2016 年 3 月 重庆师范大学学报(自然科学版) Mar. 2016
第 33 卷 第 2 期 Journal of Chongqing Normal University (Natural Science) Vol. 33 No. 2

DOI:10.11721/cqnuj20160219

利用混合 Gibbs 算法给出广义指数分布参数的贝叶斯估计*

王丙参，魏艳华
(天水师范学院 数学与统计学院，甘肃 天水 741001)

摘要:在分组数据和定数截尾场合,分别利用混合 Gibbs 算法给出广义指数分布参数的 Bayes 估计,并进行蒙特卡罗模拟,计算参数 Bayes 估计的均值、均方误差与可信区间,给出模拟过程中参数的轨迹图、直方图和自相关系数图,结果显示该算法可行、稳定、精度高。

关键词:Gibbs 抽样;广义指数分布;分组数据;定数截尾样本;Bayes 估计

中图分类号:O213 **文献标志码**:A **文章编号**:1672-6693(2016)02-0073-07

广义指数分布是指数分布的推广,在可靠性系统工程等领域有重要应用[1-4]。对于带有一定先验信息的数据,Bayes 估计具有独特优势,但在不完全数据场合,广义指数分布的后验分布很复杂,参数的完全条件分布不易抽样,如果用单一的 Gibbs 抽样法很难求得 Bayes 估计。可参照文献[5-8],将 Gibbs 抽样和自适应抽样等方法结合,但这些方法存在一些缺点:如公式推导较为复杂,不容易理解,计算机模拟效果也不十分理想,特别是受后验分布具体形式影响很大。因此,希望找到一种通俗易懂、约束条件少、稳定性强、模拟效果好的抽样方法。本文将 Gibbs 抽样和 Metropolis 算法结合(混合 Gibbs 算法)分别给出分组数据、定数截尾样本场合广义指数分布参数的 Bayes 估计。

1 混合 Gibbs 算法

在一般情况下参数的 Bayes 估计可转化为某后验分布 $\pi(x)$ 的积分计算,然而当后验分布 $\pi(x)$ 是复杂形式时,积分计算常常无法进行,但可利用总体 $\pi(x)$ 的样本估计此积分。MCMC 方法[9-11]是生成 $\pi(x)$ 样本的一种十分有效的方法,首先构造一个马氏链,使其平稳分布恰好为 $\pi(x)$,然后利用此马氏链的样本轨迹作为总体 $\pi(x)$ 的样本。马氏链转移核的构造方法不同形成了不同的 MCMC 方法,比如 Gibbs 抽样法和 M 算法。当后验分布是高维、非标准形式时,整体抽样往往非常困难,而利用序贯抽样思想可有效解决高维问题。Gibbs 抽样首先通过获得各个参数的完全条件分布,然后按其分量逐个抽样,这大大简化了问题。但是,当在某个或某些 Gibbs 步中的完全条件分布不易抽样时,这就需要借助其它抽样方法。在低维抽样时,M 算法非常方便,但在高维时,往往很难选择建议分布,而 Gibbs 抽样能起到降维的作用,把高维抽样转化为低维抽样,因此将二者结合使用,可优势互补,达到意想不到的效果。本文所指的混合 Gibbs 算法是将 Gibbs 抽样和 M 算法结合使用,即在 Gibbs 抽样的某个或某些 Gibbs 步中使用 M 算法抽取样本。

2 分组数据场合广义指数分布参数的 Bayes 估计

设某产品的寿命 T 服从两参数广义指数分布,其分布函数和密度函数分别为:

$$F(t|\alpha,\lambda)=(1-\mathrm{e}^{-\lambda t})^{\alpha},f(t|\alpha,\lambda)=\alpha\lambda(1-\mathrm{e}^{-\lambda t})^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\lambda t},t>0,\alpha>0,\lambda>0。$$

其中 α 为形状参数,λ 为尺度参数。

在时刻 $\tau_0=0$ 随机抽取 n 个产品同时投入试验并定期检测,如果发现失效,则停止检测。由于种种原因(比

* **收稿日期**:2015-05-04 **修回日期**:2015-06-11 **网络出版时间**:2016-1-20 21:26
资助项目:国家自然科学基金(No. 11265013);天水师范学院中青年教师科研项目(No. TSA1404)
作者简介:王丙参,男,讲师,研究方向为随机过程和统计计算,E-mail:wangbingcan2004@163.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20160120.2126.026.html

如技术、成本等),产品失效的具体时间未知,只能获得产品的失效时间区间,这样便可获得一组分组数据。已知:检测时刻为$\tau_0,\tau_1,\cdots,\tau_k$,它满足$0=\tau_0<\tau_1<\cdots<\tau_{k-1}<\tau_k=\infty$,落入时间区间$[\tau_{j-1},\tau_j)$中的失效个数为$r_j$,$j=1,2,\cdots,k$。将上述已知信息记为$Y$,具体失效时间$t_1,t_2,\cdots,t_n$未知。

由于Gibbs抽样需要利用参数的完全条件分布,这就需要联合分布$f(t_1,\cdots,t_n|\alpha,\lambda,Y)$的样本,但是分组数据的具体样本未知,这给抽样带来了很大困难。此时,可引进$t=(t_1,t_2,\cdots,t_n)$,$t_1\leqslant t_2\leqslant\cdots\leqslant t_n$为未观测到的具体试验数据,考虑$(t,\alpha,\lambda)$的后验分布。显然$t$的完全条件分布为

$$f(t_1,\cdots,t_n|\alpha,\lambda,Y)\propto f(t_1|\alpha,\lambda,Y)\cdots f(t_{r_1}|\alpha,\lambda,Y)I_{(0\leqslant t_1\leqslant\cdots\leqslant t_{r_1}<\tau_1)}\cdot$$
$$f(t_{r_1+1}|\alpha,\lambda,Y)\cdots f(t_{r_1+r_2}|\alpha,\lambda,Y)I_{(\tau_1\leqslant t_{r_1+1}\leqslant\cdots\leqslant t_{r_1+r_2}<\tau_2)}\cdot\cdots\cdot f(t_{r_k+1}|\alpha,\lambda,Y)\cdots f(t_n|\alpha,\lambda,Y)I_{(\tau_{k-1}\leqslant t_{r_k+1}\leqslant\cdots\leqslant t_n)}。$$

设X_j为落入区间$[\tau_{j-1},\tau_j)$的随机变量,即该产品寿命T在$[\tau_{j-1},\tau_j)$上的截断分布,其中$j=1,2,\cdots,k$,则X_j的条件密度为

$$f_j(t|\alpha,\lambda,Y)=\frac{f(t|\alpha,\lambda,Y)}{F(\tau_j|\alpha,\lambda,Y)-F(\tau_{j-1}|\alpha,\lambda,Y)}I_{(\tau_{j-1}\leqslant t<\tau_j)}=\frac{\alpha\lambda(1-e^{-\lambda t})^{\alpha-1}e^{-\lambda t}}{(1-e^{-\lambda\tau_j})^{\alpha}-(1-e^{-\lambda\tau_{j-1}})^{\alpha}}I(\tau_{j-1}\leqslant t<\tau_j),$$

故可分别从截断分布$f_j(t|\alpha,\lambda,Y)$中抽取r_j个样本($j=1,2,\cdots,k$),这样便可得到$f(t_1,\cdots,t_n|\alpha,\lambda,Y)$的$n$个样本,记为$t_1,\cdots,t_n$。

样本$t_1,t_2,\cdots,t_n$的联合密度函数为

$$f(t_1,t_2,\cdots,t_n\mid\alpha,\lambda)=\prod_{i=1}^{n}f(t_i\mid\alpha,\lambda)=\alpha^n\lambda^n\prod_{i=1}^{n}(1-e^{-\lambda t_i})^{\alpha-1}\exp\left\{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i\right\},$$

当α,λ未知时,若取α,λ的联合先验密度$\pi(\alpha,\lambda)\propto 1$,则其联合后验密度

$$\pi(\alpha,\lambda\mid t_1,\cdots,t_n)\propto\alpha^n\lambda^n\prod_{i=1}^{n}(1-e^{-\lambda t_i})^{\alpha-1}\exp\left\{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i\right\}$$

α,λ的完全条件分布分别为:

$$\pi(\alpha\mid t_1,\cdots,t_n,\lambda)\propto\alpha^n\prod_{i=1}^{n}(1-e^{-\lambda t_i})^{\alpha-1},\pi(\lambda\mid t_1,\cdots,t_n,\alpha)\propto\lambda^n\prod_{i=1}^{n}(1-e^{-\lambda t_i})^{\alpha-1}\exp\left\{-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i\right\}。$$

可见,参数α,λ的完全条件分布比较复杂,直接抽样很难,下面使用混合Gibbs算法抽样。需要说明的是,混合Gibbs算法对后验分布形式没有要求,一般对α,λ的不同先验分布都较容易抽样,因此本文只研究上述一种先验分布的情形,其它情况类似。

在分组数据场合,用混合Gibbs算法求广义指数分布参数的Bayes估计步骤如下。

在Gibbs抽样中,给出初值$(\alpha^{(0)},\lambda^{(0)})$,设第$i+1$次迭代开始时的估计值为$(\alpha^{(i)},\lambda^{(i)})$,则第$i+1$次迭代可分为以下3步。

1) 从$f(t_1,\cdots,t_n|\alpha^{(i)},\lambda^{(i)},Y)$抽取样本$t_1^{(i+1)},t_2^{(i+1)},\cdots,t_n^{(i+1)}$。

从截断分布$f_j(t|\alpha^{(i)},\lambda^{(i)},Y)$中抽取样本$r_j(j=1,\cdots,k)$个,得$f(t_1,\cdots,t_n|\alpha^{(i)},\lambda^{(i)},Y)$的样本共$n$个,记作$t_1^{(i+1)},t_2^{(i+1)},\cdots,t_n^{(i+1)}$。这里采用Gibbs抽样的区组化改进方法同时抽取$t_1^{(i+1)},t_2^{(i+1)},\cdots,t_n^{(i+1)}$。

2) 利用M算法从$\pi(\alpha|t_1^{(i+1)},t_2^{(i+1)},\cdots,t_n^{(i+1)},\lambda^{(i)})$抽取样本$\alpha^{(i+1)}$。

不妨取α的建议分布$q(\alpha')$为$N(\alpha_k,\sigma_\alpha^2)$,其中$\alpha_k$为当前状态,$\sigma_\alpha$为标准差。

a) 从$N(\alpha_k,\sigma_\alpha^2)$抽取一个样本$\alpha'$,若$\alpha'\leqslant 0$,则重新抽样。

b) 计算接受概率

$$\alpha(\alpha_k,\alpha')=\min\left\{1,\frac{\pi(\alpha'\mid t_1^{(i+1)},t_2^{(i+1)},\cdots,t_n^{(i+1)},\lambda^{(i)})}{\pi(\alpha_k\mid t_1^{(i+1)},t_2^{(i+1)},\cdots,t_n^{(i+1)},\lambda^{(i)})}\right\}=\min\left\{1,\left(\frac{\alpha'}{\alpha_k}\right)^n\prod_{j=1}^{n}(1-e^{-\lambda^{(i)}t_j^{(i+1)}})^{\alpha'-\alpha_k}\right\}。$$

c) 从均匀分布$U(0,1)$抽取样本u,令$\alpha_{k+1}=\begin{cases}\alpha',u\leqslant\alpha(\alpha_k,\alpha')\\ \alpha_k,u>\alpha(\alpha_k,\alpha')\end{cases}$。

d) 令$k=k+1$,返回第a)步。

3) 利用M算法从$\pi(\lambda|t_1^{(i+1)},t_2^{(i+1)},\cdots,t_n^{(i+1)},\alpha^{(i+1)})$抽取样本$\lambda^{(i+1)}$。

取建议分布$q(\lambda')$为$N(\lambda_k,\sigma_\lambda^2)$,其中$\lambda_k$为当前状态,$\sigma_\lambda$为标准差。

a) 从 $N(\lambda_k,\sigma_\lambda^2)$ 抽取一个样本 λ'，若 $\lambda'<=0$，则重新抽样。

b) 计算接受概率

$$\alpha(\lambda_k,\lambda')=\min\left\{1,\frac{\pi(\lambda'\mid t_1^{(i+1)},t_2^{(i+1)},\cdots,t_n^{(i+1)},\alpha^{(i+1)})}{\pi(\lambda_k\mid t_1^{(i+1)},t_2^{(i+1)},\cdots,t_n^{(i+1)},\alpha^{(i+1)})}\right\}=\min\left\{1,\left(\frac{\lambda'}{\lambda_k}\right)^n\prod_{j=1}^{n}\left(\frac{1-e^{-\lambda' t_j^{(i+1)}}}{1-e^{-\lambda_k t_j^{(i+1)}}}\right)^{\alpha^{(i+1)}-1}\exp\left\{-(\lambda'-\lambda_k)\sum_{j=1}^{n}t_j^{(i+1)}\right\}\right\}。$$

c) 从均匀分布 $U(0,1)$ 抽取样本 u，令 $\lambda_{k+1}=\begin{cases}\lambda',u\leqslant\alpha(\lambda_k,\lambda')\\ \lambda_k,u>\alpha(\lambda_k,\lambda')\end{cases}$。

d) 令 $k=k+1$，返回第 a)步。

在 2)、3)步中，当用 M 算法得到的马氏链达到均衡状态后，它们的任一个样本就可分别作为 $\alpha^{(i+1)}$ 与 $\lambda^{(i+1)}$，这样完成了 $\alpha^{(i)},\lambda^{(i)}\to\alpha^{(i+1)},\lambda^{(i+1)}$ 的一次迭代，令 $i=i+1$，重复上述 1)～3)步。当遍历均值趋于稳定后，样本轨迹就可作为 α,λ 的后验分布样本，从而进行 Bayes 估计，为了使得到的样本近似独立，可间隔取样。

例 1　设某种产品的寿命 T 服从两参数 $\alpha=2,\lambda=1$ 的广义指数分布，检测时刻 $\tau_0=0,\tau_1=0.4,\tau_2=0.8,\tau_3=1.2,\tau_4=1.6,\tau_5=2,\tau_6=3,\tau_7=4,\tau_8=\infty$，由落在区间$[\tau_{j-1},\tau_j)(j=1,2,\cdots,8)$的样本数目 r_j 不同，而依次取得下面 6 组分组数据(见表 1)，考查参数的 Bayes 估计和可信区间，结果见表 2，并给出前两组数据模拟过程中每个参数的轨迹图、直方图和自相关系数图，见图 1～2，其它 4 组类似。

表 1　广义指数分布 6 组分组数据

Tab. 1　Six grouped data of generalized exponential distribution

组数	[0,0.4)	[0.4,0.8)	[0.8,1.2)	[1.2,1.6)	[1.6,2)	[2,3)	[3,4)	[4,∞)
1	21	44	33	27	18	34	20	3
2	19	45	36	33	24	22	12	9
3	24	34	31	32	20	34	14	11
4	27	31	39	26	18	41	13	5
5	15	45	30	26	24	41	10	9
6	22	35	39	24	23	41	8	8

表 2　广义指数分布参数的 Bayes 估计和可信区间

Tab. 2　Bayes estimation and confidence intervals of generalized exponential distribution parameters

组别	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	α 的 95%可信区间	λ 的 95%的可信区间
第 1 组	2.018 6	1.001 3	[1.575 7,2.524 6]	[0.839 0,1.177 5]
第 2 组	2.114 6	1.051 1	[1.641 5,2.677 3]	[0.879 4,1.250 0]
第 3 组	1.794 2	0.873 9	[1.431 9,2.218 8]	[0.717 3,1.030 6]
第 4 组	1.906 2	0.966 8	[1.499 2,2.373 7]	[0.812 2,1.131 6]
第 5 组	2.219 6	0.993 6	[1.740 1,2.781 8]	[0.838 3,1.161 0]
第 6 组	2.036 1	0.986 7	[1.567 7,2.547 0]	[0.822 5,1.152 9]
6 组均值	2.014 9	0.978 9	—	—
6 组均方误差	0.019 0	0.003 3	—	—

可见，对于上面 6 组数据，使用混合 Gibbs 算法求得广义指数分布参数的 Bayes 估计，结果令人满意。两个参数的 Bayes 估计均值都很接近真值，且均方误差较小，即 Bayes 估计精度较高，它也在一定程度上说明了该算法得到结果的准确性。获得样本后，可求得参数的 Bayes 估计，并可利用样本分位数求得参数的 95%可信区间，由表 2 知，α,λ 的可信区间均覆盖真实值且相对较短。

对于上面 6 组数据，均选取初值 $\alpha=3,\lambda=2$，迭代不到 100 次，α,λ 的遍历均值就已经趋于稳定，即马氏链已达到均衡状态，为稳妥起见，去除前 100 次迭代，再迭代 5 000 次，由自相关系数图知，在 $Lag=5$ 左右，样本的自相关系数已接近于 0，所以每隔 5 个数据取 1 个样本，从而得到 α,λ 的各 1 000 个样本。在平方损失函数下，参数 α,λ 的 Bayes 估计就是期望，所以样本均值就是其估计值。在本例中，利用混合 Gibbs 算法求参数 Bayes 估计，效率高，速度快。注意，在每一次 Gibbs 抽样中，用 M 算法分别构造参数 α,λ 的马氏链，不到 100 次迭代就已经收敛，为简单起见，均取第 101 次迭代结果作为样本。

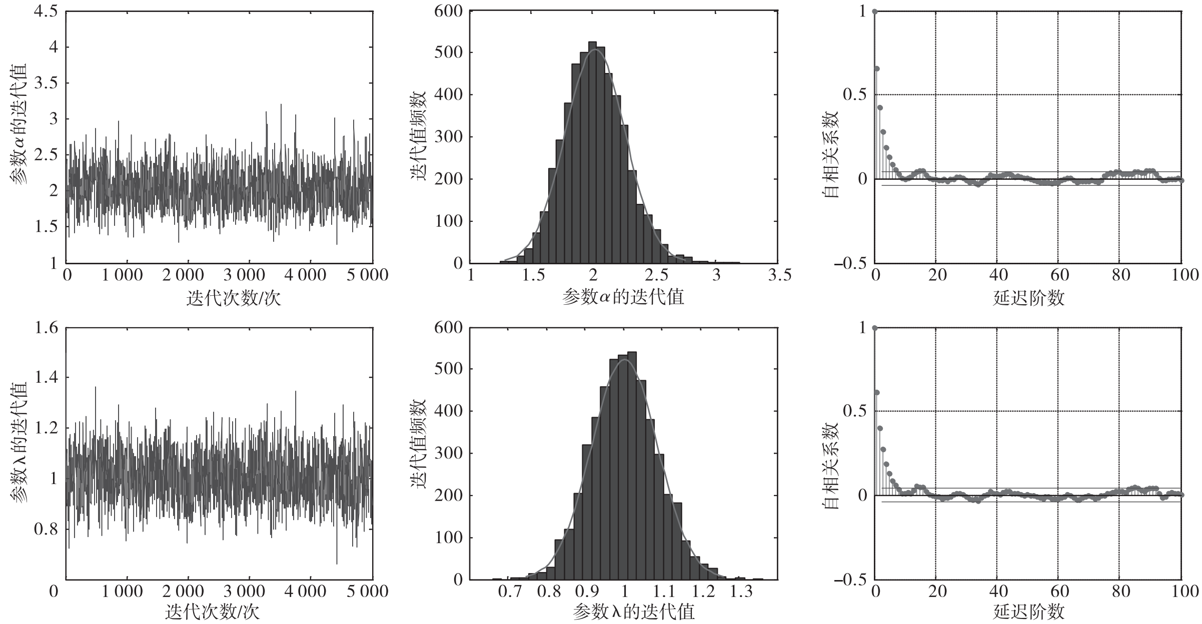

图 1　第 1 组分组数据的 Bayes 估计结果

Fig. 1　Bayes estimation results of the first grouped data

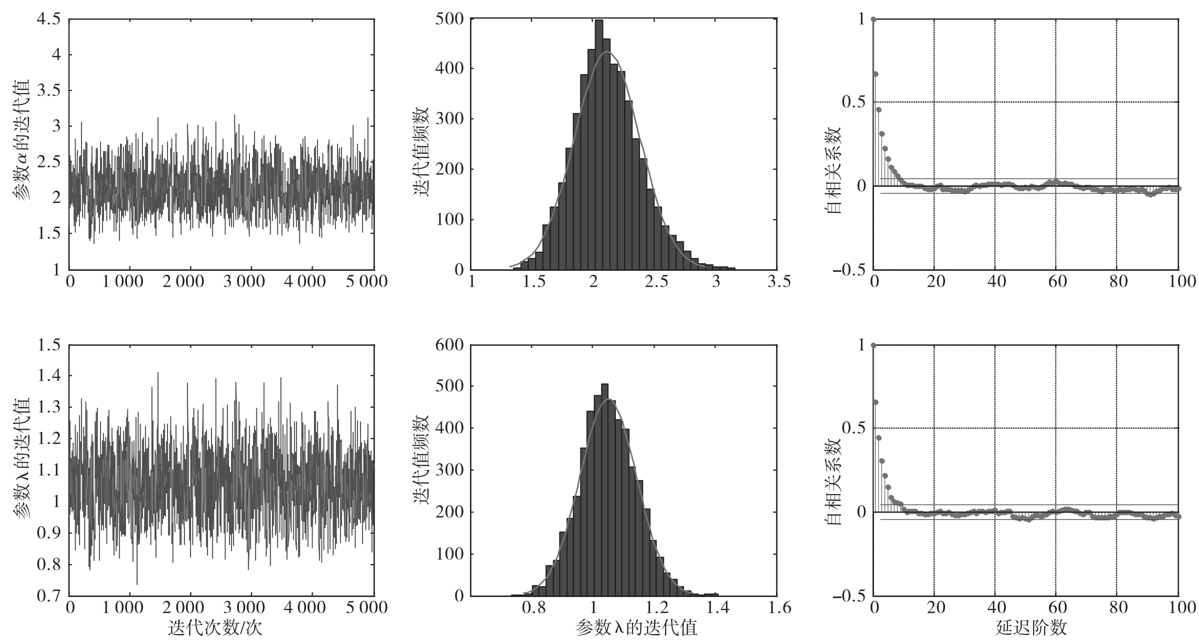

图 2　第 2 组分组数据的 Bayes 估计结果

Fig. 2　Bayes estimation results of the second grouped data

3 定数截尾样本场合广义指数分布参数的 Bayes 估计

设抽取 n 个产品进行寿命试验，当有 r 个产品失效时停止试验，可得到次序失效数据 $t_1 \leqslant t_2 \leqslant \cdots \leqslant t_r$，其联合密度函数为

$$f(t_1,t_2,\cdots,t_r \mid \alpha,\lambda)=\prod_{i=1}^{r} f(t_i \mid \alpha,\lambda)\prod_{i=r+1}^{n}(1-F(t_r \mid \alpha,\lambda))=\alpha^r\lambda^r\prod_{i=1}^{r}(1-\mathrm{e}^{-\lambda t_i})^{\alpha-1}\exp\left\{-\lambda\sum_{i=1}^{r}t_i\right\}[1-(1-\exp\{-\lambda t_r\})^{\alpha}]^{n-r}$$

仍取 α,λ 的联合先验 $\pi(\alpha,\lambda)\propto 1$，于是可得联合后验分布：

$$\pi(\alpha,\lambda \mid t_1,\cdots,t_r)\propto \alpha^r\lambda^r\prod_{i=1}^{r}(1-\mathrm{e}^{-\lambda t_i})^{\alpha-1}\exp\left\{-\lambda\sum_{i=1}^{r}t_i\right\}[1-(1-\exp\{-\lambda t_r\})^{\alpha}]^{n-r},$$

α,λ 的完全条件分布分别为：

$$\pi(\alpha \mid t_1,\cdots,t_n,\lambda) \propto \alpha^r \prod_{i=1}^{r}(1-\mathrm{e}^{-\lambda t_i})^{\alpha-1}[1-(1-\exp\{-\lambda t_r\})^{\alpha}]^{n-r},$$

$$\pi(\lambda \mid t_1,\cdots,t_n,\alpha) \propto \lambda^r \prod_{i=1}^{r}(1-\mathrm{e}^{-\lambda t_i})^{\alpha-1}\exp\left\{-\lambda\sum_{i=1}^{r}t_i\right\}[1-(1-\exp\{-\lambda t_r\})^{\alpha}]^{n-r}。$$

显然，参数 α,λ 的完全条件分布也不易抽样，仍需使用混合 Gibbs 算法抽样。

在定数截尾样本场合的混合 Gibbs 抽样与分组数据场合类似，只须稍作变动：第 $i+1$ 次迭代分为 2 步：

1）利用 M 算法从 $\pi(\alpha|t_1,t_2,\cdots,t_r,\lambda^{(i)})$ 抽取样本 $\alpha^{(i+1)}$。

此步同分组数据场合步骤 2)，只须将接受概率改为

$$\alpha(\alpha_k,\alpha')=\min\left\{1,\frac{\pi(\alpha' \mid t_1,t_2,\cdots,t_r,\lambda^{(i)})}{\pi(\alpha_k \mid t_1,t_2,\cdots,t_r,\lambda^{(i)})}\right\}=\min\left\{1,\left(\frac{\alpha'}{\alpha_k}\right)^r\prod_{i=1}^{r}(1-\mathrm{e}^{-\lambda^{(i)}t_i})^{\alpha'-\alpha_k}\left[\frac{1-(1-\exp\{-\lambda^{(i)}t_r\})^{\alpha'}}{1-(1-\exp\{-\lambda^{(i)}t_r\})^{\alpha_k}}\right]^{n-r}\right\}。$$

2）利用 M 算法从 $\pi(\lambda|t_1,t_2,\cdots,t_r,\alpha^{(i+1)})$ 抽取样本 $\lambda^{(i+1)}$。

此步同分组数据场合步骤(3)，只须将接受概率改为

$$\alpha(\lambda_k,\lambda')=\min\left\{1,\frac{\pi(\lambda' \mid t_1,t_2,\cdots,t_r,\alpha^{(i+1)})}{\pi(\lambda_k \mid t_1,t_2,\cdots,t_r,\alpha^{(i+1)})}\right\}=$$

$$\min\left\{1,\left(\frac{\lambda'}{\lambda_k}\right)^r\prod_{i=1}^{r}\left(\frac{1-\mathrm{e}^{-\lambda' t_i}}{1-\mathrm{e}^{-\lambda_k t_i}}\right)^{\alpha^{(i+1)}-1}\exp\left\{-(\lambda'-\lambda_k)\sum_{i=1}^{r}t_i\right\}\left[\frac{1-(1-\exp\{-\lambda' t_r\})^{\alpha^{(i+1)}}}{1-(1-\exp\{-\lambda_k t_r\})^{\alpha^{(i+1)}}}\right]^{n-r}\right\}。$$

在 1)、2)步中，若利用 M 算法得到的两条马氏链都已达到均衡状态，则后面的任一个样本就可分别作为 $\alpha^{(i+1)}$ 与 $\lambda^{(i+1)}$。接下来求 Bayes 估计的具体做法与分组数据场合相同。

例 2　设某种产品的寿命 T 服从参数(α,λ)为(1.5,1)和(1,1)的广义指数分布，在 20%定数截尾样本下，进行 Monte-Carlo 模拟 100 次，每次均产生 200 个广义指数分布随机数。

1）为了详细说明混合 Gibbs 算法的实现过程，给出每组参数第 1 次模拟时的 Bayes 估计和可信区间（见表 3），并给出模拟过程中每个参数的轨迹图、直方图和自相关系数图，见图 3～图 4。

2）为了进一步说明该算法的精确度和稳定性，给出 100 次模拟 Bayes 估计的均值和均方误差（见表 4）。

表 3　广义指数分布参数的 Bayes 估计与可信区间

Tab. 3　Bayes estimation and confidence intervals of generalized exponential distribution parameters

真值	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	α 的 95%可信区间	λ 的 95%的可信区间
$(\alpha,\lambda)=(1.5,1)$	1.551 8	1.028 2	[1.261 4, 1.930 5]	[0.843 7, 1.238 3]
$(\alpha,\lambda)=(1,1)$	1.022 9	1.022 6	[0.828 4, 1.241 8]	[0.804 5, 1.260 3]

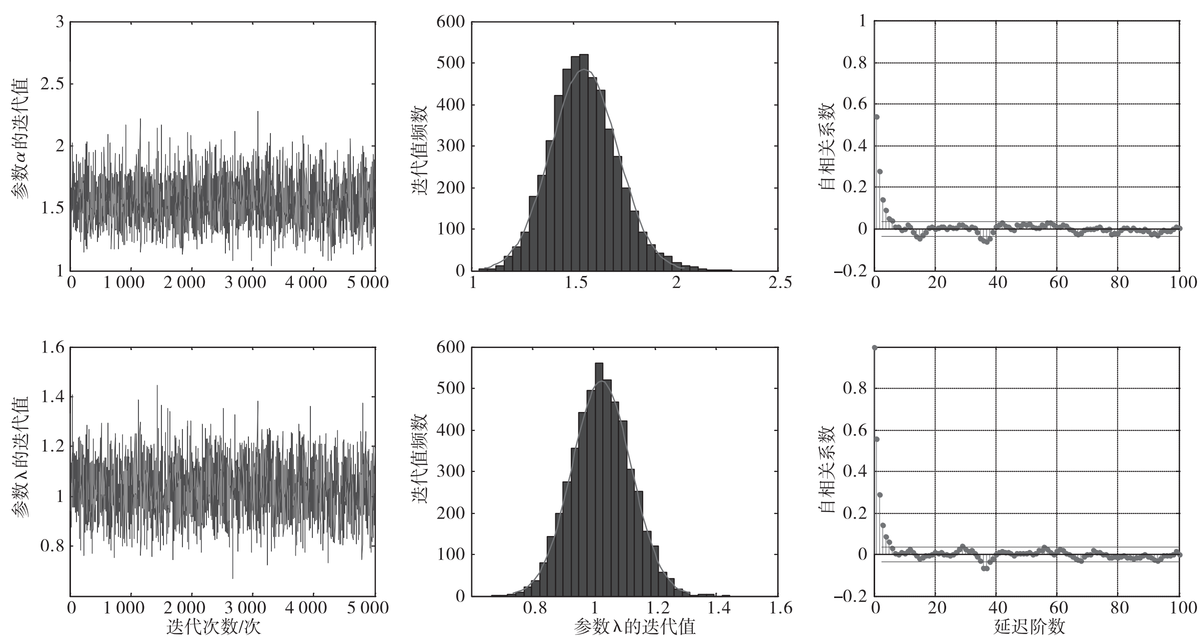

图 3　定数截尾场合（$(\alpha,\lambda)=(1.5,1)$）的 Bayes 估计结果

Fig. 3　Bayes estimation results in censored occasion($(\alpha,\lambda)=(1.5,1)$)

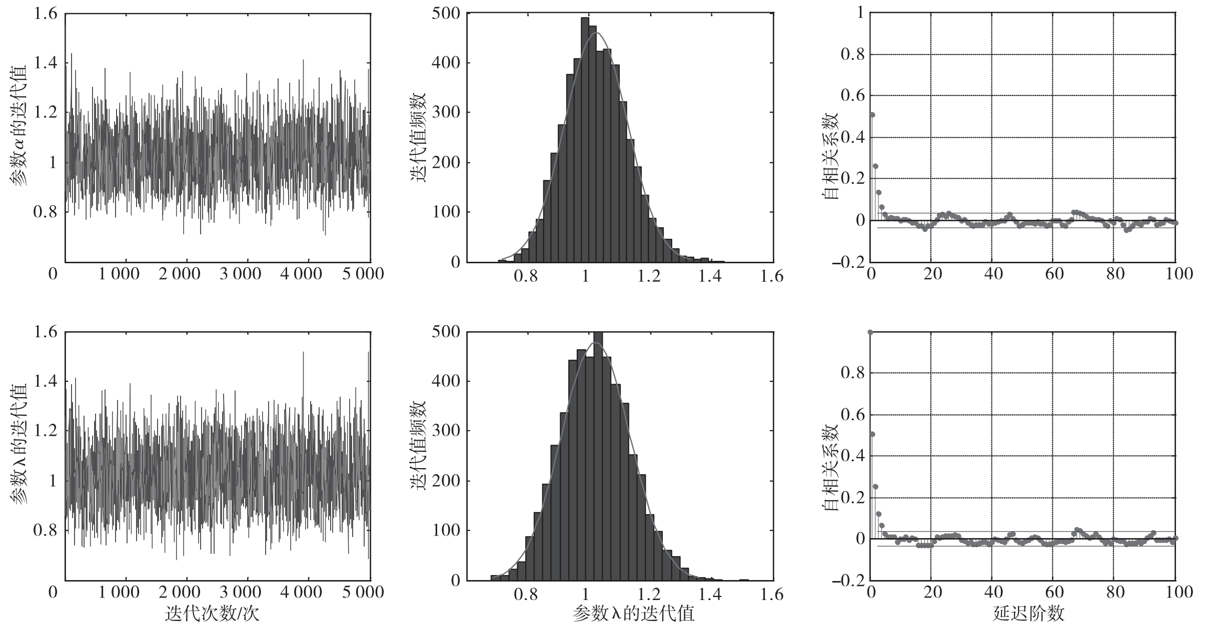

图4 定数截尾场合($(\alpha,\lambda)=(1,1)$)的Bayes估计结果

Fig.4 Bayes estimation results in censored occasion($(\alpha,\lambda)=(1,1)$)

在该例中,去除前100次迭代,再迭代5 000次,隔5个数据取1个样本,获得α,λ的1 000个样本,计算参数α,λ的Bayes估计和95%可信区间。在每次Gibbs抽样中,得到α,λ的两条马氏链,取每条马氏链的第101次迭代结果作为参数的样本。

表4 Bayes估计的均值与均方误差

Tab.4 Mean and mean square error of Bayes estimation

参数	真值	初值	均值	均方误差
(α,λ)	(1.5,1)	(2.5,2)	(1.584 9,1.051 4)	(0.038 9,0.015 0)
(α,λ)	(1,1)	(2,2)	(1.049 0,1.059 6)	(0.014 0,0.019 4)

由表4知,在定数截尾样本场合,Bayes估计精度较高。

4 结论

无论在分组数据场合,还是在定数截尾样本场合,利用混合Gibbs算法求广义指数分布参数的Bayes估计,估计精度高且模拟速度快,可见该算法可行、稳定。这种混合Gibbs算法通俗易懂,约束条件少、适用面广,对后验分布形式没有要求,对不同先验分布形式都比较容易抽样,特别适用于高维的、非标准形式的后验分布情形。

致谢:天水师范学院重点建设学科(动态图像中的大数据处理)支持。

参考文献:

[1] Gupta R D,Kundu D. Generalized exponential distribution[J]. Austral & New Zealand J Statist,1999,41(2):173-188.

[2] Gupta R D,Kundu D. Generalized exponential distribution: Different methods of estimations[J]. Statist Comput Simulations,2001,69(4):315-337.

[3] Gupta R D,Kundu D. Generalized exponential distribution: Existing results and some recent developments[J]. J Statist Planning Infer,2007,137(11):3537-3547.

[4] 郡伟安,师义民,孙天宇. 熵损失函数下广义指数分布的可靠性估计[J]. 系统工程理论与实践,2011,31(9):1763-1769.

Yan W A,Shi Y M,Sun T Y. Reliability estimations of generalized exponential distribution under entropy loss function[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2011,31(9):1763-1769.

[5] 汤银才,侯道燕. 三参数Weibull分布参数的Bayes估计[J]. 系统科学与数学,2009,29(1):109-115.

Tang Y C,Hou D Y. Bayesian estimation of three-parameter Weibull distribution[J]. J Sys Sci & Math Scis, 2009, 29(1): 109-115.

[6] 刘飞,王祖尧,窦毅芳. 基于 Gibbs 抽样算法的三参数威布尔分布 Bayes 估计[J]. 机械强度,2007,29(3):429-432.
Liu F, Wang Z Y, Dou Y F. Bayesian analysis of three-parameter weibull distribution based on Gibbs sampling algorithm[J]. Journal of Mechanical Strength, 2007, 29(3): 429-432.

[7] Givens G H, Hoeting J A. 计算统计[M]. 王兆军,刘民千译. 北京:人民邮电出版社,2009:72-90.
Givens G H, Hoeting J A. Calculating statistics[M]. Wang Z J, Liu M Q, translated. Beijing: People's Posts and Telecommunications Press, 2009: 72-90.

[8] 魏艳华,王丙参,孙永辉. 分组数据场合逆威布尔分布参数贝叶斯估计的混合 Gibbs 算法[J]. 四川大学学报:自然科学版,2014,51(1):31-39.
Wei Y H, Wang B C, Sun Y H. Mixed Gibbs algorithm of Bayesian estimation of parameters of inverse Weibull distribution in the grouped data occasions[J]. Journal of Sichuan University: Natural Science Edition, 2014, 51(1): 31-39.

[9] Altaleb A, Chauveau D. Bayesian analysis of the Logit model and comparison of two Metropolis-Hastings strategies[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2002, 39(2): 137-152.

[10] Roberts G O, Rosenthal J S. Optimal scaling for various Metropolis-Hastings algorithms[J]. Statistical Science, 2001, 16(4): 351-367.

[11] Geweke J, Tanizaki H. Note on the sampling distribution for the Metropolis-Hastings algorithm[J]. Communication in Statistics-Theory and Methods, 2003, 32(4): 775-789.

Bayesian Estimation of the Parameters of Generalized Exponential Distribution by Mixed Gibbs Algorithm

WANG Bingcan, WEI Yanhua

(School of Mathematics and Statistics, Tianshui Normal University, Tianshui Gansu 741001, China)

Abstract: It gives Bayesian estimation of generalized exponential distribution parameters using mixed Gibbs algorithm in the grouped data and type II censored samples occasions, calculates the estimated mean, mean square error and the confidence interval for the parameter by the Monte-Carlo simulation, gives locus, histograms and autocorrelation coefficient figure of the parameters in the simulation process. The results are quite satisfied; the algorithm is feasible, stable and high precision.

Key words: Gibbs sampling; generalized exponential distribution; grouped data; type ii censored sample; Bayesian estimation

(责任编辑 黄 颖)