepsilon>0$,存在 $T_3>T_2$,并且对所有的 $x\in\bar{\Omega}$ 和 $t>T_3$,都有 $u(x,t)\geqslant\underline{u}_1-\varepsilon$。由(1)式的第2个方程可知,$v$ 满足

$$\begin{cases}v_t-\Delta v\geqslant rv\left(\dfrac{\underline{u}_1-\varepsilon}{(1+b(\underline{u}_1-\varepsilon))(1+cv)}-k\right)=rv\left(\dfrac{\underline{u}_1-k(1+b\underline{u}_1)-\varepsilon(1+kb)-kc(1+b\underline{u}_1-b\varepsilon)v}{(1+b\underline{u}_1-b\varepsilon))(1+cv)}\right),x\in\Omega,t\geqslant T_3\\ \dfrac{\partial v}{\partial n}=0,x\in\partial\Omega,t\geqslant T_3\\ v(x,T_3)>0,x\in\bar{\Omega}\end{cases}。$$

由于 $\underline{u}_1-k(1+b\underline{u}_1)>0$,对适当小的 $\varepsilon>0$,$\underline{u}_1-k(1+b\underline{u}_1)-\varepsilon(1+kb)>0$。由抛物方程比较原理得

$$\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar{\Omega}} v(x,t)\geqslant\frac{\underline{u}_1-k(1+b\underline{u}_1)-\varepsilon(1+kb)}{kc(1+b\underline{u}_1-b\varepsilon)}。$$

从 ε 的任意性有

$$\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar{\Omega}} v(x,t)\geqslant\frac{\underline{u}_1-k(1+b\underline{u}_1)}{kc(1+b\underline{u}_1)}\triangleq\underline{v}_1。\tag{6}$$

从 $\underline{u}_1\leqslant\bar{u}_1$ 易知 $\underline{v}_1\leqslant\bar{v}_1$。这样得到

$$\underline{u}_1\leqslant\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar{\Omega}} u(x,t)\leqslant\limsup_{t\to\infty}\max_{\bar{\Omega}} u(x,t)\leqslant\bar{u}_1,\tag{7}$$

和

$$\underline{v}_1\leqslant\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar{\Omega}} v(x,t)\leqslant\limsup_{t\to\infty}\max_{\bar{\Omega}} v(x,t)\leqslant\bar{v}_1。\tag{8}$$

又从(6)式知,对任何 $\varepsilon>0$,存在 $T_4>T_3$,并且对所有的 $x\in\bar{\Omega}$ 和 $t>T_4$,都有 $v(x,t)\geqslant\underline{v}_1-\varepsilon$。由(1)式的第1个方程可知,$u$ 满足

$$\begin{cases}u_t-\Delta u\leqslant u\left(a-u-\dfrac{\underline{v}_1-\varepsilon}{(1+b(\bar{u}_1+\varepsilon))(1+c(\underline{v}_1+\varepsilon))}\right)=\\ \qquad u\left(\dfrac{a(1+b\,\bar{u}_1)(1+c\underline{v}_1)-\underline{v}_1-\varepsilon(1+ab(1+c\underline{v}_1)-ac(1+b\,\bar{u}_1)+abc\varepsilon)}{(1+b\,\bar{u}_1)(1+c\underline{v}_1)+\varepsilon(b(1+c\underline{v}_1)-c(1+b\,\bar{u}_1)-bc\varepsilon)}-u\right)\\ \dfrac{\partial u}{\partial n}=0,x\in\partial\Omega,t\geqslant T_4\\ u(x,T_4)>0,x\in\bar{\Omega}\end{cases}。$$

类似前面的方法可得

$$\limsup_{t\to\infty}\max_{\bar{\Omega}} u(x,t)\leqslant\frac{a(1+b\,\bar{u}_1)(1+c\underline{v}_1)-\underline{v}_1}{(1+b\,\bar{u}_1)(1+c\underline{v}_1)}\triangleq\bar{u}_2。\tag{9}$$

这样,对任何 $\varepsilon>0$,存在 $T_5>T_4$,并且对所有的 $x\in\bar{\Omega}$ 和 $t>T_5$,都有 $u(x,t)\leqslant\bar{u}_2+\varepsilon$。所以由(1)式的第2个方程可知,$v$ 满足

$$\begin{cases}v_t-\Delta v\leqslant rv\left(\dfrac{\bar{u}_2+\varepsilon}{(1+b(\bar{u}_2+\varepsilon))(1+cv)}-k\right)=rv\left(\dfrac{\bar{u}_2-k(1+b\,\bar{u}_2)+\varepsilon(1-kb)-kc(1+b\,\bar{u}_2+b\varepsilon)v}{(1+b(\bar{u}_2+\varepsilon))(1+cv)}\right),x\in\Omega,t\geqslant T_5\\ \dfrac{\partial v}{\partial n}=0,x\in\partial\Omega,t\geqslant T_5\\ v(x,T_5)>0,x\in\bar{\Omega}\end{cases}。$$

类似地,可得

$$\limsup_{t\to\infty}\max_{\bar\Omega} v(x,t)\leqslant\frac{\bar u_2-k(1+b\,\bar u_2)}{kc(1+b\,\bar u_2)}\triangleq\bar v_2\text{。}\tag{10}$$

这表明，对任何 $\varepsilon>0$，存在 $T_6>T_5$，并且对所有的 $x\in\bar\Omega$ 和 $t>T_6$，都有 $v(x,t)\leqslant\bar v_2+\varepsilon$。所以由(1)式的第 1 个方程可知，$u$ 满足

$$\begin{cases}u_t-\Delta u\geqslant u\left(a-u-\dfrac{\bar v_2+\varepsilon}{(1+b(\underline{u}_1-\varepsilon))(1+c(\bar v_2+\varepsilon))}\right)=\\ \qquad u\left(\dfrac{a(1+b\underline{u}_1)(1+c\,\bar v_2)-\bar v_2-\varepsilon(1+ab(1+c\,\bar v_2)-ac(1+b\underline{u}_1)+abc\varepsilon)}{(1+b\underline{u}_1)(1+c\,\bar v_2)-\varepsilon(b(1+c\,\bar v_2)-c(1+b\underline{u}_1)+bc\varepsilon)}-u\right)\text{。}\\ \dfrac{\partial u}{\partial n}=0,x\in\partial\Omega,t\geqslant T_6\\ u(x,T_6)>0,x\in\bar\Omega\end{cases}$$

与前面的讨论类似可得

$$\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar\Omega} u(x,t)\geqslant\frac{a(1+b\underline{u}_1)(1+c\,\bar v_2)-\bar v_2}{(1+b\underline{u}_1)(1+c\,\bar v_2)}\triangleq\underline{u}_2\text{。}\tag{11}$$

类似地再从(11)式知，对任何 $\varepsilon>0$，存在 $T_7>T_6$，并且对所有的 $x\in\bar\Omega$ 和 $t>T_7$，都有 $u(x,t)\geqslant\underline{u}_2+\varepsilon$。所以由(1)式的第 2 个方程可知，$v$ 满足

$$\begin{cases}v_t-\Delta v>rv\left(\dfrac{\underline{u}_2-\varepsilon}{(1+b(\underline{u}_2-\varepsilon))(1+cv)}-k\right)=rv\left(\dfrac{\underline{u}_2-k(1+b\underline{u}_2)-\varepsilon(1-kb)-kc(1+b\underline{u}_2-b\varepsilon)v}{(1+b(\underline{u}_2-\varepsilon))(1+cv)}\right),x\in\Omega,t\geqslant T_7\\ \dfrac{\partial v}{\partial n}=0,x\in\Omega,t\geqslant T_7\\ v(x,T_7)>0,x\in\Omega\end{cases}\text{。}$$

由抛物方程的比较原理和 ε 的任意性，可得

$$\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar\Omega} v(x,t)\geqslant\frac{\underline{u}_2-k(1+b\underline{u}_2)}{kc(1+b\underline{u}_2)}\triangleq\underline{v}_2\text{。}\tag{12}$$

经过直接计算可知

$$\underline{u}_1\leqslant\underline{u}_2\leqslant\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar\Omega} u(x,t)\leqslant\limsup_{t\to\infty}\max_{\bar\Omega} u(x,t)\leqslant\bar u_2\leqslant\bar u_1,\tag{13}$$

和

$$\underline{v}_1\leqslant\underline{v}_2\leqslant\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar\Omega} v(x,t)\leqslant\limsup_{t\to\infty}\max_{\bar\Omega} v(x,t)\leqslant\bar v_2\leqslant\bar v_1\text{。}\tag{14}$$

定义数列 $\{\underline{u}_n\}$、$\{\bar u_n\}$、$\{\underline{v}_n\}$ 和 $\{\bar v_n\}$ 如下

$$\bar u_n=\frac{a(1+b\,\bar u_{n-1})(1+c\underline{v}_{n-1})-\underline{v}_{n-1}}{(1+b\,\bar u_{n-1})(1+c\underline{v}_{n-1})},\bar v_n=\frac{\bar u_n-k(1+b\,\bar u_n)}{kc(1+b\,\bar u_n)},\underline{u}_n=\frac{a(1+b\underline{u}_{n-1})(1+c\,\bar v_n)-\bar v_n}{(1+b\underline{u}_{n-1})(1+c\,\bar v_n)},\underline{v}_n=\frac{\underline{u}_n-k(1+b\underline{u}_n)}{kc(1+b\underline{u}_n)},\tag{15}$$

其中 $n=0,1,2,\cdots$，$\underline{u}_0=\bar u_0=\underline{v}_0=0$。

容易验证所定义的数列满足：

$$\underline{u}_1\leqslant\underline{u}_2\leqslant\cdots\leqslant\underline{u}_n\leqslant\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar\Omega} u(x,t)\leqslant\limsup_{t\to\infty}\max_{\bar\Omega} u(x,t)\leqslant\bar u_n\leqslant\bar u_{n-1}\leqslant\cdots\leqslant\bar u_1,\tag{16}$$

和

$$\underline{v}_1\leqslant\underline{v}_2\leqslant\cdots\leqslant\underline{v}_n\leqslant\liminf_{t\to\infty}\min_{\bar\Omega} v(x,t)\leqslant\limsup_{t\to\infty}\max_{\bar\Omega} v(x,t)\leqslant\bar v_n\leqslant\bar v_{n-1}\leqslant\cdots\leqslant\bar v_1\text{。}\tag{17}$$

这样 $\{\underline{u}_n\}$、$\{\bar u_n\}$、$\{\underline{v}_n\}$ 和 $\{\bar v_n\}$ 都是单调有界数列，极限都存在，分别记为 $\underline{u}$、$\bar u$、$\underline{v}$ 和 $\bar v$，则它们满足

$$\bar u=\frac{a(1+b\,\bar u)(1+c\underline{v})-\underline{v}}{(1+b\,\bar u)(1+c\underline{v})},\bar v=\frac{\bar u-k(1+b\,\bar u)}{kc(1+b\,\bar u)},\underline{u}=\frac{a(1+b\underline{u})(1+c\,\bar v)-\bar v}{(1+b\underline{u})(1+c\,\bar v)},\underline{v}=\frac{\underline{u}-k(1+b\underline{u})}{kc(1+b\underline{u})}\text{。}\tag{18}$$

下面证明 $\underline{u}=\bar u$ 和 $\underline{v}=\bar v$。由(18)式有

$$\bar u-\underline{u}=\frac{1}{c}\frac{b(\bar u-\underline{u})}{(1+b\underline{u})(1+b\,\bar u)}+\frac{1}{c}\left(\frac{1}{(1+b\,\bar u)(1+c\underline{v})}-\frac{1}{(1+b\underline{u})(1+c\,\bar v)}\right)=\frac{1}{c}\frac{b(\bar u-\underline{u})}{(1+b\underline{u})(1+b\,\bar u)}+$$

$$\frac{1}{c}\left(\frac{k(1+b\underline{u})}{(1+b\overline{u})\underline{u}}-\frac{k(1+b\overline{u})}{(1+b\underline{u})\overline{u}}\right)=\frac{1}{c}\frac{b(\overline{u}-\underline{u})}{(1+b\underline{u})(1+b\overline{u})}+\frac{1}{c}\left(\frac{k(\overline{u}-\underline{u})}{(1+b\overline{u})(1+b\underline{u})\overline{u}\underline{u}}-\frac{kb^2(\overline{u}-\underline{u})}{(1+b\overline{u})(1+b\underline{u})}\right)。$$

整理得$\dfrac{(\overline{u}-\underline{u})}{(1+b\overline{u})(1+b\underline{u})\overline{u}\underline{u}}((c(1+b\overline{u})(1+b\underline{u})+kb^2-b)\overline{u}\underline{u}-k)=0$。因为

$$(c(1+b\overline{u})(1+b\underline{u})+kb^2-b)\overline{u}\underline{u}-k>(c+kb^2-b)\left(\frac{k(1+ab)}{ac}\right)^2-k>(c+kb^2-b)\frac{k^2b}{ac^2}-k>0,$$

所以$\underline{u}=\overline{u}$。

再由(18)式,有$\overline{v}-\underline{v}=\dfrac{\overline{u}-\underline{u}}{kc(1+b\underline{u})(1+b\overline{u})}$,从而可得$\overline{v}=\underline{v}$。

记 $u^*=\underline{u}=\overline{u}, v^*=\overline{v}=\underline{v}$,则从(18)式知$(u^*,v^*)$满足 $u^*=\dfrac{a(1+bu^*)(1+cv^*)-v^*}{(1+bu^*)(1+cv^*)}, v^*=\dfrac{u^*-k(1+bu^*)}{kc(1+bu^*)}$,由此可知$(u^*,v^*)$是系统(1)的非负常稳态解。

最后由(13)、(14)式,得到$\lim\limits_{t\to\infty}(u(x,t),v(x,t))=(u^*,v^*)$。 证毕

参考文献:

[1] Cantrell R S, Cosne C. On the dynamics of predator-prey models with th Beddington-DeAngelis functional response [J]. Journal of Mathematics Analysis and Application, 2001, 257:206-222.

[2] Bazykin A D. Nonlinear dynamics of interacting populations [M]. Singapore: World Scientific, 1998.

[3] Wang M X, Wu Q. Positive solutions of a prey-predator model with predator saturation and competition[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2008, 345(2): 708-718.

[4] 孟义杰,肖氏武.一类带有饱和与竞争函数项的捕食模型解的稳定性[J].湖北文理学院学报,2012,33(11):8-10.
Meng Y J, Xiao S W. Stability of solutions of a predator-prey model with Predator saturation and Competition function[J]. Journal of HuBei University of Arts and Science, 2012, 33(11):8-10.

[5] 叶其孝,李正元.反应扩散方程引论[M].北京:科学出版社,1990.
Ye Q X, Li Z Y. Introduce on reaction diffusion equation [M]. Beijing: Science Press, 1990.

[6] Wang Y F, Meng Y J. Asymptotic behavior of a competition-diffusion system with time delays[J]. Math and Comput Model, 2003, 38:509-517.

[7] Meng Y J, Wang Y F. Asymptotic behavior of a competition-diffusion asymptotic behavior of a predator-prey system with time delays[J]. E J Diff Equa, 2005, 131:1-11.

[8] Pao C V. Nonlinear parabolic and elliptic equations[M]. New york: Plenum Press, 1992.

Asymptotic Behavior of Solutions of a Predator-Prey Model with Predator Saturation and Competition Function

MENG Yijie, WANG Jixiu

(School of Mathematics and Computer Science, Hubei University of Arts and Science, Xiangyang Hubei 441053, China)

Abstract: In this paper, a predator-prey model with predator saturation and competition function response under homogeneous Neumann boundary condition is considered. The sufficient conditions of existence of the nonnegative constant steady states solutions: $0<k<a/(1+ab), a\geqslant 1/c$ are obtained, and some sufficient conditions: $kb(c+kb^2-b)>ac^2$ to guarantee the asymptotic behavior of the nonnegative constant steady states solutions are given. Since the model which we study hasn't monotonicity or mixed quasi monotonicity, so the traditional upper-lower solutions and iteration methods suit the model. To this end, we improve the upper-lower solutions and iteration method, and integrate with the parabolic equation comparison principle, obtain the asymptotic behavior of the nonnegative constant steady states solutions. The result indicates that the asymptotic behavior of the nonnegative constant steady states solutions is independent of the effect of diffusion.

Key words: predator-prey model; comparison principle; asymptotic behavior; upper-lower solutions

(责任编辑 黄 颖)