运筹学与控制论

DOI:10.11721/cqnuj20160224

带有可控加工时间和准备时间的单机排序问题*

张 雪，罗成新
(沈阳师范大学 数学与系统科学学院，沈阳 110034)

摘要：为考察资源分配和退化效应对工件排序的影响，在连续可分但不可再生的资源分配下，工件具有可控准备时间和加工时间的单机排序问题。工件的加工时间是关于退化效应和资源分配的函数，并且在每个工件加工之前，都有一个准备时间，它是有关资源分配的凸函数。本文给出一个最优算法来求解最小化最大完工时间问题。

关键词：资源分配；负荷；退化效应；准备时间；单机

中图分类号：O213 **文献标志码**：A **文章编号**：1672-6693(2016)02-0004-05

1 预备知识

在传统的排序问题中，工件的加工时间为固定的常数值，然而在许多现实应用中，工件的加工时间是变化的。Browne 及 Yechiali[1] 最先考虑具有一般线性退化效应的排序问题，其中工件的加工时间表示为：

$$p_j=\alpha_j+\beta_j s_j\,, \tag{1}$$

其中 α_j 是工件 J_j 的基本加工时间，β_j 是工件 J_j 的退化率，s_j 是工件 J_j 的开始时间。他们表明，将工件按照 $\frac{\alpha_j}{\beta_j}$ 非递减的顺序排列，可以将最大完工时间最小化。

通过消耗资源来控制工件的加工时间，是一个自然的假设，并且通常用资源消耗函数来描述工件的加工时间和资源分配量的关系。到目前为止，集中研究两种模型，即线性模型和凸资源函数模型。下面给出的线性资源消耗函数模型被频繁地使用[2-6]：

$$p_j(u_j)=\bar{p}_j-a_ju_j\,,0\leqslant u_j\leqslant\bar{u}_j\leqslant\frac{\bar{p}_j}{a_j}, \tag{2}$$

其中 $\bar{p}_j$ 是工件 J_j 的非压缩的加工时间，$\bar{u}_j$ 是可以分配给工件 J_j 的资源量的上界，u_j 是分配给工件 J_j 的资源量，a_j 是压缩率。

相比线性模型，下面的凸资源消耗函数模型更流行，并且已在许多文献中进行了研究[7-14]：

$$p_j(u_j)=\left(\frac{w_j}{u_j}\right)^k, \tag{3}$$

其中 u_j 是分配给工件 J_j 的资源量，w_j 是工件 J_j 的正的负荷量，k 是正参数。

在各种实际应用中，工件的加工时间既取决于它的开始时间，又取决于分配到工件的资源量。本文研究带有凸资源分配函数和连续的非可再生资源的排序模型。连续指的是任何可用资源量可以被分配给任何指定的工件。本文用下面的模型来分别描述资源分配量与工件的实际加时间及准备时间的关系：

$$p_j(u_j)=\left(\frac{w_j}{u_j}\right)^k+b_jt_j\,,j=1,2,\cdots,n, \tag{4}$$

$$s_i(v_i)=\left(\frac{w}{v_i}\right)^k,i=1,2,\cdots,n, \tag{5}$$

其中 w_j 是工件 J_j 的正的负荷量，u_j 是分配给工件 J_j 的资源量，b_j 是工件 J_j 的退化率，t_j 是工件 J_j 的开始时间，v_i 是运行工件 J_i 的准备时间的资源分配量，w 是运行准备时间的正的负荷量，k 是正参数。

---

* **收稿日期**：2015-05-21 **修回日期**：2015-12-23 **网络出版时间**：2016-1-20 21:25
作者简介：张雪，女，研究方向为排序理论，E-mail:13840491273@163.com；**通信作者**：罗成新，教授，E-mail:luochengxin@163.com
网络出版地址：http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20160120.2125.016.html

本文研究资源分配下工件具有可控加工时间和准备时间的单机排序问题,给出最优算法来求解最小化最大完工时间。

2 问题描述

本文所需的符号,$p_i(u_i)$ 指工件 J_i 的实际加工时间,$i=1,2,\cdots,n$;$s_i(v_i)$ 为工件 J_i 的准备时间,$i=1,2,\cdots,n$;b_i 为工件 J_i 的退化率;t_i 为工件 J_i 的开始时间;w_i 为工件 J_i 的正的负荷量;w 为运行准备时间的正的负荷量;v_i 为运行工件 J_i 的准备时间的资源分配量;u_i 为分配给工件 J_i 的资源量;c_i 为工件 J_i 的完工时间,$i=1,2,\cdots,n$;U 为不可再生的资源总量;k 为正参数;$C_{\max}$为所有工件的最大完工时间。

一组 n 个不可中断的工件 $N=\{J_1,J_2,\cdots,J_n\}$ 在 0 时刻均已到达,在单机上进行加工。工作 J_i 的实际加工时间为 $p_i(u_i)=\left(\frac{w_i}{u_i}\right)^k+b_it_i,i=1,2,\cdots,n$,这里 u_i 是分配给工件 J_i 的资源量,w_i 是工件 J_i 的正的负荷量,b_i 是工件 J_i 的正的退化率,t_i 是工件 J_i 的开始时间,k 是正参数。每个工件被加工之前,都有一个准备时间 $s_i(v_i)$,$s_i(v_i)=\left(\frac{w}{v_i}\right)^k,i=1,2,\cdots,n$,这里 v_i 表示分配给工件 J_i 的准备时间的资源量。设 U 是可用的资源总量,由于工件所需资源总量不能超过可用的资源总量,因此 $\sum_{j=1}^{n}u_j+\sum_{i=1}^{n}v_i\leqslant U$ 。

3 主要结论

寻求一个具有最佳资源分配方案 $\boldsymbol{u}=(u_1,u_2,\cdots,u_n)$,$\boldsymbol{v}=(v_1,v_2,\cdots,v_n)$和最优的工件排序来最小化最大完工时间。

设工件的加工顺序为 $\pi=\{J_{[1]},J_{[2]},\cdots,J_{[n]}\}$,其中 $J_{[r]}$ 表示第 r 个位置的工件。第一个工件的完成时间显然是 $c_1=s_1(v_{[1]})+p_1(u_{[1]})=s_1(v_{[1]})+\left(\frac{w_{[1]}}{u_{[1]}}\right)^k+b_1s_1(v_{[1]})=\left(\frac{w_{[1]}}{u_{[1]}}\right)^k+(1+b_1)\left(\frac{w}{v_{[1]}}\right)^k$。

第二个工件的完成时间是:

$$c_2=c_1+s_2(v_{[2]})+p_2(u_{[2]})=c_1+s_2(v_{[2]})+\left(\frac{w_{[2]}}{u_{[2]}}\right)^k+b_2[c_1+s_2(v_{[2]})]=$$

$$\left(\frac{w_{[2]}}{u_{[2]}}\right)^k+(1+b_2)c_1+(1+b_2)s_2(v_{[2]})=\left(\frac{w_{[2]}}{u_{[2]}}\right)^k+(1+b_2)\left(\frac{w_{[1]}}{u_{[1]}}\right)^k+(1+b_2)(1+b_1)s_1(v_{[1]})+(1+b_2)s_2(v_{[2]})=$$

$$\left(\frac{w_{[2]}}{u_{[2]}}\right)^k+(1+b_2)\left(\frac{w_{[1]}}{u_{[1]}}\right)^k+(1+b_2)(1+b_1)\left(\frac{w}{v_{[1]}}\right)^k+(1+b_2)\left(\frac{w}{v_{[2]}}\right)^k。$$

第三个工件的完工时间是:

$$c_3=c_2+s_3(v_{[3]})+p_3(u_{[3]})=c_2+s_3(v_{[3]})+\left(\frac{w_{[3]}}{u_{[3]}}\right)^k+b_3[c_2+s_3(v_{[3]})]=$$

$$\left(\frac{w_{[3]}}{u_{[3]}}\right)^k+(1+b_3)c_2+(1+b_3)s_3(v_{[3]})=\left(\frac{w_{[3]}}{u_{[3]}}\right)^k+(1+b_3)\left(\frac{w_{[2]}}{u_{[2]}}\right)^k+(1+b_3)(1+b_2)\left(\frac{w_{[1]}}{u_{[1]}}\right)^k+$$

$$(1+b_3)(1+b_2)(1+b_1)s_1(v_{[1]})+(1+b_3)(1+b_2)s_2(v_{[2]})+(1+b_3)s_3(v_{[3]})=$$

$$\left(\frac{w_{[3]}}{u_{[3]}}\right)^k+(1+b_3)\left(\frac{w_{[2]}}{u_{[2]}}\right)^k+(1+b_3)(1+b_2)\left(\frac{w_{[1]}}{u_{[1]}}\right)^k+$$

$$(1+b_3)(1+b_2)(1+b_1)\left(\frac{w}{v_{[1]}}\right)^k+(1+b_3)(1+b_2)\left(\frac{w}{v_{[2]}}\right)^k+(1+b_3)\left(\frac{w}{v_{[3]}}\right)^k。$$

在一般情况下 $c_j=\left(\frac{w_{[j]}}{u_{[j]}}\right)^k+\sum_{i=1}^{j}\left(\frac{w_{[i]}}{u_{[i]}}\right)^k\prod_{l=i+1}^{j}(1+b_l)+\sum_{i=1}^{j}\left(\frac{w}{v_{[i]}}\right)^k\prod_{l=i}^{j}(1+b_l),j=1,2,\cdots,n$ 。因此,对于给定的工件排序和资源分配,最大完工时间可以由下面的表达式给出:

$$C_{\max}=c_n=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w_{[j]}}{u_{[j]}}\right)^k\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)+\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w}{v_{[j]}}\right)^k\prod_{l=j}^{n}(1+b_l)+\left(\frac{w_{[n]}}{u_{[n]}}\right)^k。$$

为了简化上述表达式,定义 $b_{n+1}=0$,并改写 $C_{\max}$的表达式如下:

$$C_{\max}=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w_{[j]}}{u_{[j]}}\right)^k\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)+\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w}{v_{[j]}}\right)^k\prod_{l=j}^{n}(1+b_l)。\tag{6}$$

观察到最优工件排序和最佳资源分配方案必须包含所有可用的资源，即满足 $\sum_{j=1}^{n}u_j+\sum_{i=1}^{n}v_i=U$ 。另一个特点是，上述目标函数(6)可以分解为 $2n$ 个不同部分，并且每部分依赖于不同的资源分配量 $u_j,j=1,2,\cdots,n$ 和 $v_i,i=1,2,\cdots,n$。这两个特点对求解最优值是至关重要的。

引理1 对于给定的工件排序 $\pi=\{J_{[1]},J_{[2]},\cdots,J_{[n]}\}$，下面的表达式提供了最佳资源分配方案 $\boldsymbol{u}=(u_1,u_2,\cdots,u_n)$，$\boldsymbol{v}=(v_1,v_2,\cdots,v_n)$来最小化最大完工时间：

$$u_{[j]}^{*}=U\cdot A^{-1}\cdot w_{[j]}^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}},j=1,2,\cdots,n,\tag{7}$$

$$v_{[i]}^{*}=U\cdot A^{-1}\cdot w^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=i}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}},i=1,2,\cdots,n,\tag{8}$$

其中

$$A=\sum_{j=1}^{n}w_{[j]}^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}+w^{\frac{k}{k+1}}\sum_{i=1}^{n}\prod_{l=i}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}。\tag{9}$$

证明 因为完工时间是一个有关资源分配的递减函数，所以资源消耗的约束条件将成为等式。因此，可以应用拉格朗日方法获得最佳的资源分配方案。拉格朗日函数，对任意的固定的工件排序如下：

$$L(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\lambda)=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w_{[j]}}{u_{[j]}}\right)^{k}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{w}{v_{[i]}}\right)^{k}\prod_{l=i}^{n}(1+b_l)+\lambda\times\left(\sum_{j=1}^{n}u_j+\sum_{i=1}^{n}v_i-U\right)\tag{10}$$

其中 λ 是拉格朗日乘数。

很容易看出 $L(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\lambda$ 是一个凸函数，因此，考虑决策变量(u_j,v_i,λ)，得到了最优解的充分必要条件如下：

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\lambda)}{\partial\lambda}=\sum_{j=1}^{n}u_j+\sum_{i=1}^{n}v_i-U=0,\tag{11}$$

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\lambda)}{\partial u_{[j]}}=-k\left(\frac{w_{[j]}^{k}}{u_{[j]}^{k+1}}\right)\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)+\lambda=0,j=1,2,\cdots,n,\tag{12}$$

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\lambda)}{\partial v_{[i]}}=-k\left(\frac{w^{k}}{v_{[i]}^{k+1}}\right)\prod_{l=i}^{n}(1+b_l)+\lambda=0,i=1,2,\cdots,n。\tag{13}$$

由(12)式消去 λ，得到：

$$u_{[j]}=u_{[1]}\times\left(\frac{w_{[j]}}{w_{[1]}}\right)^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=2}^{j}(1+b_l)^{-\frac{1}{k+1}},j=2,3,\cdots,n,\tag{14}$$

由(12)、(13)式得到：

$$v_{[i]}=u_{[1]}\times\left(\frac{w}{w_{[1]}}\right)^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=2}^{i-1}(1+b_l)^{-\frac{1}{k+1}},i=1,2,\cdots,n。\tag{15}$$

将(14)、(15)式代入到(11)式，得到：

$$u_{[1]}=U\times\frac{\prod_{l=2}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}}{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w_{[j]}}{w_{[1]}}\right)^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}+\left(\frac{w}{w_{[1]}}\right)^{\frac{k}{k+1}}\sum_{i=1}^{n}\prod_{l=i}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}}。\tag{16}$$

最后将(16)式代入到(14)、(15)式，得到(7)、(8)式。 证毕

根据引理1，将(7)、(8)式代入到目标函数(6)中，显然发现，完工时间可以表示为有关工件的负荷和退化率的函数。

引理2 在最佳的资源分配方案(7)、(8)式下，最大完工时间可以由下面的表达式给出：

$$C_{\max}=A^{k+1}\times U^{-k}。\tag{17}$$

其中 A 由(9)式给出。

证明 将资源分配值 $u_j^{*},j=1,2,\cdots,n$ 和 v_i^{*}，i=1,2,…,n 代入到最大完工时间表达式(6)式中，得到：

$$C_{\max}=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w_{[j]}}{u_{[j]}}\right)^{k}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)+\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w}{v_{[j]}}\right)^{k}\prod_{l=j}^{n}(1+b_l)=\sum_{j=1}^{n}\left[\frac{w_{[j]}}{U\cdot A^{-1}\cdot w_{[j]}^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}}\right]^{k}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)+$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\frac{w}{U\cdot A^{-1}\cdot w^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}}\right]^k\prod_{l=j}^{n}(1+b_l)=\sum_{j=1}^{n}\frac{A^k}{U^k}\times w_{[j]}^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}+\sum_{j=1}^{n}\frac{A^k}{U^k}\times w^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}=$$

$$\frac{A^k}{U^k}\times\left[\sum_{j=1}^{n}w_{[j]}^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}+\sum_{j=1}^{n}w^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}\right]=A^{k+1}\times U^{-k}。$$ 证毕

引理 3　将工件按照$\frac{w_j^{\frac{k}{k+1}}}{(1+b_j)^{\frac{1}{k+1}}-1}$，$j=1,2,\cdots,n$ 递增的顺序排列，可以将最大完工时间最小化。

证明　假定 S 是最优排序，S'是另一个排序，S 和 S'的区别在于相邻两个工件 J_i 和 J_{i+1}互换。并且对于这两个工件$\frac{w_j^{\frac{k}{k+1}}}{(1+b_j)^{\frac{1}{k+1}}-1}$是严格递减的，即$\frac{w_i^{\frac{k}{k+1}}}{(1+b_i)^{\frac{1}{k+1}}-1}>\frac{w_{i+1}^{\frac{k}{k+1}}}{(1+b_{i+1})^{\frac{1}{k+1}}-1}$。由于 U 和 k 为正常数，所以最小化(17)式给出的最大完工时间相当于最小化函数 A：

$$A(S')-A(S)=\left[w_{i+1}^{\frac{k}{k+1}}\times(1+b_i)^{\frac{1}{k+1}}\prod_{l=i+2}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}+w^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=i+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}\right]+$$

$$\left[w_i^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=i+2}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}+w^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=i}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}\right]-\left[w_i^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=i+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}+w^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=i}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}\right]-$$

$$\left[w_{i+1}^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=i+2}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}+w^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=i+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}\right]。$$

经整理后得：

$$A(S')-A(S)=\prod_{l=i+2}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}\{w_{i+1}^{\frac{k}{k+1}}[(1+b_i)^{\frac{1}{k+1}}-1]-w_i^{\frac{k}{k+1}}[(1+b_{i+1})^{\frac{1}{k+1}}-1]\}。$$

因为假设$\frac{w_{i+1}^{\frac{k}{k+1}}}{(1+b_{i+1})^{\frac{1}{k+1}}-1}<\frac{w_i^{\frac{k}{k+1}}}{(1+b_i)^{\frac{1}{k+1}}-1}$，显然有 $w_{i+1}^{\frac{k}{k+1}}[(1+b_i)^{\frac{1}{k+1}}-1]<w_i^{\frac{k}{k+1}}[(1+b_{i+1})^{\frac{1}{k+1}}-1]$。即 $A(S')-A(S)<0$，这与 S 是最优排序矛盾。　证毕

由下面的算法可以求解最小化最大完工时间。

算法 1　输入：$U,k,w_j,w\ ,b_j,j=1,2,\cdots,n,b_{n+1}=0$。

第 1 步，将工件按照$\frac{w_j^{\frac{k}{k+1}}}{(1+b_j)^{\frac{1}{k+1}}-1}$递增的顺序排列。

第 2 步，按照 $u_{[j]}^*=U\cdot A^{-1}\cdot w_{[j]}^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}$，$j=1,2,\cdots,n$，$v_{[i]}^*=U\cdot A^{-1}\cdot w^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=i}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}$，$i=1,2,\cdots,n$ 分配资源，其中 $A=\sum_{j=1}^{n}w_{[j]}^{\frac{k}{k+1}}\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}+w^{\frac{k}{k+1}}\sum_{i=1}^{n}\prod_{l=i}^{n}(1+b_l)^{\frac{1}{k+1}}$。

第 3 步，计算最大完工时间值 $C_{\max}=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w_{[j]}}{u_{[j]}}\right)^k\prod_{l=j+1}^{n}(1+b_l)+\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{w}{v_{[j]}}\right)^k\prod_{l=j}^{n}(1+b_l)$。

定理 1　算法 1 可以在 $O(n\log n)$时间内得到最优解。

证明　基于引理 1～引理 3，算法 1 正确。算法 1 的第 1 步需要 $O(n\log n)$时间。第 2 步可以按照递推的方式在 $O(n)$时间内完成。计算 u_i 后，u_{i+1}可在固定的时间内计算。第 3 步也可以在 $O(n)$时间内计算。因此，产生最优解的时间复杂度是 $O(n\log n)$。　证毕

4 结语

本文研究了凸资源分配下工件具有可控加工时间和准备时间的单机排序问题。工件的加工时间是凸函数和线性函数的叠加，并且每个工件被加工之前，都有一个依赖于资源分配的准备时间。给出了一个最优算法求解最小化最大完工时间的问题。

参考文献:

[1] Browne S, Yechiali U. Scheduling deteriorating jobs on a single processor[J]. Operations Research, 1990, 38(3):495-498.

[2] Janiak A. One-machine scheduling with allocation of continuously-divisible resource and with no precedence constraints[J]. Kybernetika, 1987, 23(4):289-293.

[3] Panwalkar S S, Rajagopalan R. Single machine sequencing with controllable processing times[J]. European Journal of Operational Research, 1992, 59:298-302.

[4] Shabtay D. Single and two-resource allocation algorithms for minimizing the maximal lateness in a single machine [J]. Computers and Operations Research, 2004, 31(8): 1303-1315.

[5] Shakhlevich N V, Strusevich V A. Single machine scheduling with controllable release and processing parameterrs [J]. Discrete Applied Mathematics, 2006, 154(15): 2178-2199.

[6] Daniels R L. A multi-objective approach to resource allocation in single machine scheduling[J]. European Journal of Operational Research, 1990, 48:226-241.

[7] Alidaee B, Ahmadian A. Two parallel machine sequencing problems involving controllable job processing times[J]. European Journal of Operational Research, 1993, 70(3): 335-341.

[8] Janiak A, Kovalyov M Y. Single machine scheduling subject to deadlines and resource dependent precessing times[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 94(2): 284-291.

[9] Ng C T, Cai X, Cheng T C E, et al. Minimizing completion time variance with compressible processing times[J]. Journal of Global Optimization, 2005, 31(2):333-352.

[10] Monma C L, Schrijver A, Todd M J, et al. Convex resource allocation problems on directed acyclic graphs[J]. Duality, Complexity, Special Cases and Extensions, Mathematics of Operations Research, 1990, 15(4):736-748.

[11] Nowicki E, Zdrzalka S. A survey of results for sequencing problems with controllable processing times[J]. Discrete Applied Mathematics, 1990, 26:271-287.

[12] Cheng T C E, Janiak A, Kovalyov M Y. Single machine batch scheduling with resource dependent setup processing times[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 135:177-183.

[13] Oron D. Scheduling controllable processing time jobs in a deteriorating environment[J]. Journal of the Operational Research Society, 2014, 65:49-56.

[14] Shabtay D, Steiner G. Single machine batch scheduling to minimize total completion time and resource consumption costs[J]. J Sched, 2007, 10(4):255-261.

Operations Research and Cybernetics

Single Machine Scheduling Problem with Controllable Processing Time and Setup under Convex Resource Consumption Costs

ZHANG Xue, LUO Chengxin

(College of Mathematics and System Science, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China)

Abstract: In this paper, we study the single machine scheduling problem, where both setup and job processing times are controllable by allocating a continuously divisible nonrenewable resource. The processing time of jobs is a function of deterioration effects and resource allocation. Before each job is processed, a setup time is required; it is a convex function of resource allocation. We propose an optimal algorithm to solve the problem of minimizing the makespan.

Key words: resource allocation; workload; deteriorating jobs; setup time; single machine

(责任编辑 黄 颖)