

基于变分不等式的多商品流供应链网络模型*

朱军辉, 程春蕊

(郑州航空工业管理学院 数理系, 郑州 450015)

摘要:针对多商品流的供应链网络均衡问题,考虑电子商务对供应链网络的影响,得到了制造商、零售商及需求市场的均衡条件,利用变分不等式形式把供应链网络均衡模型表述出来,得到了系统均衡的模型,利用拟牛顿法,得到了具有多商品流的供应链网络均衡模型的求解方法。用具体的数值算例验证了模型的合理性。

关键词:变分不等式;供应链网络;电子商务

中图分类号:O224;O241.5

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2015)04-0012-05

Nagurney 等人最先利用均衡的理论和方法,同时结合变分不等式的技巧,研究了具有单商品流的由多个供给市场、多个零售商及多个需求市场组成的供应链系统中不同层的决策者的决策选择及相互之间的影响,建立了反映供应链网络均衡状态的多层模型^[1-4]。在文献[5]中,单商品流的供应链网络的均衡模型由张铁柱、等人扩展到多种商品流供应链网络的均衡模型,文献[5]中的假设条件与文献[2]中 Nagurney 等人提出的基本模型相同,均考虑的是在质量品质上相同的商品的生产与销售行为。随着科技、经济的不断发展和进步,供应链网络受电子商务的影响愈来愈大。不同的电子商务类型对供应链的影响没有反映在文献[1-5]的供应链网络的均衡模型中。为了能更准确描述供应链网络的真实状态与实际情况,文献[6]考虑电子商务的影响,将单商品流的供应链网络的均衡模型做了扩展,建立了包含电子商务的供应链超网络均衡模型。本文在此基础上,在包含制造商、零售商及需求市场的多商品流的供应链网络中,考虑电子商务,得到了各层决策者的均衡模型和系统达到均衡的模型,并利用变分不等式形式描述均衡模型。

1 模型假设和符号约定

假设商品可由制造商直接销售并运输给零售商,零售商还可利用电子商务等虚拟方式与制造商进行交易,假设消费者与零售商之间也可进行电子商务等虚拟方式的交易。考虑由 m 个制造商, n 个零售商和 o 个需求市场组成的供应链网络模型,制造商、零售商、需求市场分别用 i, j, k 表示, s 种商品流, $h=1, 2, \dots, s$ 。均衡解用 $*$ 标明。 m 个制造商的第 h 种商品的生产量用 $q^h = (q_i^h)_{m \times 1}$ 表示,它是分量均为非负的列向量;制造商 i 在生产第 h 种商品时的成本用 f_i^h 表示;产品制造商与产品零售商之间的交易量组成一个 $2mns$ 维列向量,记为 $Q^1 = (q_{ijl}^h)$,它的分量均为非负数;产品零售商和产品需求市场之间的商品交易量组成 $2nos$ 维非负列向量,记为 $Q^2 = (q_{jkr}^h)$,其中 $r=1$ 表示通过实体方式进行交易, $r=2$ 表示交易时通过虚拟的方式进行;并设文中所提到的成本函数均为连续可微的凸函数。

2 具有多商品流的考虑电子商务的供应链网络模型

下面从供应链网络的三层成员,即供给市场、零售市场及需求市场等开展研究,对同层成员的竞争和不同层成员合作时的决策行为进行分析,推导其满足的均衡模型,并用变分不等式将其表述出来。

2.1 供给市场的行为分析与模型创建

* 收稿日期:2014-03-15 修回日期:2015-03-04 网络出版时间:2015-3-24 13:53

资助项目:国家自然科学基金(No. 11226337);2014年度河南省教育厅人文社科规划项目(No. 2014-gh-182);郑州航院青年科研基金项目(No. 2014113002; No. 2015113001)

作者简介:朱军辉,讲师,研究方向为最优化理论与算法, E-mail: jhzhunan@163.com

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20150324.1353.036.html>

假设制造商 i 在生产第 h 种商品时的成本为 $f_i^h = f_i^h(q^h)$, 即其依赖于第 h 种商品的产量 q^h 。假设制造商与零售商之间的交易成本为 $c_{ijl}^h = c_{ijl}^h(Q^1)$, 即其依赖于所有的交易量。制造商 i 第 h 种商品的产量满足方程

$$\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^2 q_{ijl}^h = q_i^h, h = 1, \dots, s. \quad (1)$$

注意到方程(1), 设制造商 i 在与零售商 j 利用第 l 种方式交易第 h 种商品时的价格为 ρ_{ijl}^{h*} 。制造商 i 的利润最大的最优化模型为

$$\max \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{h=1}^s \rho_{ijl}^{h*} q_{ijl}^h - \sum_{h=1}^s f_i^h(Q^1) - \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{h=1}^s c_{ijl}^h(Q^1), \quad (2)$$

它受约束于(1)式并且 $q_{ijl}^h \geq 0, j = 1, \dots, n; h = 1, \dots, s; l = 1, 2$ 。

(2)式中的第一项表示制造商的收益, 第二项表示制造商的生产成本, 而 c_{ijl}^h 表示制造商 i 与零售商 j 之间利用第 l 种方式交易第 h 种商品的交易成本, 其中 $l=1$ 表示通过实体方式进行交易, $l=2$ 表示通过虚拟方式进行交易。利用变分不等式, 对所有的制造商而言, 得最优性条件:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{h=1}^s \left[\frac{\partial f_i^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} + \frac{\partial c_{ijl}^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} - \rho_{ijl}^{h*} \right] \times [q_{ijl}^h - q_{ijl}^{h*}] \geq 0, \forall Q^1 \in \mathbf{R}_+^{2mns}. \quad (3)$$

2.2 零售市场的决策行为分析与模型构建

零售商的管理成本包含商品的展示所产生的费用及商品储存所产生的费用。假设所有的零售商的商品持有量都会影响每个零售商的管理成本, 即 $c_j^h = c_j^h(Q^1)$, 这是为了增强供应链网络模型的竞争性并使其更具一般性。零售商 j 通过第 l 种方式与制造商 i 交易第 h 种商品时产生的交易成本为 $\hat{c}_{ijl}^h = \hat{c}_{ijl}^h(Q^1)$, 其依赖于供给市场到零售市场的商品流量 Q^1 。零售商 j 与需求市场 k 利用虚拟方式交易第 h 种商品的交易成本为 $c_{jkr}^h = c_{jkr}^h(Q^2)$ 。零售商 j 的第 h 种商品的管理成本用 c_j^h 表示。设利用方式 r 从零售商 j 处购买第 h 种商品的价格为 ρ_{2jr}^{h*} 。零售商 j 的利润最优化模型可表述为

$$\max \sum_{h=1}^s \sum_{r=1}^2 \rho_{2jr}^{h*} \sum_{k=1}^o q_{jkr}^h - \sum_{h=1}^s c_j^h(Q^1) - \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^2 \sum_{h=1}^s \hat{c}_{ijl}^h(Q^1) - \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s c_{jkr}^h(Q^2) - \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^2 \sum_{h=1}^s \rho_{ijl}^{h*} q_{ijl}^h, \quad (4)$$

并且满足不等式约束

$$\sum_{k=1}^o \sum_{r=1}^2 q_{jkr}^h \leq \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^2 q_{ijl}^h, h = 1, \dots, s \quad (5)$$

和非负约束 $q_{ijl}^h \geq 0, i = 1, \dots, m; l = 1, 2; h = 1, \dots, s; q_{jkr}^h \geq 0, k = 1, \dots, o; h = 1, \dots, s; r = 1, 2$ 。

(4)式第一项表示零售商的总收益, 第二项表示零售商的管理成本, 第三项表示与制造商交易的成本, 第四项表示与消费者的交易成本, 第五项表示商品的采购成本。设管理成本函数为连续可微的凸函数, 零售商的交易成本函数亦为连续可微的凸函数, 则得到用变分不等式表述的所有零售商的最优性条件:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{h=1}^s \left[\frac{\partial c_{ijl}^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} + \rho_{ijl}^{h*} + \frac{\partial \hat{c}_{ijl}^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} - \gamma_j^{h*} \right] \times [q_{ijl}^h - q_{ijl}^{h*}] + \\ & \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s [-\rho_{2j1}^{h*} + \gamma_j^{h*}] \times [q_{jk1}^h - q_{jk1}^{h*}] + \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^s \left[\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^2 q_{ijl}^{h*} - \sum_{k=1}^o \sum_{r=1}^2 q_{jkr}^{h*} \right] \times [\gamma_j^h - \gamma_j^{h*}] + \\ & \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s \left[-\rho_{2j2}^{h*} + \frac{\partial c_{jkr}^h(Q^2)}{\partial q_{jkr}^h} + \gamma_j^{h*} \right] \times [q_{jk2}^h - q_{jk2}^{h*}] \geq 0, \forall Q^1 \in \mathbf{R}_+^{2mns}, Q^2 \in \mathbf{R}_+^{2nos}, \gamma \in \mathbf{R}_+^{ns}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\gamma = (\gamma_j^h)_{ns \times 1}$ 是 ns 维列向量, 由所有的拉格朗日乘子 γ_j^h 组成。

2.3 需求市场的均衡条件的建立

从零售市场 j 处购买第 h 种商品时, 需求市场 k 处的消费者若采用第 r 种方式, 则产生的交易成本记为 \hat{c}_{jkr}^h , 并有 $\hat{c}_{jkr}^h = \hat{c}_{jkr}^h(Q^2)$; 记 ρ_{3k}^h 表示需求市场 k 处的第 h 种商品的广义价格, 把广义价格组成一个 o 维列向量, 记为 ρ_3^h ; 在所有 o 个需求市场上, 将全部 s 种商品的广义价格组成的 so 维列向量记为 ρ_3 ; 在需求市场 k 上, 用 $d_k^h(\rho_3^h)$ 表示关于第 h 种商品的需求函数。

零售商的定价以及获得该商品的交易成本均为消费者在做消费决策时要考虑的因素, 因此在需求市场 k 处的均衡条件为: 对于所有的零售商 $j(j=1, \dots, n)$

$$\rho_{2jr}^{h*} + \hat{c}_{jkr}^h(Q^{2*}) \begin{cases} = \rho_{3k}^{h*}, & \text{若 } q_{jkr}^{h*} > 0, \\ \geq \rho_{3k}^{h*}, & \text{若 } q_{jkr}^{h*} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

和

$$d_k^h(\rho_3^{h*}) \begin{cases} = \sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^2 q_{jkr}^{h*}, & \text{若 } \rho_{3k}^{h*} > 0, \\ \leq \sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^2 q_{jkr}^{h*}, & \text{若 } \rho_{3k}^{h*} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

由(7)式得到

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s \sum_{r=1}^2 [\rho_{2jr}^{h*} + \hat{c}_{jkr}^h(Q^{2*}) - \rho_{3k}^{h*}] \times [q_{jkr}^h - q_{jkr}^{h*}] \geq 0. \quad (9)$$

由(8)式可得

$$\sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s [\sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^2 q_{jkr}^{h*} + \sum_{i=1}^m q_{ik}^{h*} - d_k^h(\rho_3^{h*})] \times [\rho_{3k}^h - \rho_{3k}^{h*}] \geq 0. \quad (10)$$

2.4 基于变分不等式的供应链网络均衡模型

定理 1 用变分不等式描述的考虑电子商务的供应链网络均衡模型的均衡条件可归结为寻找一组均衡解:

寻找 $(Q^1, Q^2, \gamma, \rho_3) \in \mathbf{R}_+^{2mns+2nos+ns+os}$, 使得

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{h=1}^s \left[\frac{\partial f_i^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} + \frac{\partial c_{ijl}^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} + \frac{\partial c_j^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} + \frac{\partial \hat{c}_{ijl}^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} - \gamma_j^h \right] \times [q_{ijl}^h - q_{ijl}^{h*}] + \\ & \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s [\hat{c}_{jk1}^h(Q^2) - \rho_{3k}^{h*} + \gamma_j^h] \times [q_{jk1}^h - q_{jk1}^{h*}] + \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^s \left[\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^2 q_{ijl}^{h*} - \sum_{k=1}^o \sum_{r=1}^2 q_{jkr}^{h*} \right] \times [\gamma_j^h - \gamma_j^{h*}] + \\ & \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s \left[\hat{c}_{jk2}^h(Q^2) - \rho_{3k}^{h*} + \frac{\partial c_{jk2}^h(Q^2)}{\partial q_{jk2}^h} + \gamma_j^h \right] \times [q_{jk2}^h - q_{jk2}^{h*}] + \\ & \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s \left[\sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^2 q_{jkr}^{h*} - d_k^h(\rho_3^{h*}) \right] \times [\rho_{3k}^h - \rho_{3k}^{h*}] \geq 0, \forall (Q^1, Q^2, \gamma, \rho_3) \in \mathbf{R}_+^{2mns+2nos+ns+os}. \end{aligned} \quad (11)$$

3 算法构建

为了找到供应链网络均衡条件,将(11)式化成标准的变分不等式形式。

设 $X = (Q^1, Q^2, \gamma, \rho_3)^T, F(X) = (F^1(X), F^2(X), F^3(X), F^4(X), F^5(X))^T$, 其中 $F^1(X) = (\dots, F_{ijl}^h(X), \dots)^T, F^2(X) = (\dots, F_{jk1}^h(X), \dots)^T, F^3(X) = (\dots, F_{jk2}^h(X), \dots)^T, F^4(X) = (\dots, F_j^h(X), \dots)^T, F^5(X) = (\dots, F_k^h(X), \dots)^T, F_{ijl}^h(X) = \frac{\partial f_i^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} + \frac{\partial c_{ijl}^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} + \frac{\partial c_j^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} + \frac{\partial \hat{c}_{ijl}^h(Q^1)}{\partial q_{ijl}^h} - \gamma_j^h, F_{jk1}^h(X) = \hat{c}_{jk1}^h(Q^2) - \rho_{3k}^h + \gamma_j^h, F_{jk2}^h(X) = \hat{c}_{jk2}^h(Q^2) - \rho_{3k}^h + \frac{\partial c_{jk2}^h(Q^2)}{\partial q_{jk2}^h} + \gamma_j^h, F_j^h(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^2 q_{ijl}^h - \sum_{k=1}^o \sum_{r=1}^2 q_{jkr}^h, F_k^h(X) = \sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^2 q_{jkr}^h - d_k^h(\rho_3^h)$, 因此变分不等式

(11)改写为

$$F(X^*)^T(X - X^*) \geq 0, \forall X \in \mathbf{R}_+, \quad (12)$$

(12)式的非线性互补问题为:找到 $X^* \in \mathbf{R}_+$, 使得

$$F(X^*)^T X^* = 0, F(X^*) \geq 0, \quad (13)$$

变分不等式与相应的非线性互补问题的等价性可参考文献^[7]。利用优函数法^[8], $\Phi(a, b) = [\sqrt{a^2 + b^2} - (a + b)]^2: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}_+$, (13)式能等价地转化为无约束最优化问题:

$$\min_{X \in \mathbf{R}_+} \Phi(X), \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi(X) = & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{h=1}^s \Phi(q_{ijl}^h, F_{ijl}^h(X)) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s \Phi(q_{jk1}^h, F_{jk1}^h(X)) + \\ & \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s \Phi(q_{jk2}^h, F_{jk2}^h(X)) + \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^s \Phi(\gamma_j^h, F_j^h(X)) + \sum_{k=1}^o \sum_{h=1}^s \Phi(\rho_{3k}^h, F_k^h(X)). \end{aligned} \quad (15)$$

无约束最优化问题的求解方法多种多样,常用的有共轭梯度法、最速下降法和牛顿法等。本文采用拟牛顿法来求解最优化问题(14)。

步骤 1 给定初始点 X_0 , 令 $H_0 = I$, 精度 ϵ , 令 $k = 0$ 。

步骤 2 如果 $\|g_k\| \leq \epsilon$, 则停止; 否则, 计算 $d_k = -H_k g_k$ 。

步骤 3 沿方向 d_k 作线性搜索求 $\lambda_k > 0$, 得到 $X_{k+1} = X_k + \lambda_k d_k$ 。

步骤 4 令 $g_{k+1} = \nabla \Phi(X_{k+1})$, $S_k = X_{k+1} - X_k$, $Y_k = g_{k+1} - g_k$, 校正 H_k , 产生 $H_{k+1} = H_k + \frac{S_k S_k^T}{S_k^T Y_k} - \frac{H_k Y_k Y_k^T H_k}{Y_k^T H_k Y_k}$ 。

步骤 5 $k := k + 1$, 转步骤 2。

4 算例分析

该供应链网络模型由两个制造商、两个零售商及两个需求市场组成, 并考虑两种商品流。决策变量为各层之间的商品流量及商品价格。

制造商成本函数: $f_1^1(q^1) = 2.5(q_1^1)^2 + q_1^1 q_2^1 + 2q_1^1$, $f_2^1(q^1) = 2.5(q_2^1)^2 + q_1^1 q_2^1 + 2q_2^1$,

交易成本函数:

$$c_{ij1}^h(Q^1) = 0.5(q_{ij1}^h)^2 + 3.5q_{ij1}^h, i = 1, 2; j = 1, 2,$$

$$c_{ij2}^h(Q^1) = 1.5(q_{ij2}^h)^2 + 3q_{ij2}^h, i = 1, 2; j = 1, 2.$$

零售商的管理成本:

$$c_1(Q^1) = 0.5 \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 q_{i1l} \right)^2, c_2(Q^1) = 0.5 \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 q_{i2l} \right)^2.$$

零售商通过两种方式从制造商处获得商品的交易成本:

$$\hat{c}_{ijl}^h(Q^1) = 1.5(q_{ijl}^h)^2 + 3q_{ijl}^h, i = 1, 2; j = 1, 2; l = 1, 2; h = 1, 2.$$

零售商与消费市场之间通过虚拟交易的成本:

$$c_{jk2}(Q^3) = 0.1(q_{jk2})^2 + 5q_{jk2}, j = 1, 2; k = 1, 2.$$

需求函数为

$$d_1^1(\rho_3) = -2\rho_{31} - 1.5\rho_{32} + 1000, d_2^1(\rho_3) = -2\rho_{32} - 1.5\rho_{31} + 1000.$$

消费者从零售商处通过两种方式获取商品的交易成本:

$$\hat{c}_{jk1}(Q^2, Q^3) = q_{jk1} + 5, \hat{c}_{jk2}(Q^2, Q^3) = 0.3q_{jk2}, j = 1, 2; k = 1, 2.$$

第二种商品除下述变动外, 其余全部与第一种商品的各种成本相同。

零售商 1 的生产成本变为: $f_1^2(q^2) = 2.5(q_1^2)^2 + q_1^2 q_2^2 + 12q_1^2$ 。

需求市场 1 的需求函数为: $d_1^2(\rho_3) = -2\rho_{31} - 1.5\rho_{32} + 2000$ 。

由计算得到的均衡解表明, 制造商通过传统的实体方式与零售商交易时的价格比通过虚拟交易时要低。而不管哪种商品, 制造商与零售商通过传统的实体交易的商品流量更大些, 这是因为零售商从制造商处通过两种方式获得商品的交易成本函数相同。

$$\rho_{1ij1}^* = 203.8012, \rho_{1ij2}^* = 212.9465, i = 1, 2,$$

$$j = 1, 2; \rho_{1111}^* = \rho_{1121}^* = 660.0612,$$

$$\rho_{1211}^* = \rho_{1221}^* = 658.3304, \rho_{1112}^* = \rho_{1122}^* = 690.3654, \rho_{1212}^* = \rho_{1222}^* = 689.2115,$$

$$\rho_{31}^* = \rho_{32}^* = 276.7188, \rho_{31}^{2*} = 897.0245, \rho_{32}^{2*} = 0.$$

表 1 制造商与零售商之间的流量

Tab. 1 Product flows shipped between manufacturers and retailers

交易的方式	商品	流量		
		零售商 1	零售商 2	
制造商 1	l=1	商品 1	9.395 294	9.395 294
		商品 2	30.554 20	30.554 20
	l=2	商品 1	6.346 863	6.346 863
		商品 2	20.452 80	20.452 80
制造商 2	l=1	商品 1	9.395 294	9.395 294
		商品 2	31.131 12	31.131 12
	l=2	商品 1	6.346 863	6.346 863
		商品 2	20.837 41	20.837 41

由表 1、表 2 得到,需求市场 1 的消费者消费商品 2 的量相比商品 1 大量增加,这是由于需求市场 1 的需求函数增大。而零售商与需求市场之间通过虚拟交易的商品流量较大,这可以从零售商通过虚拟方式与需求市场交易的边际成本及消费者从零售市场通过虚拟方式交易获得商品产生的交易成本与消费者从零售市场通过实体交易方式获得商品的交易成本相比较小得到解释。

计算的结果表明制造商到零售商的商品流量及价格、零售商到需求市场的商品流量及价格能较好地满足供应链网络均衡的条件。

5 结论

在一个由多个供给市场、多个零售市场及多个需求市场组成的多商品流供应链网络均衡模型中考虑电子商务对供应链的影响,用变分不等式形式描述了供应链网络达到均衡的条件。构造一个具体算例,给出了考虑电子商务的多商品流的供应链网络均衡模型的求解方法,算例的结果验证了模型的可行性和有效性。在以后的研究工作中,还可将时间、库存等决策变量考虑进来,建立能更准确描述供应链网络均衡状态的变分不等式模型。

参考文献:

- [1] Anna N, Zhao L. Variational inequalities and networks in the formulation and computation of market equilibria and disequilibria: the case of direct demand functions [J]. *Transportation Science*, 1993, 27(1): 4-15.
- [2] Anna N, Dong J, Zhang D. A supply chain network equilibrium model [J]. *Transportation Research: Part E*, 2002, 38(5): 281-303.
- [3] Anna N, Toyasaki F. Supply chain super networks and environmental criteria [J]. *Transportation Research: Part D*, 2003, 8(3): 185-213.
- [4] Liu Z G, Anna N. Multiperiod competitive supply chain networks with inventorying and a transportation network equilibrium reformulation [J]. *Optimization and Engineering*, 2012, 13(2): 471-503.
- [5] 张铁柱, 刘志勇, 滕春贤, 等. 多商品流供应链网络均衡模型的研究 [J]. *系统工程理论与实践*, 2005, 25(7): 61-66. Zhang T Z, Liu Z Y, Teng C X, et al. A multi-commodity flow supply chain network equilibrium model [J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2005, 25(7): 61-66.
- [6] Anna n, Jon L, Dong J, et al. Supply chain networks and electronic commerce: a theoretical perspective [J]. *Netnomics*, 2002, 4(2): 187-220.
- [7] Anna N. *Network economics: a variational inequality approach*, second and revised edition [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [8] Fisher A. A special Newton-type optimization method [J]. *Optimization*, 1992, 24: 269-284.

Operations Research and Cybernetics

A Multi-Commodity Flow Supply Chain Network Model-Based on the Variational Inequality

ZHU Junhui, CHENG Chunrui

(Department of Mathematics and Physics, Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management, Zhengzhou 450015, China)

Abstract: In this paper, we present a three-level supply chain network equilibrium conditions with multi-commodity flow in which electronic commerce is considered. Business-to-Consumer and Business-to-Business decision-making is synthesized in a supply chain network with multi-commodity flow. The equilibrium conditions for each set of decision-makers are derived. The finite-dimensional variation inequality formulation of the supply chain network equilibrium model is obtained. The equilibrium model of the supply chain network is given. A Quasi-Newton Method is built to solve the equilibrium model. A numerical example is given to show the rationality of the model.

Key words: variational inequality; supply chain network; electronic commerce

表 2 不同零售商到不同需求市场的商品流量

Tab.2 Product flows shipped between retailers and demand markets

两个零售商	交易的方式	到两个需求市场的商品流量			
		需求市场 1		需求市场 2	
		商品 1	商品 2	商品 1	商品 2
零售商 1	$l=1$	2.744 870	34.325 17	7.935 590	0
	$l=2$	5.489 741	68.653 5	15.871 18	0
零售商 2	$l=1$	2.744 870	34.325 17	7.935 590	0
	$l=2$	5.489 741	68.650 35	15.871 18	0