

半环的直觉模糊软理想*

李庆

(重庆师范大学 数学科学学院, 重庆 401331)

摘要:【目的】为了更好地研究半环,使之更好地应用于信息科学等领域。【方法】将直觉模糊软集理论与半环代数理论相结合,进行了一系列讨论。【结果】在充分利用两个理论优势的基础上,得到了半环的直觉模糊软理想的诸多性质。【结论】所得结果对进一步研究半环这一重要的代数结构有着积极的意义。

关键词:直觉模糊软集;半环;软集;理想;软理想

中图分类号:O152.7

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2017)04-0048-04

保加利亚学者 Tanassov 在模糊集的基础上提出了直觉模糊集的概念,这一理论克服了模糊集理论中的隶属度需要预先人为主观指定的缺点,以一个区域值代替了精确的隶属度指定。Tanassov 的直觉模糊集理论扩展了 Zadeh 的模糊集。正是因为直觉模糊集的这些优点,所以很快吸引了研究者的注意,并得到了极大发展^[1-8]。但是,由于参数化工具不足,常见的模糊集合、粗糙集等数学理论在处理某些不确定性问题时效果不理想,于是 Molodtsov 在 1999 年提出了软集理论,试图利用该理论对这些不足加以克服。为了充分发挥软集理论和直觉模糊集理论的优势,又有学者提出了利用直觉模糊软集理论来解决这些不足。随后有研究者尝试了把直觉模糊软集理论和不同的代数结构结合起来研究。这些研究的目的是充分发挥直觉模糊理论和软集理论各自的优越性,并将之运用于代数结构的研究,以期当这些代数结构在运用时有更大的灵活性和适应性。而直觉模糊软集理论在半环中的应用还未见报道。由于半环运用面广,特别是在信息科学领域。因此,为了使半环更加广泛和灵活地运用于理论计算机和自动机等信息科学领域,本文讨论直觉模糊软集理论在半环中的运用,丰富和拓展了直觉模糊软集理论及半环理论。

本文使用的概念和符号都是标准的。例如 IFS 是论域上的直觉模糊集等,在以后使用时不再特别说明。

1 预备知识

定义 1^[1] 论域 X 上的直觉模糊集(IFS)是指: $A = \{\langle x, \mu_A(x), \lambda_A(x) \rangle \mid x \in X\}$,其中 $\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$, $\lambda_A(x): X \rightarrow [0, 1]$,且满足 $0 \leq \mu_A(x) + \lambda_A(x) \leq 1 (\forall x \in X)$, $\mu_A(x)$ 和 $\lambda_A(x)$ 分别为 X 中元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度。 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \lambda_A(x)$ 称为 X 中元素 x 属于 A 的犹豫度。

定义 2^[1] 设 A 和 B 是论域 X 上的直觉模糊集,则有如下定义:

$$A^c = \{\langle x, \lambda_A(x), \mu_A(x) \rangle \mid x \in X\}, A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in X, \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \wedge \lambda_A(x) \geq \lambda_B(x),$$

$$A = B \Leftrightarrow \forall x \in X, \mu_A(x) = \mu_B(x) \wedge \lambda_A(x) = \lambda_B(x),$$

$$A \cup B \Leftrightarrow \{\langle x, \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), \min(\lambda_A(x), \lambda_B(x)) \rangle \mid x \in X\},$$

$$A \cap B \Leftrightarrow \{\langle x, \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), \max(\lambda_A(x), \lambda_B(x)) \rangle \mid x \in X\},$$

$$A \circ B \Leftrightarrow \{\langle x, \mu_A(x) \circ \mu_B(x), \lambda_A(x) + \lambda_B(x) - \lambda_A(x) \circ \lambda_B(x) \rangle \mid x \in X\}.$$

引理 1^[1] 设 $A = \{\langle x, \mu_A(x), \lambda_A(x) \rangle \mid x \in X\}$ 是论域 X 上的直觉模糊集且设 $r, t \in [0, 1]$ 满足 $r + t \leq 1$ 。令:

$$\square A = \{\langle x, \mu_A(x), \mu_A^c(x) \rangle \mid x \in X\}, \triangle A = \{\langle x, \lambda_A^c(x), \lambda_A(x) \rangle \mid x \in X\},$$

$$P_{r,t}(A) = \{\langle x, \max(r, \mu_A(x)), \min(t, \lambda_A(x)) \rangle \mid x \in X\},$$

$$Q_{r,t}(A) = \{\langle x, \min(r, \mu_A(x)), \max(t, \lambda_A(x)) \rangle \mid x \in X\},$$

* 收稿日期:2017-01-10 修回日期:2017-05-10 网络出版时间:2017-05-16 11:24

资助项目:重庆师范大学青年基金项目(No. 2011XLQ28)

第一作者简介:李庆,男,讲师,博士,研究方向为半群半环代数理论,E-mail:liqing65726572@163.com

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20170516.1124.018.html>

则 $\square A, \triangle A, P_{r,t}(A), Q_{r,t}(A)$ 是论域 X 上的直觉模糊集。

定义 3^[2] 设 U 表示初始论域, E 表示与 U 中对象有关的所有参数之集。 $P(U)$ 表示 U 上的所有直觉模糊集的集合。令 $A \subseteq E$, 二元组 (F, A) 称为 U 上的直觉模糊软集, 其中, $F: A \rightarrow P(U)$ 是一个映射。

定义 4^[2] 设 (F, A) 和 (G, B) 为论域 U 上的两个直觉模糊软集。如果 $B \subseteq A$ 且 $G(b) \subseteq F(b), \forall b \in B$, 则称 (G, B) 是 (F, A) 的一个直觉模糊软子集, 并且记为 $(G, B) \subseteq (F, A)$ 。类似地, (G, B) 称为 (F, A) 的直觉模糊软超集, 若 (F, A) 是 (G, B) 的直觉模糊软子集, 记为 $(G, B) \supseteq (F, A)$ 。 (F, A) 与 (G, B) 称为是直觉模糊软相等的, 若 $(G, B) \subseteq (F, A)$ 且 $(G, B) \supseteq (F, A)$ 。

定义 5^[3] 设 (F, A) 为论域 U 上的一个直觉模糊软集, $r, t \in [0, 1]$ 使得 $r + t \leq 1$ 。定义 U 上的直觉模糊软集 $(\square F, A), (\triangle F, A), (P_{r,t}(F), A), (Q_{r,t}(F), A)$ 为:

$$(\square F, A), (\triangle F, A), (P_{r,t}(F), A), (Q_{r,t}(F), A) (\square F)(a) = \square(F(a)), (\triangle F)(a) = \triangle(F(a)), \\ P_{r,t}(F)(a) = P_{r,t}(F(a)), Q_{r,t}(F)(a) = Q_{r,t}(F(a)), \forall a \in A.$$

直觉模糊软集的各种运算类似于普通软集, 并且使用相同记号。为了完整起见, 仍将其叙述如下。

定义 6^[2] 设 (F, A) 和 (G, B) 是论域 U 上的两个直觉模糊软集。则 (F, A) 和 (G, B) 的 and 运算记为 $(F, A) \wedge (G, B)$, 且定义为: $(F, A) \wedge (G, B) = (H, A \times B)$, 其中 $H(a, b) = F(a) \cap G(b), \forall (a, b) \in A \times B$ 。

定义 7^[2] 设 (F, A) 和 (G, B) 是论域 U 上的两个直觉模糊软集。则 (F, A) 和 (G, B) 的 or 运算记为 $(F, A) \vee (G, B)$, 且定义为: $(F, A) \vee (G, B) = (H, A \times B)$, 其中 $H(a, b) = F(a) \cup G(b), \forall (a, b) \in A \times B$ 。

定义 8^[2] 若 $F(e) = \emptyset, \forall e \in A$, 则称 (F, A) 为相对 null 直觉模糊软集, 记为 $\tilde{N}_{(U,A)}$ (关于整个参数集合 E 的相对 null 软集称为 null 直觉模糊软集, 记为 \tilde{N}_U); U 上唯一的空直觉模糊软集是指参数集为空集的软集, 记为 $\tilde{\emptyset}_U$; 若 $G(e) = U, \forall e \in A$, 称 (G, A) 为相对全直觉模糊软集, 记为 $\tilde{W}_{(U,A)}$ (关于整个参数集合 E 的相对全直觉模糊软集称为绝对直觉模糊软集, 记为 \tilde{A}_U)。对 U 上的软集 (F, A) 有 $\tilde{\emptyset}_U \subseteq (F, A) \subseteq \tilde{W}_{(U,A)} \subseteq \tilde{A}_U$ 。

定义 9^[2] 设 (F, A) 和 (G, B) 是论域 U 上的两个直觉模糊软集, 则有:

1) (F, A) 和 (G, B) 的延拓交记为 $(F, A) \cap_e (G, B)$, 且定义为直觉模糊软集 (H, C) , 其中 $C = A \cup B$,

$$\forall e \in C, H(e) = \begin{cases} F(e): e \in A - B \\ G(e): e \in B - A \\ F(e) \cap G(e): e \in A \cap B \end{cases};$$

2) (F, A) 和 (G, B) 的限制交记为 $(F, A) \cap_R (G, B)$, 且定义为直觉模糊软集 (H, C) , 其中 $C = A \cap B$, 且 $H(c) = F(c) \cap G(c), \forall c \in C$;

3) (F, A) 和 (G, B) 的延拓并记为 $(F, A) \cup_e (G, B)$, 且定义为直觉模糊软集 (H, C) , 其中 $C = A \cup B$,

$$\forall e \in C, H(e) = \begin{cases} F(e): e \in A - B \\ G(e): e \in B - A \\ F(e) \cup G(e): e \in A \cap B \end{cases};$$

4) (F, A) 和 (G, B) 的限制并记为 $(F, A) \cup_R (G, B)$, 且定义为直觉模糊软集 (H, C) , 其中 $C = A \cap B$, 且 $H(c) = F(c) \cup G(c), \forall c \in C$ 。

2 主要结果及其证明

定义 10^[4] 设 R 是一个半环, 称 R 上的直觉模糊集 $\emptyset \neq A = \{\langle x, \mu_A(x), \lambda_A(x) \rangle | x \in R\}$ 是 R 的直觉模糊左(右)理想, 若对所有 $r_1, r_2 \in R$ 满足: 1) $\mu_A(r_1 + r_2) \geq \mu_A(r_1) \wedge \mu_A(r_2), \lambda_A(r_1 + r_2) \leq \lambda_A(r_1) \vee \lambda_A(r_2)$; 2) $\mu_A(r_1 r_2) \geq \mu_A(r_2)(\mu_A(r_1)), \lambda_A(r_1 r_2) \leq \lambda_A(r_2)(\lambda_A(r_1))$ 。

R 上的直觉模糊集 $A = \{\langle x, \mu_A(x), \lambda_A(x) \rangle | x \in R\}$ 称为 R 的直觉模糊理想, 如果它既是 R 的直觉模糊左理想, 又是 R 的直觉模糊右理想。

定义 11 半环 S 上的直觉模糊软集 $\tilde{N}_{(S,A)} \neq (F, A) \neq \tilde{\emptyset}_S$ 称为 S 上的直觉模糊软左(右)理想, 若对所有 $a \in A$, 当 $F(a) \neq \emptyset$ 时, $F(a)$ 是 S 的直觉模糊左(右)理想。 $\tilde{N}_{(S,A)} \neq (F, A) \neq \tilde{\emptyset}_S$ 称为 S 上的直觉模糊软理想, 如果它既是 S 上的直觉模糊软左理想, 又是 S 上的直觉模糊软右理想。

引理 2 设 $\emptyset \neq A = \{\langle x, \mu_A(x), \lambda_A(x) \rangle | x \in R\}, \emptyset \neq B = \{\langle x, \mu_B(x), \lambda_B(x) \rangle | x \in R\}$ 是半环 S 的两个直

觉模糊左(右)理想,那么 $A \cap B$ 仍是半环 S 的一个直觉模糊左(右)理想。所以,如果 A 和 B 是半环 S 的两个直觉模糊理想,则 $A \cap B$ 是半环 S 的一个直觉模糊理想。

证明 由假设,令 A, B 是半环 S 的两个直觉模糊左(右)理想。对所有 $s_1, s_2 \in S$, 以下式子成立:

$$\begin{aligned}\mu_A(s_1 + s_2) &\geq \mu_A(s_1) \wedge \mu_A(s_2), \lambda_A(s_1 + s_2) \leq \lambda_A(s_1) \vee \lambda_A(s_2), \\ \mu_A(s_1 s_2) &\geq \mu_A(s_2)(\mu_A(s_1)), \lambda_A(s_1 s_2) \leq \lambda_A(s_2)(\lambda_A(s_1)), \\ \mu_B(s_1 + s_2) &\geq \mu_B(s_1) \wedge \mu_B(s_2), \lambda_B(s_1 + s_2) \leq \lambda_B(s_1) \vee \lambda_B(s_2), \\ \mu_B(s_1 s_2) &\geq \mu_B(s_2)(\mu_B(s_1)), \lambda_B(s_1 s_2) \leq \lambda_B(s_2)(\lambda_B(s_1)).\end{aligned}$$

由定义得 $A \cap B = \{ \langle s, \min(\mu_A(s), \mu_B(s)), \max(\lambda_A(s), \lambda_B(s)) \rangle \mid s \in S \}$ 。令 $\mu_C(s) = \min(\mu_A(s), \mu_B(s))$, $\lambda_C(s) = \max(\lambda_A(s), \lambda_B(s))$, 有:

$$\begin{aligned}\mu_C(s_1) &= \min(\mu_A(s_1), \mu_B(s_1)), \mu_C(s_2) = \min(\mu_A(s_2), \mu_B(s_2)), \\ \mu_C(s_1 + s_2) &= \min(\mu_A(s_1 + s_2), \mu_B(s_1 + s_2)) \geq \min(\mu_A(s_1) \wedge \mu_A(s_2), \mu_B(s_1) \wedge \mu_B(s_2)) = \\ &= \min(\mu_A(s_1), \mu_B(s_1)) \wedge \min(\mu_A(s_2), \mu_B(s_2)) = \mu_C(s_1) \wedge \mu_C(s_2), \\ \mu_C(s_1 s_2) &= \min(\mu_A(s_1 s_2), \mu_B(s_1 s_2)) \geq \min(\mu_A(s_2)(\mu_A(s_1)), \mu_B(s_2)(\mu_B(s_1))) = \mu_C(s_2), \\ (\mu_C(s_1 s_2) &= \min(\mu_A(s_1 s_2), \mu_B(s_1 s_2)) \geq \min(\mu_A(s_1), \mu_B(s_1)) = \mu_C(s_1)), \\ \lambda_C(s_1) &= \max(\lambda_A(s_1), \lambda_B(s_1)), \lambda_C(s_2) = \max(\lambda_A(s_2), \lambda_B(s_2)), \\ \lambda_C(s_1 + s_2) &= \max(\lambda_A(s_1 + s_2), \lambda_B(s_1 + s_2)) \leq \max(\lambda_A(s_1) \vee \lambda_A(s_2), \lambda_B(s_1) \vee \lambda_B(s_2)) = \\ &= \max(\lambda_A(s_1), \lambda_B(s_1)) \vee \max(\lambda_A(s_2), \lambda_B(s_2)) = \lambda_C(s_1) \vee \lambda_C(s_2), \\ \lambda_C(s_1 s_2) &= \max(\lambda_A(s_1 s_2), \lambda_B(s_1 s_2)) \leq \max(\lambda_A(s_2)(\lambda_A(s_1)), \lambda_B(s_2)(\lambda_B(s_1))) = \lambda_C(s_2), \\ (\lambda_C(s_1 s_2) &= \max(\lambda_A(s_1 s_2), \lambda_B(s_1 s_2)) \leq \max(\lambda_A(s_1), \lambda_B(s_1)) = \lambda_C(s_1)).\end{aligned}$$

从而可得 $A \cap B$ 是半环 S 的一个直觉模糊左(右)理想。如果 A 和 B 是半环 S 的两个直觉模糊理想,则 $A \cap B$ 是半环 S 的一个直觉模糊理想。 证毕

定理 1 设 (F, A) 和 (G, B) 是半环 S 上的两个直觉模糊软理想。下述性质成立:

- 1) 当 $\tilde{N}_{(S, A \times B)} \neq (F, A) \wedge (G, B)$ 时, $(F, A) \wedge (G, B)$ 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想;
- 2) 当 $\tilde{N}_{(S, A \cap B)} \neq (F, A) \cap_R (G, B) \neq \tilde{\emptyset}_S$ 时, $(F, A) \cap_R (G, B)$ 是半环 S 上含于 (F, A) 和 (G, B) 的一个直觉模糊软理想;
- 3) 如果 $A \cap B \neq \emptyset$, $(F, A) \cup_e (G, B)$ 是半环 S 上的包含 (F, A) 和 (G, B) 的一个直觉模糊软理想。

证明 1) 令 $(F, A) \wedge (G, B) = (Q, C)$, 其中 $C = A \times B \neq \emptyset$, 对所有 $(a, b) \in A \times B$, $Q(a, b) = F(a) \cap G(b)$ 。那么对任意 $(a, b) \in A \times B$, $Q(a, b) = F(a) \cap G(b) \neq \emptyset$ 是 S 的一个直觉模糊理想, 因为 $F(a)$ 和 $G(b)$ 都是 S 的直觉模糊理想, 所以 $(F, A) \wedge (G, B)$ 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想。

2) 令 $(F, A) \cap_R (G, B) = (Q, C)$, 其中 $C = A \times B \neq \emptyset$, 且对所有 $c \in A \cap B$, $Q(c) = F(c) \cap G(c)$ 。对任意的 $c \in A \cap B$, $Q(c) \neq \emptyset$ 是 S 的一个直觉模糊理想, 因为 $F(c)$ 和 $G(c)$ 均为 S 的直觉模糊理想。所以, 当 $\tilde{N}_{(S, A \cap B)} \neq (F, A) \cap_R (G, B) \neq \tilde{\emptyset}_S$ 时, $(F, A) \cap_R (G, B)$ 是半环 S 上含于 (F, A) 和 (G, B) 的一个直觉模糊软理想。

- 3) 令 $(F, A) \cup_e (G, B) = (Q, C)$, 其中 $C = A \cup B \neq \emptyset$, 对所有 $c \in A \cup B$, $Q(c) = \begin{cases} F(c); c \in A - B \\ G(c); c \in B - A \\ F(c) \cup G(c); c \in A \cap B \end{cases}$ 。

由于 $A \cap B \neq \emptyset$, 所以, 要么 $c \in A - B$, 要么 $c \in B - A$ 。对任意 $c \in A - B$ 或 $c \in B - A$, $Q(c)$ 是 S 的一个直觉模糊理想, 因为 (F, A) 和 (G, B) 是 S 上的两个直觉模糊软理想。所以, 如果 $A \cap B \neq \emptyset$, $(F, A) \cup_e (G, B)$ 是半环 S 上的包含 (F, A) 和 (G, B) 的一个直觉模糊软理想。 证毕

定理 2 设 (F, A) 是半环 S 上的一个直觉模糊软集, 下述性质成立:

- 1) 如果 (F, A) 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想, 那么 $(\square F, A)$ 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想;
- 2) 如果 (F, A) 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想, 那么 $(\triangle F, A)$ 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想。

证明 1) 令 (F, A) 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想。那么, 对所有 $a \in A$, $F(a)$ 是半环 S 的一个直觉模糊理想。由定义有 $(\square F)(a) = \square(F(a))$, 因此对所有 $r_1, r_2 \in S$, 有:

$$\begin{aligned}\mu_{(\square F)(a)}(r_1 + r_2) &= \mu_{\square(F(a))}(r_1 + r_2) = \mu_{F(a)}(r_1 + r_2) \geq \mu_{F(a)}(r_1) \wedge \mu_{F(a)}(r_2) = \\ &= \mu_{\square(F(a))}(r_1) \wedge \mu_{\square(F(a))}(r_2) = \mu_{(\square F)(a)}(r_1) \wedge \mu_{(\square F)(a)}(r_2); \\ \lambda_{(\square F)(a)}(r_1 + r_2) &= \lambda_{\square(F(a))}(r_1 + r_2) = \mu_{F(a)}^c(r_1 + r_2) = 1 - \mu_{F(a)}(r_1 + r_2) \leq 1 - \mu_{F(a)}(r_1) \wedge \mu_{F(a)}(r_2) =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (1 - \mu_{F(a)}(r_1)) \vee (1 - \mu_{F(a)}(r_2)) = \mu_{F(a)}^c(r_1) \vee \mu_{F(a)}^c(r_2) = \\
& \lambda_{\square(F(a))}(r_1) \vee \lambda_{\square(F(a))}(r_2) = \lambda_{\square(F(a))}(r_1) \vee \lambda_{\square(F(a))}(r_2); \\
\mu_{\square(F(a))}(r_1 r_2) &= \mu_{\square(F(a))}(r_1 r_2) = \mu_{F(a)}(r_1 r_2) \geq \mu_{F(a)}(r_2) = \mu_{\square(F(a))}(r_2) = \mu_{\square(F(a))}(r_2); \\
\mu_{\square(F(a))}(r_1 r_2) &= \mu_{\square(F(a))}(r_1 r_2) = \mu_{F(a)}(r_1 r_2) \geq \mu_{F(a)}(r_1) = \mu_{\square(F(a))}(r_1) = \mu_{\square(F(a))}(r_1); \\
\lambda_{\square(F(a))}(r_1 r_2) &= \lambda_{\square(F(a))}(r_1 r_2) = \mu_{F(a)}^c(r_1 r_2) = 1 - \mu_{F(a)}(r_1 r_2) \leq 1 - \mu_{F(a)}(r_2) = \\
& \mu_{F(a)}^c(r_2) = \lambda_{\square(F(a))}(r_2) = \lambda_{\square(F(a))}(r_2); \\
\lambda_{\square(F(a))}(r_1 r_2) &= \lambda_{\square(F(a))}(r_1 r_2) = \mu_{F(a)}^c(r_1 r_2) = 1 - \mu_{F(a)}(r_1 r_2) \leq 1 - \mu_{F(a)}(r_1) = \\
& \mu_{F(a)}^c(r_1) = \lambda_{\square(F(a))}(r_1) = \lambda_{\square(F(a))}(r_1).
\end{aligned}$$

从而 $(\square F)(a)$ 是半环 S 的一个直觉模糊理想。因此 $(\square F, A)$ 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想。

2) 令 (F, A) 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想。那么,对所有 $a \in A, F(a)$ 是半环 S 的一个直觉模糊理想。由定义 $(\triangle F)(a) = \triangle(F(a))$,对所有 $r_1, r_2 \in S$,有

$$\begin{aligned}
\mu_{(\triangle F)(a)}(r_1 + r_2) &= \mu_{\triangle(F(a))}(r_1 + r_2) = \lambda_{F(a)}^c(r_1 + r_2) = 1 - \lambda_{F(a)}(r_1 + r_2) \geq 1 - \lambda_{F(a)}(r_1) \vee \lambda_{F(a)}(r_2) = \\
& (1 - \lambda_{F(a)}(r_1)) \wedge (1 - \lambda_{F(a)}(r_2)) = \lambda_{F(a)}^c(r_1) \wedge \lambda_{F(a)}^c(r_2) = \\
& \mu_{\triangle(F(a))}(r_1) \wedge \mu_{\triangle(F(a))}(r_2) = \mu_{(\triangle F)(a)}(r_1) \wedge \mu_{(\triangle F)(a)}(r_2); \\
\lambda_{(\triangle F)(a)}(r_1 + r_2) &= \lambda_{\triangle(F(a))}(r_1 + r_2) = \lambda_{F(a)}(r_1 + r_2) \leq \lambda_{F(a)}(r_1) \vee \lambda_{F(a)}(r_2) = \\
& \lambda_{\triangle(F(a))}(r_1) \vee \lambda_{\triangle(F(a))}(r_2) = \lambda_{(\triangle F)(a)}(r_1) \vee \lambda_{(\triangle F)(a)}(r_2); \\
\mu_{(\triangle F)(a)}(r_1 r_2) &= \mu_{\triangle(F(a))}(r_1 r_2) = \lambda_{F(a)}^c(r_1 r_2) = 1 - \lambda_{F(a)}(r_1 r_2) \geq 1 - \lambda_{F(a)}(r_2) = \\
& \lambda_{F(a)}^c(r_2) = \mu_{\triangle(F(a))}(r_2) = \mu_{(\triangle F)(a)}(r_2); \\
\mu_{(\triangle F)(a)}(r_1 r_2) &= \mu_{\triangle(F(a))}(r_1 r_2) = \lambda_{F(a)}^c(r_1 r_2) = 1 - \lambda_{F(a)}(r_1 r_2) \geq \\
& 1 - \lambda_{F(a)}(r_1) = \lambda_{F(a)}^c(r_1) = \mu_{\triangle(F(a))}(r_1) = \mu_{(\triangle F)(a)}(r_1); \\
\lambda_{(\triangle F)(a)}(r_1 r_2) &= \lambda_{\triangle(F(a))}(r_1 r_2) = \lambda_{F(a)}(r_1 r_2) \leq \lambda_{F(a)}(r_2) = \lambda_{\triangle(F(a))}(r_2) = \lambda_{(\triangle F)(a)}(r_2); \\
\lambda_{(\triangle F)(a)}(r_1 r_2) &= \lambda_{\triangle(F(a))}(r_1 r_2) = \lambda_{F(a)}(r_1 r_2) \leq \lambda_{F(a)}(r_1) = \lambda_{\triangle(F(a))}(r_1) = \lambda_{(\triangle F)(a)}(r_1).
\end{aligned}$$

从而 $(\triangle F)(a)$ 是半环 S 的一个直觉模糊理想。因此, $(\triangle F, A)$ 是半环 S 上的一个直觉模糊软理想。 证毕

参考文献:

- [1] ATANASSOV K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [2] MAJI P K, BISWAS R, ROY A R. Intuitionistic fuzzy soft sets[J]. Journal of Fuzzy Mathematics, 2001, 9(3): 677-692.
- [3] ATANASSOV K T. Remarks on the intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 75(3): 401-402.
- [4] AKRAM M, DUDEK W A. Intuitionistic fuzzy left k-ideals of semirings[J]. Soft Computing, 2008, 12(9): 881-890.
- [5] BUSTINCE H, BURILLO P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(3): 403-405.
- [6] ATANASSOV K T. Some operations on intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(3): 477-484.
- [7] XU Z S, YAGER R R. Some geometric aggregation operators based on intuitionistic fuzzy sets[J]. International Journal of General Systems, 2006, 35(4): 417-433.
- [8] GARG H. A new generalized improved score function of interval-valued intuitionistic fuzzy sets and intuitionistic fuzzy sets and applications in expert systems[J]. Applied Soft Computing, 2016, 38(3): 988-999.

Intuitionistic Fuzzy Soft Ideal of Semiring

LI Qing

(College of Mathematics Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: [Purposes] In order to study semiring better, and make it better used in information science and other fields. [Methods] The concept of intuitionistic fuzzy soft set is applied to semirings and some new notions are introduced; intuitionistic fuzzy soft ideal over a semiring, etc. [Findings] Based on the advantage of these theory, properties of these concepts are investigated here. [Conclusions] All this work is important to further study algebraic structure of semirings.

Keywords: intuitionistic fuzzy soft set; semiring; soft set; ideal; soft ideal

(责任编辑 黄 颖)