

一种自适应混合变异的引力搜索算法^{*}

逯清玉¹, 张晓明²

(1. 青海建筑职业技术学院 基础及素质教育部, 西宁 810012; 2. 长春建筑学院 基础教学部, 长春 130607)

摘要:【目的】针对引力搜索算法在求解优化问题时易陷入局部极值问题,提出了一种自适应混合变异的引力搜索算法。【方法】采用动态调整粒子速度和位置的更新公式,提高算法搜索精度。引入变异算子,对最优粒子进行高斯变异,对非最优粒子进行自适应 t 分布变异。【结果】提高算法在求解函数优化问题时的全局探索能力和局部开发能力。【结论】用9个标准测试函数的仿真实验,与标准GSA及改进算法进行比较,结果表明所提出算法具有较强的收敛精度和鲁棒性。

关键词:局部极值;引力搜索算法; t 分布;函数优化

中图分类号: TP18

文献标志码: A

文章编号: 1672-6693(2017)03-0085-06

引力搜索算法(Gravitational search algorithm, GSA)由Rashedi等人^[1]于2009年提出的一种群体智能优化算法,其模拟物理学中万有引力的现象,通过粒子之间相互作用完成的优化搜索算法。由于该算法在收敛速度和求解精度上优于其他智能算法,逐渐被众多学者关注,现已成功应用到函数优化^[2]、滤波器建模^[3]、生产调度^[4]、多目标经济决策^[5]和图像处理^[6-10]等领域。但GSA仍旧存在早熟等问题,文献[11-15]对算法进行改进,增强了算法的寻优能力,文献[16-17]与其他算法结合增强全局优化性能,文献[18]将信息熵思想引入到位置更新公式中,得到很好的效果,文献[19]将混沌思想引入算法中处理非线性极大极小问题。

为了能更好解决算法在求解优化问题时的易陷入局部极值的问题,本研究提出动态调整更新公式和引入变异算子,通过测试函数的仿真实验,有效地验证了改进算法的性能。

1 基本引力搜索算法

GSA中每个粒子看成是空间中具有质量的运动物体,受万有引力的影响,利用粒子之间作用力完成信息共享,每个粒子之间相互吸引,质量小的粒子逐渐向质量大的粒子移动,最终质量大的粒子具有更优的位置,对应更好的适应度值,完成了搜索优化问题的最优解。

设在 D 维搜索空间中存在 N 个粒子,第 i 个粒子的位置表示为:

$$X_i = (x_i^1, \dots, x_i^k, \dots, x_i^n), i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

其中, x_i^k 表示粒子 i 在第 k 维上的位置。则在 t 时刻,粒子 j 对粒子 i 的引力为:

$$F_{ij}^k(t) = G(t) \frac{M_{pi}(t) \times M_{aj}(t)}{R_{ij}(t) + \epsilon} (x_j^k(t) - x_i^k(t)), \quad (2)$$

其中, $M_{pi}(t)$ 为粒子 i 在 t 时刻的惯性质量; $M_{aj}(t)$ 为粒子 j 在 t 时刻的惯性质量; ϵ 为一很小的常数; $G(t)$ 为 t 时刻的引力系数,值随着迭代次数进行变化,计算表达式为:

$$G(t) = G_0 \times e^{-\alpha t/T}, \quad (3)$$

其中, G_0 为初始时刻引力常数, α 取值为20, T 为最大迭代次数; $R_{ij}(t)$ 是粒子 i 和粒子 j 之间的欧氏距离,表示为:

$$R_{ij}(t) = \|X_i(t), X_j(t)\|_2. \quad (4)$$

则在 t 时刻,粒子 i 在 k 维上受到的合力 $F_i^k(t)$,表示为:

^{*} 收稿日期:2016-02-27 修回日期:2017-01-07 网络出版时间:2017-05-02 17:24

第一作者简介:逯清玉,女,讲师,研究方向为数值分析与优化、图论及应用, E-mail: 2855619778@qq.com; 通信作者:张晓明, E-mail: zhxmdu@163.com

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20170502.1724.010.html>

$$F_i^k(t) = \sum_{j=1, j \neq i}^N r_j F_{ij}^k(t), \quad (5)$$

其中, r_j 表示为在 $[0, 1]$ 内的随机数; $F_{ij}^k(t)$ 表示粒子 j 对粒子 i 在 k 维空间上的引力。根据牛顿第二定律, t 时刻的粒子 i 在第 k 维上产生的加速度为:

$$a_i^k(t) = F_i^k(t) / M_{ii}(t), \quad (6)$$

其中, $M_{ii}(t)$ 为粒子 i 的惯性质量, 粒子的速度和位置更新公式为:

$$\begin{cases} v_i^k(t+1) = r_i \times v_i^k(t) + a_i^k(t), \\ x_i^k(t+1) = x_i^k(t) + v_i^k(t+1). \end{cases} \quad (7)$$

惯性质量与粒子适应度值对应, 因此粒子的质量与惯性质量利用适应度值计算公式为:

$$\begin{cases} M_{ai} = M_{pi} = M_{ii} = M_i, \\ m_i(t) = \frac{f_i(t) - w(t)}{b(t) - w(t)}, \\ M_i(t) = m_i(t) / \sum_{i=1}^N m_j(t). \end{cases} \quad (8)$$

其中, $i=1, 2, \dots, N$; $f_i(t)$ 为在时刻 t 粒子 i 的适应度值。若求解全局最小值问题, $w(t)$ 和 $b(t)$ 定义为:

$$\begin{cases} b(t) = \min_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} f_i(t), \\ w(t) = \max_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} f_i(t). \end{cases} \quad (9)$$

2 基于自适应混合变异的引力搜索算法

针对标准 GSA 算法在求解优化问题时易陷入局部极值的问题, 本研究对更新公式和引入变异算子进行改进。

2.1 速度和位置更新公式改进

在标准 GSA 算法的速度和位置更新公式中未考虑此时刻受最优位置粒子的影响, 本研究结合粒子群算法的优点, 引入最优粒子的位置信息, 使粒子能达到更好的信息共享, 改进的速度更新公式如下:

$$v_i^k(t+1) = c_1 \times r_i \times v_i^k(t) + c_2 \times a_i^k(t) + c_3 \times r_i \times (x_{\text{best}} - x_i), \quad (10)$$

其中, c_1, c_2, c_3 均为尺度函数, 粒子速度和加速度受迭代次数的影响, $c_1 = \exp(-t/T)$, $c_2 = 1 - t/T$, $c_3 = c * \exp(-t/T)$, x_{best} 是粒子中最优位置, t 表示当前迭代次数, T 表示最大迭代次数, 通过动态调整数值使算法具有均衡的全局搜索能力和局部开发能力。

2.2 自适应 t 分布变异

t 分布又称学生分布, 其密度函数为纵轴对称的图像, 与标准正态分布的密度函数图像非常相似, 它的函数峰值比标准正态分布值小, 图像两侧数值减少速度比标准正态分布慢, t 分布的自由度为 1 时, 即标准柯西分布, 它的均值不存在。 $N > 1$ 时 t 分布的数学期望是 0, $n > 2$ 时 t 分布的方差存在且为 $n/(n-2)$, 当自由度较大 ($n > 30$) 时 t 分布可以用 $N(0, 1)$ 分布近似, 即 t 分布的边界由标准高斯分布和柯西分布构成。

本研究对引力搜索算法中的粒子 i 的位置更新执行一种自适应的 t 分布变异^[20], 增加种群的多样性, 定义如下形式:

$$X'_i = X_i + t(D) \cdot X_i, \quad (11)$$

其中, $t(D)$ 为以算法迭代次数为自由度的 t 分布, 主要为当前粒子信息的干扰项, 能够达到使种群跳出局部极值收敛于全局最优的性能。它的更新公式在迭代初期自由度较小时 t 分布趋向于柯西分布, 具有较强的全局搜索能力, 迭代后期自由度较大时 t 分布趋向于高斯分布, 具有更好的局部搜索能力, 算法执行中期, 变异算子介于柯西分布与高斯分布之间, 综合柯西分布与高斯分布的优势, 完成更好的全局优化和局部开发的搜索。

2.3 高斯最优调教变异

为避免粒子陷入局部最优位置处, 在最优位置处引入很小的高斯变异的随机扰动项, 检验其最优位置。本研究定义为

$$X'_{\text{best}} = X_{\text{best}} + X_{\text{best}} \cdot N(0,1), \quad (12)$$

其中, X_{best} 为当前最优位置处, X'_{best} 变异后位置。

2.4 算法执行步骤

基于混合变异的引力搜索算法执行步骤如下。

步骤 1, 初始化参数, 设置粒子的数量、维数、速度和初始时刻引力常数 G_0, α , 最大迭代次数 T 。

步骤 2, 计算粒子的适应度值, 设置粒子最优位置 x_{best} , 并求出惯性质量。

步骤 3, 根据粒子的惯性质量, 计算 t 时刻粒子的合力及其加速度。

步骤 4, 按照(7)式和(10)式更新粒子的速度和位置, 进行最优值求解,

步骤 5, 对粒子中靠后的 20% 粒子进行 t 分布变异, 对最优粒子进行高斯调教变异, 将其与原最优值比较, 保留最优粒子。

步骤 6, 循环终止条件判断, 输出当前最优解。

3 实验结果与分析

为检验改进算法(t-IGSA)的性能, 利用测试函数进行测试, 然后与标准 GSA 及改进的算法进行对比。GSA, IGSA, MGSA 算法数据为文献[8-10]中数据结果。实验的仿真环境为: Intel Core i3 CPU M390 2.67 GHz、内存 2 G, Windows 7 操作系统, 仿真软件采用 Matlab 2010b。本研究选取标准测试函数库中 9 个典型 Benchmark 函数^[21]进行测试, 其搜索空间以及最优解如表 1 所示, 这些函数是由单峰函数与多峰函数所组成, 能更好地检验算法的有效性。

1) 参数设置。在试验中, 每个测试函数独立运行 30 次, 粒子数量 $N=50$, 最大迭代次数 $T=1\ 000$ 针对维数 $n=30$ 基本算法参数与本算法参数设置值相同。引力常数 $G_0=100, \alpha=20$, 常数 $c=1.8$ 。

2) 实验仿真结果分析。表 2 给出相关算法对测试函数求解的平均值和方差, 从表 1 中可知从每个测试函数的平均最优适应度值的搜索精度来看

都明显高于其他几种算法, 从其获得的标准差数据来看, t-IGSA 的稳定性表现很好。针对 f_6 函数的计算精度比 MGSA 算法值精度高出并不是特别明显, 其具有较快的收敛速度。

图 1~9 给出 t-IGSA 算法对测试函数的优化性能曲线, 从图中可以看出本算法具有较快的收敛速度, 针对 f_1, f_2, f_3, f_4, f_9 函数明显具有较高的求解精度, 针对 f_6 函数 t-IGSA 算法体现出快速的收敛能力, 很快找到最优解并且求解精度高于 GSA, MGSA 算法, f_5, f_7, f_8 这 3 个多峰函数, t-IGSA 算法能够快速找到理论最优值, 并且表现出非常好的稳定性。算法运行时间均在 20 s 之内, 由于其迭代过程会运行较长时间, 但从求解精度来看表现出算法具有很好的性能, 都具有快速的收敛能力。综合以上结果可知, 对比其他 3 种算法, 本研究提出的 t-IGSA 具有更好的求解精度和收敛速度, 能够有效避免算法陷入局部最优。

表 1 标准测试函数

Tab. 1 Standard test function

函数名	表达式	搜索空间	最优解
Sphere	$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-100, 100]^n$	0
Schwefel 2.22	$f_2(x) = \sum_{i=1}^n x_i + \prod_{i=1}^n x_i $	$[-10, 10]^n$	0
Schwefel 1.2	$f_3(x) = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^i x_j)^2$	$[-100, 100]^n$	0
Schwefel 2.21	$f_4(x) = \max x_i , 1 \leq i \leq n$	$[-100, 100]^n$	0
Step	$f_5(x) = \sum_{i=1}^n (x_i + 0.5)^2$	$[-100, 100]^n$	0
Quartic	$f_6(x) = \sum_{i=1}^n i x_i^4 + \text{rand}(0, 1)$	$[-1.28, 1.28]^n$	0
Rastrigin	$f_7(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12, 5.12]^n$	0
Griewank	$f_8(x) = \frac{1}{4\ 000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(x_i / \sqrt{i}) + 1$	$[-600, 600]^n$	0
Ackley	$f_9(x) = -20 \exp(-0.2 \sqrt{1/n} \sum_{i=1}^n x_i^2) - \exp(-1/n \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)) + 20 + e$	$[-32, 32]^n$	0

表 2 算法性能对比

Tab. 2 Algorithm performance comparison

函数	算法	平均值	方差	函数	算法	平均值	方差
f_1	t-IGSA	9.0168e-30	1.9879e-29	f_6	t-IGSA	2.4171e-05	2.8854e-05
	IGSA	5.2291e-17	2.0112e-17		MGSA	4.4096e-04	2.8074e-04
	GSA	5.4200e-17	1.4132e-17		GSA	0.0140	0.0055
f_2	t-IGSA	4.2404e-15	1.7261e-15	f_7	t-IGSA	0.0000e+00	0.0000e+00
	IGSA	3.786e-08	5.9782e-09		MGSA	0.0000e+00	0.0000e+00
	GSA	3.0163e-08	4.3376e-09		GSA	30.8421	52.9267
f_3	t-IGSA	1.1810e-26	2.3393e-26	f_8	t-IGSA	0.0000e+00	0.0000e+00
	IGSA	3.0786e-04	5.9782e-04		MGSA	1.4475	0.3676
	GSA	1.1968e+03	732.6885		GSA	4.3318	1.3061
f_4	t-IGSA	3.1791e-15	3.9580e-15	f_9	t-IGSA	3.3751e-15	1.7161e-15
	IGSA	1.4717e-07	3.6763e-14		IGSA	5.4813e-09	8.7496e-10
	GSA	3.7176e-07	1.3536e-08		GSA	5.4961e-09	7.9634e-10
f_5	t-IGSA	0.0000e+00	0.0000e+00				
	MGSA	1.2855e-25	4.2648e-26				
	GSA	5.0156e-17	1.6549e-17				

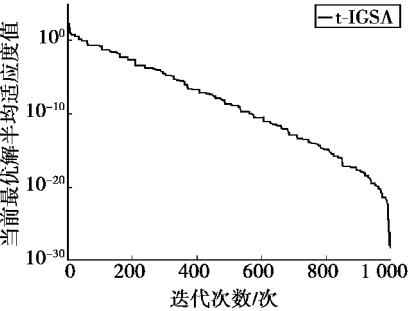


图 1 函数 f_1 的优化性能曲线

Fig. 1 Optimization performance curve in function f_1

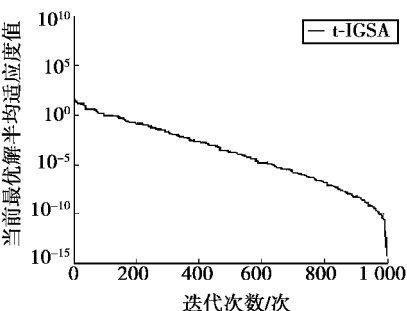


图 2 函数 f_2 的优化性能曲线

Fig. 2 Optimization performance curve in function f_2

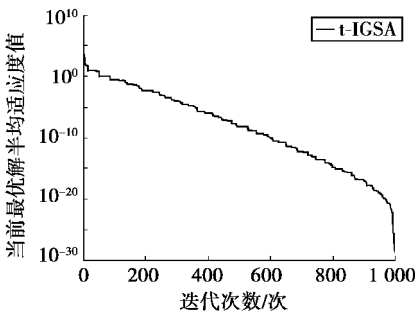


图 3 函数 f_3 的优化性能曲线

Fig. 3 Optimization performance curve in function f_3

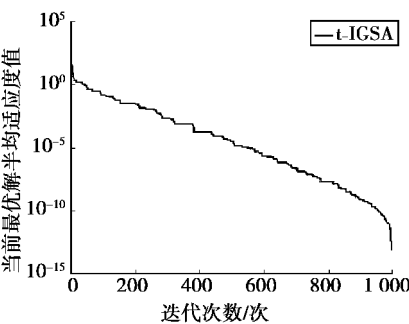


图 4 函数 f_4 的优化性能曲线

Fig. 4 Optimization performance curve in function f_4

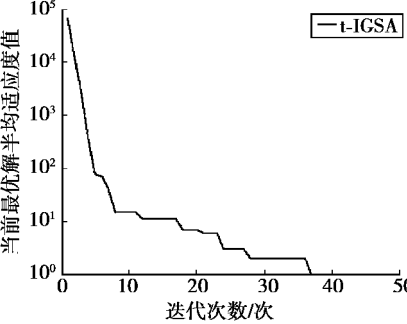


图 5 函数 f_5 的优化性能曲线

Fig. 5 Optimization performance curve in function f_5

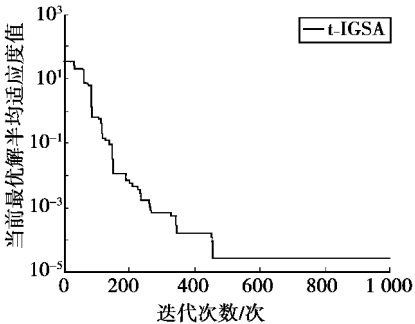


图 6 函数 f_6 的优化性能曲线

Fig. 6 Optimization performance curve in function f_6

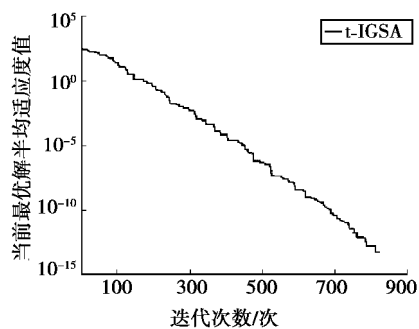
图7 函数 f_7 的优化性能曲线

Fig. 7 Optimization performance curve in function f_7

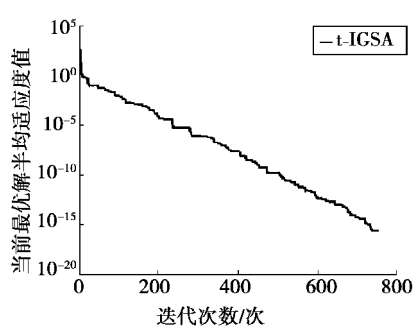
图8 函数 f_8 的优化性能曲线

Fig. 8 Optimization performance curve in function f_8

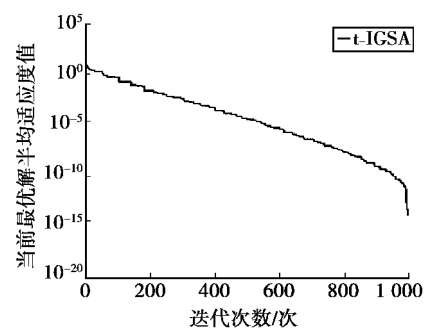
图9 函数 f_9 的优化性能曲线

Fig. 9 Optimization performance curve in function f_9

4 结语

本研究针对引力搜索算法的不足,为了提高算法的全局搜索能力和局部开发能力,结合粒子群与柯西变异和高斯变异的各自优点,提出一种自适应混合变异的引力搜索算法。利用不同的测试函数对该算法进行仿真,并对比文献算法进行性能分析,从仿真实验的数据结果可知,本研究提出的算法具有更好的稳定性和求解精度。

参考文献:

- [1] RASHEDI E, NEZAMABADI-POUR H, SARYAZDI S. GSA: a Gravitational Search Algorithm[J]. Information Sciences, 2009, 179(13): 2232-2248.
- [2] 张维平, 任雪飞, 李国强, 等. 改进的万有引力搜索算法在函数优化中的应用[J]. 计算机应用, 2013, 33(5): 1317-1320.
ZHANG W P, REN X F, LI G Q, et al. Improved Gravitational Search algorithm and its application to function optimization[J]. Journal of Computer Application, 2013, 33(5): 1317-1320.
- [3] RASHEDI E, NEZAMABADI-POUR H, SARYAZDI S. Filter modeling using Gravitational Search algorithm[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2011, 24(1): 117-122.
- [4] 谷文祥, 李向涛, 朱磊, 等. 求解流水线调度问题的万有引力搜索算法[J]. 智能系统学报, 2010, 5(5): 411-418.
GU W X, LI X T, ZHU L, et al. A Gravitational Search algorithm for slow shop scheduling[J]. CAAI Transactions on Intelligent System, 2010, 5(5): 411-418.
- [5] MONDAL S, BHATTACHARYA A. Multiobjective economic emission load dispatch solution using Gravitational Search algorithm and considering wind power penetration[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2013, 44(1): 282-292.
- [6] ZHAO W. Adaptive image enhancement based on Gravitational Search algorithm[J]. Procedia Engineering, 2011, 15: 3288-3292.
- [7] 徐遥, 王士同. 引力搜索算法的改进[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(35): 188-192.
- [8] 刘立群, 火久元, 王联国. 全局共享因子的和声搜索算法[J]. 重庆理工大学学报(自然科学版), 2014(2): 82-86.
LIU L Q, HUO J Y, WANG L G. Harmony Search algorithm with global sharing factor[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2014(2): 82-86.
- [9] 陈磊, 霍永亮, 霍波陶. 基于混合遗传算法的物流车辆调度优化[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版), 2015, 32(2): 7-12.
CHEN L, HUO Y L, HUO B T. Vehicle schedule optimization of logistics based on combinational Genetic algorithm[J]. Journal of Chongqing Normal University (Natural Science), 2015, 32(2): 7-12.
- [10] 王永, 杨晓洁, 张勤. 混合禁忌搜索算法的邮政运输车辆调度问题研究[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2014, 26(3): 416-420.
WANG Y, YANG X J, ZHANG Q. Study on postal vehicle routing problem based on mixed Taboo Search algorithm[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunication (Natural Science Edition), 2014, 26(3): 416-420.
- [11] 李春龙, 戴娟, 潘丰. 引力搜索算法中粒子记忆性改进的研究[J]. 计算机应用, 2012, 32(10): 2732-2735.
LI C L, DAI J, Pan F. Analysis on improvement of particle memory in Gravitational Search algorithm[J]. Journal of

- Computer Applications, 2012, 32(10): 2732-2735.
- [12] 毕晓君, 刁鹏飞, 肖婧. 基于混合策略的引力搜索算法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(11): 2308-2313.
- BI X J, DIAO P F, XIAO J. Gravitational Search algorithm with mixed strategy[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(11): 2308-2413.
- [13] SARAFAZI S, NEZA, ABADO-POUR H, et al. Disruption: a new operator in Gravitational Search algorithm[J]. Scientia Iranica, 2011, 18(3): 539-548.
- [14] MIRJALILI S, LEWIS A. Adaptive gbest-guided Gravitational Search algorithm[J]. Neural Computing and Applications, 2014, 25(7/8): 1-16.
- [15] MOGHADAM S, NEZAMABADIPOUR H. An improved quantum behaved gravitational search algorithm[C]// Electrical Engineering (ICEE). 2012 20th Iranian conference. Tehran: IEEE, 2012: 711-714.
- [16] MIRJALILI S, HASHIM S Z M. A new hybrid PSO-GSA algorithm for function optimization[C]// Computer and Information Application (ICCIA). 2010 international conference on China. Tianjin: IEEE, 2010: 374-377.
- [17] 蒋悦, 沈冬梅, 赵彦, 等. 基于引力搜索和分布估计的混合离散优化算法[J]. 计算机应用, 2014, 34(7): 2074-2079.
- JIANG Y, SHEN D M, ZHAO Y, et al. Hybrid Discrete Optimization algorithm based on gravity search and estimate of distribution[J]. Journal of Computer Application, 2014, 34(7): 2074-2079.
- [18] 郭洁皓, 高兴宝. 基于信息熵的混合引力搜索算法[J]. 计算机应用研究, 2016, 33(5): 1319-1321, 1349.
- GUO J H, GAO B X. Hybrid Gravitational Search algorithm with information entropy[J]. Application Research of Computers, 2014, 34(7): 2074-2079.
- [19] 刘勇, 马良. 非线性极大极小问题的混沌万有引力搜索算法求解[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(1): 47-48.
- LIU Y, MA L. Solving nonlinear minimax problems based on chaos Gravitational Search algorithm[J]. Application Research of Computers, 2012, 29(1): 47-48.
- [20] 杜晓昕, 张剑飞, 孙明. 基于自适应 t 分布混合变异的人工萤火虫算法[J]. 计算机应用, 2013, 33(7): 1922-1925, 1972.
- DU X X, ZHANG J F, SUN M. Artificial Glowworm Swarm Optimization algorithm based on adaptive distribution mixed mutation[J]. Journal of Computer Applications, 2013, 33(7): 1922-1925, 192.
- [21] YAO X, LIU Y, LIN G. Evolutionary programming made faster[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1999, 3(2): 82-102.

Adaptive Hybrid Mutation Gravitational Search Algorithm

LU Qingyu¹, ZHANG Xiaoming²

(1. Basic and Quality Education Department, Qinghai Architectural Vocational and Technical College, Xining 810012;

2. Basic Teaching Department, Changchun Architecture & Engineering College, Changchun 130607, China)

Abstract: [Purposes] In view of the shortcomings of Gravitational Search algorithm, such as easy to fall into local extremum in function optimization, an adaptive hybrid mutation search algorithm was proposed. [Methods] The dynamic updating formula of particle velocity and position is adopted to improve the accuracy of the algorithm. Mutation operator is introduced to optimize Gauss variation of the optimal particle, and the adaptive T distribution variation of the non-optimal particles is improved. [Findings] The global exploration ability and local development ability of the algorithm are improved in function optimization. [Conclusions] The simulation results on 9 standard test functions show that the proposed algorithm has better convergence accuracy and robustness compared with the standard GSA and its improved algorithms.

Keywords: local extremum; Gravitational Search algorithm; t distribution; function optimization

(责任编辑 游中胜)