DOI:10.11721/cqnuj20170443

直觉模糊软半环的直觉模糊软理想*

李　庆，吴　春
(重庆师范大学 数学科学学院，重庆 401331)

摘要:【目的】通过对半环的研究,使之更好地应用于信息科学等领域。【方法】引入了直觉模糊软半环和直觉模糊软半环的直觉模糊软理想的概念,进行了一系列讨论。【结果】在充分利用各自理论优势的基础上,得到了直觉模糊软半环的直觉模糊软理想的诸多性质。【结论】对进一步研究半环这一重要代数结构有着积极的意义。

关键词:直觉模糊软集;半环;软集;理想;软理想

中图分类号:O152.7　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2017)05-0054-06

软集理论(Soft set theory)是 Molodtsov 提出用来处理不确定性问题的新的数学工具[1]。软集理论的引入有效地解决了参数化工具不足的问题。在 1986 年,保加利亚学者 Atanassov 在模糊集的基础上提出了直觉模糊集的概念[2]。直觉模糊集比传统的模糊集在处理模糊性和不确定性等方面更具有灵活性和实用性。

学者们为了充分地发挥软集理论和直觉模糊集理论的优点,提出了直觉模糊软集理论[3-4]。随即有研究者尝试了把直觉模糊软集理论和不同的代数结构结合起来研究[5-7]。大家的目的是充分发挥直觉模糊理论和软集理论各自的优越性,并将它们运用于代数结构的研究,以期当这些代数结构在运用时有更大的灵活性和适应性。直觉模糊软集理论的研究仍在深入进行,直到近期仍有大量相关论文出现[8-11]。本文引入了直觉模糊软半环和直觉模糊软半环的直觉模糊软理想的概念,丰富和拓广了直觉模糊软集理论及半环理论,期望半环能更广泛和灵活地运用于理论计算机和自动机等信息科学领域。

本文使用的概念和符号都是标准的。例如:IFS 是论域上的直觉模糊集等,在使用时不再特别说明。直觉模糊软集的各种运算类似于普通软集,并且使用相同记号[12]。

1 预备知识

定义 1[2]　论域 X 上的直觉模糊集(IFS)是指:$A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle \mid x\in X\}$,其中 $\mu_A(x):X\to[0,1]$,$\lambda_A(x):X\to[0,1]$ 满足:$0\leqslant\mu_A(x)+\lambda_A(x)\leqslant 1(\forall x\in X)$。$\mu_A(x)$ 和 $\lambda_A(x)$ 分别为 X 中元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度。$\pi_A(x)=1-\mu_A(x)-\lambda_A(x)$ 称为 X 中元素 x 属于 A 的犹豫度。

定义 2[2]　设 A 和 B 是论域 X 上的直觉模糊集,有下述定义:

$$A^C=\{\langle x,\lambda_A(x),\mu_A(x)\rangle \mid x\in X\},A\subset B\Leftrightarrow\forall x\in X,\mu_A(x)\leqslant\mu_B(x)\wedge\lambda_A(x)\geqslant\lambda_B(x),$$

$$A=B\Leftrightarrow\forall x\in X,\mu_A(x)=\mu_B(x)\wedge\lambda_A(x)=\lambda_B(x),$$

$$A\cup B\Leftrightarrow\{\langle x,\max(\mu_A(x),\mu_B(x)),\min(\lambda_A(x),\lambda_B(x))\rangle \mid x\in X\},$$

$$A\cap B\Leftrightarrow\{\langle x,\min(\mu_A(x),\mu_B(x)),\max(\lambda_A(x),\lambda_B(x))\rangle \mid x\in X\},$$

$$A\cdot B\Leftrightarrow\{\langle x,\mu_A(x)\cdot\mu_B(x),\lambda_A(x)+\lambda_B(x)-\lambda_A(x)\cdot\lambda_B(x)\rangle \mid x\in X\}。$$

定义 3[3]　设 U 表示初始论域,E 表示与 U 中对象有关的所有参数之集。$P(U)$表示 U 上的所有直觉模糊集的集合。令 $A\subseteq E$,二元组(F,A)称为 U 上的直觉模糊软集,其中 $F:A\to P(U)$是一个映射。

* **收稿日期**:2017-03-22　**修回日期**:2017-07-07　**网络出版时间**:2017-05-16　11:24
资助项目:重庆师范大学博士启动基金(No.17XLBO11);重庆市教委科研项目(No.KJ1703060)
第一作者简介:李庆,男,讲师,博士,研究方向为半群半环代数理论,E-mail:liqing65726572@163.com
网络出版地址:http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20170516.1124.018.html

定义 4[3]　设(F,A)和(G,B)为论域U上的两个直觉模糊软集。如果$B\subseteq A$且$G(b)\subseteq F(b),\forall b\in B$，则称$(G,B)$是$(F,A)$的一个直觉模糊软子集，并且记为$(G,B)\subseteq(F,A)$。类似地，$(G,B)$称为$(F,A)$的直觉模糊软超集。若$(F,A)$是$(G,B)$的直觉模糊软子集，记为$(G,B)\supseteq(F,A)$。$(F,A)$与$(G,B)$称为直觉模糊软相等的，若$(G,B)\subseteq(F,A)$且$(G,B)\supseteq(F,A)$。

2 主要结果及其证明

2.1 半环的直觉模糊软理想

定义 5[5]　设R是一个半环，称R上的直觉模糊集$\varnothing\neq A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle \mid x\in R\}$是$R$的直觉模糊左(右)理想，若对所有$r_1,r_2\in R$满足：

1) $\mu_A(r_1+r_2)\geqslant\mu_A(r_1)\wedge\mu_A(r_2),\lambda_A(r_1+r_2)\leqslant\lambda_A(r_1)\vee\lambda_A(r_2)$；

2) $\mu_A(r_1r_2)\geqslant\mu_A(r_2)(\mu_A(r_1)),\lambda_A(r_1r_2)\leqslant\lambda_A(r_2)(\lambda_A(r_1))$。

R上的直觉模糊集$A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle \mid x\in R\}$称为$R$的直觉模糊理想，如果它既是$R$的直觉模糊左理想，又是$R$的直觉模糊右理想。

例 1[5]　设N表示非零正整数集合，它在通常的加法和乘法之下构成一个半环。定义N上的直觉模糊集$A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle \mid x\in R\}$为：

$$\mu_A(x)=\begin{cases}0:0<x<5\\0.5:5<x<7\\0.7:7\leqslant x\end{cases},\lambda_A(x)=\begin{cases}1:0<x<5\\0.5:5<x<7\\0:7\leqslant x\end{cases},$$

则$A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle \mid x\in R\}$是$N$的直觉模糊理想。

定义 6　半环S上的直觉模糊软集$\widetilde{N}_{(S,A)}\neq(F,A)\neq\widetilde{\varnothing}_S$称为$S$上的直觉模糊软左(右)理想，若对所有$a\in A$，当$F(a)\neq\varnothing$时，$F(a)$是$S$的直觉模糊左(右)理想。$\widetilde{N}_{(S,A)}\neq(F,A)\neq\widetilde{\varnothing}_S$称为$S$上的直觉模糊软理想，如果它既是$S$上的直觉模糊软左理想，又是$S$上的直觉模糊软右理想。

2.2 直觉模糊软半环的直觉模糊软理想

定义 7　设R是一个半环，称R上的直觉模糊集$\varnothing\neq A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle \mid x\in R\}$称为$R$的直觉模糊半环，若对所有$r_1,r_2\in R$满足：

1) $\mu_A(r_1+r_2)\geqslant\mu_A(r_1)\wedge\mu_A(r_2),\lambda_A(r_1+r_2)\leqslant\lambda_A(r_1)\vee\lambda_A(r_2)$；

2) $\mu_A(r_1r_2)\geqslant\mu_A(r_1)\wedge\mu_A(r_2),\lambda_A(r_1r_2)\leqslant\lambda_A(r_1)\vee\lambda_A(r_2)$。

例 2　令$S=\{s_1,s_2,s_3,s_4\}$是关于下述运算的半环：

*	s_1	s_2	s_3	s_4
s_1	s_1	s_1	s_1	s_1
s_2	s_1	s_2	s_1	s_2
s_3	s_1	s_1	s_3	s_3
s_4	s_1	s_2	s_3	s_4

，

+	s_1	s_2	s_3	s_4
s_1	s_1	s_2	s_3	s_4
s_2	s_2	s_1	s_4	s_3
s_3	s_3	s_4	s_1	s_2
s_4	s_4	s_3	s_2	s_1

令$\varnothing\neq A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle \mid x\in R\}$是$S$上的直觉模糊集，其中：

x	s_1	s_2	s_3	s_4
$\mu_A(x)$	0.6	0.2	0.2	0.3
$\lambda_A(x)$	0.2	0.3	0.3	0.2

则$\varnothing\neq A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle \mid x\in R\}$是$S$的一个直觉模糊半环。但是，$\varnothing\neq A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle ,x\in R\}$既不是$S$的一个直觉模糊左理想，也不是$S$的一个直觉模糊右理想。因为：

$$\mu_A(s_3 * s_2)=\mu_A(s_1)\geqslant\mu_A(s_2),\mu_A(s_3 * s_4)=\mu_A(s_3)\leqslant\mu_A(s_4)。$$

定义 8 半环 S 上的直觉模糊软集 $\widetilde{N}_{(S,A)}\neq(F,A)\neq\widetilde{\varnothing}_S$，称为 S 上的直觉模糊软半环，如果当 $F(a)\neq\varnothing$ 时，对所有 $a\in A$ 有 $F(a)$ 是 S 的直觉模糊半环。

例 3 令 S 是一个半环，A 是上面例 2 中的直觉模糊集。令 $E=\{e_1,e_2\}$，$F(e_1)=F(e_2)=A$，则 (F,E) 是 S 上的一个直觉模糊软半环。

定义 9 令 R 是一个半环，$A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle\mid x\in R\}$ 是 R 的一个直觉模糊半环。一个 R 上的直觉模糊集 $\varnothing\neq A'=\{\langle x,\mu'_{A'}(x),\lambda'_{A'}(x)\rangle\mid x\in R\}$ 称为 A 的直觉模糊子半环，若对所有 $r_1,r_2\in R$ 满足：

1) $A'\subseteq A$；

2) $\mu'_{A'}(r_1+r_2)\geqslant\mu'_{A'}(r_1)\wedge\mu'_{A'}(r_2),\lambda'_{A'}(r_1+r_2)\leqslant\lambda'_{A'}(r_1)\vee\lambda'_{A'}(r_2)$；

3) $\mu'_{A'}(r_1r_2)\geqslant\mu'_{A'}(r_1)\wedge\mu'_{A'}(r_2),\lambda'_{A'}(r_1r_2)\leqslant\lambda'_{A'}(r_1)\vee\lambda'_{A'}(r_2)$。

例 4 设 S 是一个半环，A 是上面例 2 中的直觉模糊集。令 $B=\{\langle x,\mu_B(x),\lambda_B(x)\rangle\mid x\in S\}$ 是 S 上的直觉模糊集，其中：

x	s_1	s_2	s_3	s_4
$\mu_B(x)$	0.5	0.1	0.1	0.2
$\lambda_B(x)$	0.3	0.4	0.4	0.4

则 $B=\{\langle x,\mu_B(x),\lambda_B(x)\rangle\mid x\in S\}$ 是 S 的直觉模糊半环，而 B 是 A 的直觉模糊子半环。

定义 10 设 (F,A) 和 (G,B) 是半环 S 上的两个直觉模糊软半环。直觉模糊软半环 (G,B) 称为 (F,A) 的直觉模糊软子半环，若满足：1) $B\subseteq A$；2) 当 $G(b)\neq\varnothing$ 时，$G(b)$ 是 $F(a)$ 的直觉模糊子半环。

例 5 设 S 是一个半环，A 是例 2 中的直觉模糊集。设 B 是例 4 中的直觉模糊集。(F,E_1) 和 (G,E_2) 是半环 S 上的直觉模糊软半环，其中 $E_1=\{e_1,e_2\}$，$E_2=\{e_2\}$，$F(e_1)=A$，$F(e_2)=A$，$G(e_2)=B$，则 (G,E_2) 是 (F,E_1) 的直觉模糊软子半环。

引理 1 设 $\varnothing\neq A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle\mid x\in S\}$ 和 $\varnothing\neq B=\{\langle x,\mu_B(x),\lambda_B(x)\rangle\mid x\in S\}$ 是 S 的两个直觉模糊半环，则 $A\cap B$ 是 S 的直觉模糊半环。

证明 因为 A,B 是 S 的两个直觉模糊半环，所以对所有 $s_1,s_2\in S$ 有：

$$\mu_A(s_1+s_2)\geqslant\mu_A(s_1)\wedge\mu_A(s_2),\lambda_A(s_1+s_2)\leqslant\lambda_A(s_1)\vee\lambda_A(s_2),$$
$$\mu_A(s_1s_2)\geqslant\mu_A(s_1)\wedge\mu_A(s_2),\lambda_A(s_1s_2)\leqslant\lambda_A(s_1)\vee\lambda_A(s_2),$$
$$\mu_B(s_1+s_2)\geqslant\mu_B(s_1)\wedge\mu_B(s_2),\lambda_B(s_1+s_2)\leqslant\lambda_B(s_1)\vee\lambda_B(s_2),$$
$$\mu_B(s_1s_2)\geqslant\mu_B(s_1)\wedge\mu_B(s_2),\lambda_B(s_1s_2)\leqslant\lambda_B(s_1)\vee\lambda_B(s_2)。$$

由定义可以得到 $A\cap B=\{\langle s,\min(\mu_A(s),\mu_B(s)),\max(\lambda_A(s),\lambda_B(s))\rangle\mid s\in S\}$。

令 $\mu_C(s)=\min(\mu_A(s),\mu_B(s))$，$\lambda_C(s)=\max(\lambda_A(s),\lambda_B(s))$，所以有：

$$\mu_C(s_1)=\min(\mu_A(s_1),\mu_B(s_1)),\mu_C(s_2)=\min(\mu_A(s_2),\mu_B(s_2)),$$
$$\mu_C(s_1+s_2)=\min(\mu_A(s_1+s_2),\mu_B(s_1+s_2))\geqslant\min(\mu_A(s_1)\wedge\mu_A(s_2),\mu_B(s_1)\wedge\mu_B(s_2))=$$
$$\min(\mu_A(s_1),\mu_B(s_1))\wedge\min(\mu_A(s_2),\mu_B(s_2))=\mu_C(s_1)\wedge\mu_C(s_2),$$
$$\mu_C(s_1s_2)=\min(\mu_A(s_1s_2),\mu_B(s_1s_2))\geqslant\min(\mu_A(s_1)\wedge\mu_A(s_2),\mu_B(s_1)\wedge\mu_B(s_2))=$$
$$\min(\mu_A(s_1),\mu_B(s_1))\wedge\min(\mu_A(s_2),\mu_B(s_2))=\mu_C(s_1)\wedge\mu_C(s_2),$$
$$\lambda_C(s_1)=\max(\lambda_A(s_1),\lambda_B(s_1)),\lambda_C(s_2)=\max(\lambda_A(s_2),\lambda_B(s_2)),$$
$$\lambda_C(s_1+s_2)=\max(\lambda_A(s_1+s_2),\lambda_B(s_1+s_2))\leqslant\max(\lambda_A(s_1)\vee\lambda_A(s_2),\lambda_B(s_1)\vee\lambda_B(s_2))=$$
$$\max(\lambda_A(s_1),\lambda_B(s_1))\vee\max(\lambda_A(s_2),\lambda_B(s_2))=\lambda_C(s_1)\vee\lambda_C(s_2),$$
$$\lambda_C(s_1s_2)=\max(\lambda_A(s_1s_2),\lambda_B(s_1s_2))\leqslant\max(\lambda_A(s_1)\vee\lambda_A(s_2),\lambda_B(s_1)\vee\lambda_B(s_2))=$$
$$\max(\lambda_A(s_1),\lambda_B(s_1))\vee\max(\lambda_A(s_2),\lambda_B(s_2))=\lambda_C(s_1)\vee\lambda_C(s_2)。$$

因此有 $A\cap B$ 是 S 的直觉模糊半环。　　证毕

定理 1　令$\{(F_i,A_i)\mid i\in I\}$是半环 S 上的一非空直觉模糊软半环簇,下述结论成立:

1) 当 $\widetilde{N}_{(S,\cap_{i\in I}A_i)}\neq\bigcap_{i\in I_R}(F_i,A_i)\neq\widetilde{\varnothing}_S$ 时,$\bigcap_{i\in I_R}(F_i,A_i)$是半环 S 上的直觉模糊软半环;

2) 当 $\widetilde{N}_{(S,\times A_i)}\neq\wedge_{i\in I_R}(F_i,A_i)$时,$\wedge_{i\in I_R}(F_i,A_i)$是半环 S 上的直觉模糊软半环;

3) 对所有 $i,j\in I,i\neq j$,如果 $A_i\cap A_j\neq\varnothing$,则$\bigcup_{i\in I_\varepsilon}(F_i,A_i)$是半环 S 上的直觉模糊软半环。

证明　1) 令$\bigcap_{i\in I_R}(F_i,A_i)=(F,A)$,其中 $A=\bigcap_{i\in I}A_i$,且对所有 $a\in A$,$F(a)=\bigcap_{i\in I}F_i(a)$。$\widetilde{N}_{(S,\cap_{i\in I}A_i)}\neq(F,A)\neq\widetilde{\varnothing}_S$,对所有 $a\in A$,如果 $F(a)=\bigcap_{i\in I}F_i(a)\neq\widetilde{\varnothing}_S$,那么非空集 $F_i(a)$是 S 的直觉模糊半环,因为对所有 $i\in I$,(F_i,A_i)是半环 S 上的直觉模糊软半环。因此 $F(a)$是 S 的直觉模糊半环。故而当 $\widetilde{N}_{(S,\cap_{i\in I}A_i)}\neq\bigcap_{i\in I_R}(F_i,A_i)\neq\widetilde{\varnothing}_S$ 时,$\bigcap_{i\in I_R}(F_i,A_i)$是半环 S 上的直觉模糊软半环。

2) 令$\wedge_{i\in I_R}(F_i,A_i)=(F,A)$,其中$\times_{i\in I}A_i$,且对所有$\{(a_1,a_2,\cdots,a_k,\cdots)\mid a_i\in A_i\}$,$F(a_1,a_2,\cdots,a_k,\cdots)=\bigcap_{i\in I}F_i(a_i)$。$\widetilde{N}_{(S,\times A_i)}\neq\wedge_{i\in I_R}(F_i,A_i)$,对所有$(a_1,a_2,\cdots,a_k,\cdots)\in\times_{i\in I}A_i$,如果 $F(a_1,a_2,\cdots,a_k,\cdots)=\bigcap_{i\in I}F_i(a_i)\neq\varnothing$,那么非空集 $F_i(a_i)$是 S 的直觉模糊半环,因为对所有 $i\in I$,(F_i,A_i)是半环 S 上的直觉模糊软半环。由引理 1 可知,$F(a_1,a_2,\cdots,a_k,\cdots)$是 S 的直觉模糊半环。因此,当 $\widetilde{N}_{(S,\times A_i)}\neq\wedge_{i\in I_R}(F_i,A_i)$时,$\wedge_{i\in I_R}(F_i,A_i)$是半环 S 上的直觉模糊软半环。

3) 令$\bigcup_{i\in I_\varepsilon}(F_i,A_i)=(F,A)$,其中 $a\in A$,$A=\bigcup_{i\in I}A_i$,且 $F(a)=\bigcup_{i\in I(x)}F_i(a)$,其中 $I(x)=\{i\in I,a\in A_i\}$。因为$\{(F_i,A_i)\mid i\in I\}$是半环 S 上的一非空直觉模糊软半环簇,所以 $\widetilde{N}_{(S,\cup_{i\in I}A_i)}\neq(F,A)\neq\widetilde{\varnothing}_S$。对所有 $a\in A$,如果$F(a)=\bigcup_{i\in I}F_i(a)\neq\varnothing$,则存在 $i_k\in I(x)$,$F_{i_k}(a)\neq\varnothing$。上述 i_k 是唯一的,因为对所有 $i,j\in I,i\neq j$,$A_i\cap A_j=\varnothing$。因此,$F(a)=F_{i_k}(a)$。由于(F_{i_k},A_{i_k})是半环 S 上的一个直觉模糊软半环,故非空集$F_{i_k}(a)$是半环 S 的一个直觉模糊半环。从而 $F(a)=F_{i_k}(a)$是半环 S 的一个直觉模糊半环。因此$\bigcup_{i\in I_\varepsilon}(F_i,A_i)$是半环 S 上的一个直觉模糊软半环。

推论 1　设(F,A)和(G,B)是半环 S 上的两个直觉模糊软半环,下述结论成立:

1) 当 $\widetilde{N}_{(S,A\cap B)}\neq(F,A)\cap_R(G,B)\neq\widetilde{\varnothing}_S$ 时,限制交$(F,A)\cap_R(G,B)$是半环 S 上的直觉模糊软半环;

2) 对所有 $b\in B$,如果 $G(b)\subseteq F(b)$,那么(G,B)是(F,B)的一个直觉模糊软子半环;

3) 当 $\widetilde{N}_{(S,A\cap B)}\neq(F,A)\cap_R(G,B)\neq\widetilde{\varnothing}_S$ 时,限制交$(F,A)\cap_R(G,B)$既是(F,B)的又是(G,B)的一个直觉模糊软子半环。

推论 2　设(F,A)和(G,B)是半环 S 上的两个直觉模糊软半环,下述结论成立:

1) 当 $\widetilde{N}_{(S,A\times B)}\neq(F,A)\wedge(G,B)$时,$(F,A)\wedge(G,B)$是半环 S 上的直觉模糊软半环;

2) 如果 $A\cap B=\varnothing$,那么$(F,A)\cup_\varepsilon(G,B)$是半环 S 上的直觉模糊软半环。

定义 11　设 R 是一个半环且$A=\{\langle x,\mu_A(x),\lambda_A(x)\rangle\mid x\in R\}$是 R 的一个直觉模糊半环。R 上的直觉模糊集$\varnothing\neq A'=\{\langle x,\mu'_{A'}(x),\lambda'_{A'}(x)\rangle\mid x\in R\}$称为 A 的直觉模糊左(右)理想,若对所有 $r_1,r_2\in R$ 满足:

1) A'是 A 的一个直觉模糊子半环;

2) $\mu'_{A'}(r_1r_2)\geqslant\mu_A(r_1)\wedge\mu'_{A'}(r_2)$,$\lambda'_{A'}(r_1r_2)\leqslant\lambda_A(r_1)\vee\lambda'_{A'}(r_2)$,$(\mu'_{A'}(r_1r_2)\geqslant\mu'_{A'}(r_1)\wedge\mu_A(r_2)$,$\lambda'_{A'}(r_1r_2)\leqslant\lambda'_{A'}(r_1)\vee\lambda_A(r_2))$。

R 上的直觉模糊集$\varnothing\neq A'=\{\langle x,\mu'_{A'}(x),\lambda'_{A'}(x)\rangle\mid x\in R\}$称为 A 的直觉模糊理想,如果它既是 A 的直觉模糊左理想又是 A 的直觉模糊右理想。

定义 12　设(F,A)是半环 S 上的一个直觉模糊软半环。S 上的软集 $\widetilde{N}_{(S,B)}\neq(G,B)\neq\widetilde{\varnothing}_S$ 称为(F,A)的

直觉模糊软(左,右)理想,若 $B\subseteq A$ 且对所有 $b\in B$,当 $G(b)=\varnothing$ 时,$G(b)$ 是 $F(b)$ 的直觉模糊(左,右)理想。

定理2　设 (F,A) 是半环 S 上的直觉模糊软半环,(F_1,A_1) 和 (F_2,A_2) 均为 (F,A) 的直觉模糊软(左,右)理想。下述结论成立:

1) 当 $\widetilde{N}_{(S,A_1\cap_R A_2)}\neq(F_1,A_1)\cap_R(F_2,A_2)\neq\widetilde{\varnothing}_S$ 时,$(F_1,A_1)\cap_R(F_2,A_2)$ 是 (F,A) 的直觉模糊软(左,右)理想;

2) 如果 $A_1\cap A_2=\varnothing$,那么 $(F_1,A_1)\cup_\varepsilon(F_2,A_2)$ 为 (F,A) 的直觉模糊软(左,右)理想;

证明　1) 设 (F_1,A_1) 和 (F_2,A_2) 均为 (F,A) 的直觉模糊软左理想,因此,对任意 $a\in A_1$ 或 $a\in A_2$,A_1,$A_2\subseteq A$ 且 $F_1(a)\neq\varnothing$,$F_2(a)\neq\varnothing$ 均为 $F(a)$ 的直觉模糊左理想。令 $(F_1,A_1)\cap_R(F_2,A_2)=(G,B)$,其中 $B=A_1\cap A_2$,$G(a)=F_1(a)\cap F_2(a)$。因此 $B\subseteq A$ 且对所有 $s\in S$,$G(a)\subseteq F(a)$,$\mu_{G(a)}(s)=\min\{\mu_{F_1(a)}(s),\mu_{F_2(a)}(s)\}\leqslant\mu_{F(a)}(s)$,$\lambda_{G(a)}(s)=\max\{\lambda_{F_1(a)}(s),\lambda_{F_2(a)}(s)\}\geqslant\lambda_{F(a)}(s)$。

对所有 $s_1,s_2\in S$,有:

$$\mu_{G(a)}(s_1+s_2)=\min\{\mu_{F_1(a)}(s_1+s_2),\mu_{F_2(a)}(s_1+s_2)\}\geqslant\min\{\mu_{F_1(a)}(s_1)\wedge\mu_{F_1(a)}(s_2),\mu_{F_2(a)}(s_1)\wedge\mu_{F_2(a)}(s_2)\}\geqslant$$
$$\min\{\mu_{F_1(a)}(s_1),\mu_{F_2(a)}(s_1)\}\wedge\min\{\mu_{F_1(a)}(s_2),\mu_{F_2(a)}(s_2)\}=\mu_{G(a)}(s_1)\wedge\mu_{G(a)}(s_2),$$
$$\lambda_{G(a)}(s_1+s_2)=\max\{\lambda_{F_1(a)}(s_1+s_2),\lambda_{F_2(a)}(s_1+s_2)\}\leqslant\max\{\lambda_{F_1(a)}(s_1)\vee\lambda_{F_1(a)}(s_2),\lambda_{F_2(a)}(s_1)\vee\lambda_{F_2(a)}(s_2)\}\leqslant$$
$$\max\{\lambda_{F_1(a)}(s_1),\lambda_{F_2(a)}(s_1)\}\vee\max\{\lambda_{F_1(a)}(s_2),\lambda_{F_2(a)}(s_2)\}=\lambda_{G(a)}(s_1)\vee\lambda_{G(a)}(s_2),$$
$$\mu_{G(a)}(s_1s_2)=\min\{\mu_{F_1(a)}(s_1s_2),\mu_{F_2(a)}(s_1s_2)\}\geqslant\min\{\mu_{F_1(a)}(s_1)\wedge\mu_{F_1(a)}(s_2),\mu_{F_2(a)}(s_1)\wedge\mu_{F_2(a)}(s_2)\}\geqslant$$
$$\min\{\mu_{F_1(a)}(s_1),\mu_{F_2(a)}(s_1)\}\wedge\min\{\mu_{F_1(a)}(s_2),\mu_{F_2(a)}(s_2)\}=\mu_{G(a)}(s_1)\wedge\mu_{G(a)}(s_2),$$
$$\lambda_{G(a)}(s_1s_2)=\max\{\lambda_{F_1(a)}(s_1s_2),\lambda_{F_2(a)}(s_1s_2)\}\leqslant\max\{\lambda_{F_1(a)}(s_1)\vee\lambda_{F_1(a)}(s_2),\lambda_{F_2(a)}(s_1)\vee\lambda_{F_2(a)}(s_2)\}\leqslant$$
$$\max\{\lambda_{F_1(a)}(s_1),\lambda_{F_2(a)}(s_1)\}\vee\max\{\lambda_{F_1(a)}(s_2),\lambda_{F_2(a)}(s_2)\}=\lambda_{G(a)}(s_1)\vee\lambda_{G(a)}(s_2)。$$

由此可知 $G(a)$ 是 $F(a)$ 的直觉模糊子半环。又因为 $F_1(a)\neq\varnothing$,$F_2(a)\neq\varnothing$ 是 $F(a)$ 的直觉模糊左理想。因此对所有 $s_1,s_2\in S$,有

$$\mu_{F_1(a)}(s_1s_2)\geqslant\mu_{F(a)}(s_1)\wedge\mu_{F_1(a)}(s_2),\lambda_{F_1(a)}(s_1s_2)\leqslant\lambda_{F(a)}(s_1)\vee\lambda_{F_1(a)}(s_2),$$
$$\mu_{F_2(a)}(s_1s_2)\geqslant\mu_{F(a)}(s_1)\wedge\mu_{F_2(a)}(s_2),\lambda_{F_2(a)}(s_1s_2)\leqslant\lambda_{F(a)}(s_1)\vee\lambda_{F_2(a)}(s_2),$$
$$\mu_{G(a)}(s_1s_2)=\min\{\mu_{F_1(a)}(s_1s_2),\mu_{F_2(a)}(s_1s_2)\}\geqslant$$
$$\min\{\mu_{F(a)}(s_1)\wedge\mu_{F_1(a)}(s_2),\mu_{F(a)}(s_1)\wedge\mu_{F_2(a)}(s_2)\}=\mu_{F(a)}(s_1)\wedge\mu_{G(a)}(s_2),$$
$$\lambda_{G(a)}(s_1s_2)=\max\{\lambda_{F_1(a)}(s_1s_2),\lambda_{F_2(a)}(s_1s_2)\}\leqslant$$
$$\max\{\lambda_{F(a)}(s_1)\vee\lambda_{F_1(a)}(s_2),\lambda_{F(a)}(s_1)\vee\lambda_{F_2(a)}(s_2)\}=\lambda_{F(a)}(s_1)\vee\lambda_{G(a)}(s_2)。$$

所以 $G(a)$ 是 $F(a)$ 的直觉模糊左理想。同理可证直觉模糊右理想的情形。

故当 $\widetilde{N}_{(S,A_1\cap_R A_2)}\neq(F_1,A_1)\cap_R(F_2,A_2)\neq\widetilde{\varnothing}_S$ 时,$(F_1,A_1)\cap_R(F_2,A_2)$ 是 (F,A) 的直觉模糊软(左,右)理想。

2) 令 $(F_1,A_1)\cup_\varepsilon(F_2,A_2)=(Q,C)$,其中 $C=A_1\cup A_2\neq\varnothing$ 且对所有 $c\in A_1\cup A_2$,$Q(c)=\begin{cases}F_1(c):c\in A_1-A_2\\F_2(c):c\in A_2-A_1\\F_1(c)\cup F_2(c):c\in A_1\cap A_2\end{cases}$,因为 $A_1\cup A_2=\varnothing$,所以,或者 $c\in A_1-A_2$,或者 $c\in A_2-A_1$。当 $c\in A_1-A_2$ 或者 $c\in A_2-A_1$ 时,$Q(c)$ 是 $F(c)$ 的直觉模糊(左,右)理想,因为 (F_1,A_1) 和 (F_2,A_2) 均为 (F,A) 的直觉模糊软(左,右)理想。从而 $(F_1,A_1)\cup_\varepsilon(F_2,A_2)$ 为 (F,A) 的直觉模糊软(左,右)理想。

同样地,容易证明下述结论。

定理3　令 (F,A) 是半环 S 上的一个直觉模糊软半环,$\{(F_i,A_i)\mid i\in I\}$ 是 (F,A) 的一非空直觉模糊软(左,右)理想簇。下述结论成立:

1）当 $\widetilde{N}_{(S,\cap_{i\in I}A_i)}\neq\bigcap_{i\in I_R}(F_i,A_i)\neq\widetilde{\varnothing}_S$ 时，$\bigcap_{i\in I_R}(F_i,A_i)$是$(F,A)$的一个直觉模糊软（左，右）理想；

2）如果对所有 $i,j\in I,i\neq j,A_i\cap A_j=\varnothing$，那么$\bigcup_{i\in I_\varepsilon}(F_i,A_i)$是$(F,A)$的一个直觉模糊软（左，右）理想。

参考文献：

[1] MOLODTSOV D.Soft set theory-first results [J].Computers and Mathematics with Applications,1999,37(4/5):19-31.

[2] ATANASSOV K T.Intuitionistic fuzzy sets[J].Fuzzy Sets and Systems,1986(20):87-96.

[3] MAJI P K,BISWAS R,ROY A R.Intuitionistic fuzzy soft sets[J].Journal of Fuzzy Mathematics,2001,9(3):677-692.

[4] ATANASSOV K T. Remarks on the intuitionistic fuzzy sets[J].Fuzzy Sets and Systems,1995,75(3):401-402.

[5] AKRAM M,DUDEK W A.Intuitionistic fuzzy left k-ideals of semirings[J].Soft Computing,2008,12(9):881-890.

[6] ARAS C G,BAYRAMOV S.Intuitionistic fuzzy soft modules[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2011,62(6):2480-2486.

[7] ZHOU J H,LI Y W,YIN Y Q.Intuitionistic fuzzy soft semigroups[J].Mathematica Aeterna,2011,3:173-183.

[8] SELVACHANDRAN G,MAJI P K,FAISAL R Q.Distance and distance induced intuitionistic entropy of generalized intuitionistic fuzzy soft sets[J].Applied Intelligence,2017,46(152):1-16.

[9] LIU Y Y,LUO J F,WANG B.A theoretical development on the entropy of interval-valued intuitionistic fuzzy soft sets based on the distance measure[J].International Journal of Computational Intelligence Systems,2017,10:569-592.

[10] SHAHZADI S, AKRAM M. Intuitionistic fuzzy soft graphs with applications[J].Journal of Applied Mathematics and Computing,2016,52(1):1-24.

[11] AKRAM M,SHAHZADI S.Novel intuitionistic fuzzy soft multiple-attribute decision-making methods[J]. Neural Computing and Applications,2016,27(1):1-13.

[12] GOLAN J S.Semiring and Their applications[M].Dordrecht:Kluwer,1999.

Intuitionistic Fuzzy Soft Ideals of Intuitionistic Fuzzy Soft Semirings

LI Qing, WU Chun

(College of Mathematics Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: [**Purposes**]In order to study semiring better, and make it better used in information science and other fields. [**Methods**]The concept of intuitionistic fuzzy soft set is applied to semirings and introduce some new notions: intuitionistic fuzzy soft semiring, intuitionistic fuzzy soft ideal over a semiring, etc. [**Findings**]Based on the advantage of these theory, it investigates properties of these concepts. [**Conclusions**]All this work is important to further study algebraic structure of semirings.

Keywords: intuitionistic fuzzy soft set; semiring; soft set; ideal; soft ideal

（责任编辑　黄　颖）