2017 年度重庆市出版专项基金资助栏目 DOI:10.11721/cqnuj20180404

运筹学与控制论

一类非可微多目标规划的改进的 Mond-Weir 型对偶*

赵 洁

(重庆师范大学涉外商贸学院 数学与计算机学院,重庆 401520)

摘要:【目的】研究一类非可微多目标规划问题改进的 Mond-Weir 型对偶。【方法】分析 Mond-Weir 型对偶问题基础上,给出该问题的一类改进的 Mond-Weir 型对偶模型,利用 G-不变凸性证明原问题与对偶问题之间的对偶结果。【结果】在适当条件下,得出该问题与对偶问题的弱对偶定理、强对偶定理和非极大逆对偶定理并进行证明。【结论】改进的 Mond-Weir 型对偶结果可以在更弱的条件下得以证明。

关键词:不可微规划;多目标规划;改进的 Mond-Weir 型对偶;G-不变凸

中图分类号:O221.6 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-6693(2018)04-0021-04

Antczak 在 2007 年提出 G-不变凸函数的定义,并研究了该假设下的一类多目标规划的对偶结果[1-3]。2010 年,Kim H. J. 等人[4]推广了相关结论。2017 年,赵洁[6]研究了 G-不变凸假设下的非可微问题的 Mond-Weir 型对偶模型。本文将进一步研究这一类规划问题,通过改进 Mond-Weir 对偶模型,探求更弱条件下的相关结果。

1 预备知识

定义 1[2] $f:X\to\mathbf{R}^k$ 是 $X\subset\mathbf{R}^n(X\neq\varnothing)$ 上可微的向量值函数,$\boldsymbol{u}\in X$,若存在可微的向量值函数 $G_f=(G_{f_1},\cdots,G_{f_k}):\mathbf{R}\to\mathbf{R}^k$,其中 $G_{f_i}:I_{f_i}(X)\to\mathbf{R}$ 是严格增函数,存在 $\eta:X\times X\to\mathbf{R}^n$,使得对于 $\forall\,\boldsymbol{x}\in X(\boldsymbol{x}\neq\boldsymbol{u})$,$\forall\,i=1,\cdots,k$,有 $G_{f_i}(f_i(\boldsymbol{x}))-G_{f_i}(f_i(\boldsymbol{u}))-G'_{f_i}(f_i(\boldsymbol{u}))\nabla f_i(\boldsymbol{u})\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})\geqq 0(>)$,则称 f 为 $\boldsymbol{u}$ 关于 η 的 G_f-不变凸函数(严格 G_f-不变凸函数)。

定义 2[7] 设 C 为 $\mathbf{R}^n$ 的紧凸集,C 的支撑函数为 $s(\boldsymbol{x}|C):=\max\{\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}:\boldsymbol{y}\in C\}$。即存在 $\boldsymbol{z}\in\mathbf{R}^n$ 使 $s(\boldsymbol{y}|C)\geqslant s(\boldsymbol{x}|C)+\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{x})$,$\forall\,\boldsymbol{y}\in C$ 成立。$\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}=s(\boldsymbol{x}|C)$ 与之等价,其中 $s(\boldsymbol{x}|C)$ 的次微分为 $\partial s(\boldsymbol{x}|C)=\{\boldsymbol{z}\in C|\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}=s(\boldsymbol{x}|C)\}$。

定义 3 多目标规划在 $\bar{x}\in D$ 满足 Kuhn-Tucker 约束规格,如果:

$$C(D,\bar{\boldsymbol{x}})=\{d\in\mathbf{R}^n:\nabla g_j(\bar{\boldsymbol{x}})d\leqq 0,j\in J(\bar{\boldsymbol{x}}),\nabla h_t(\bar{\boldsymbol{x}})d=0,t\in T\}。$$

定义 4 $\bar{z}$是多目标规划的可行解,令 $G_{f_i(\cdot)+(\cdot)^{\mathrm{T}}\omega_i},i=1,2,\cdots,k$ 是 $I_{f_i(\cdot)+(\cdot)^{\mathrm{T}}\omega_i}(X)$ 上的连续实值严格增函数。定义:

$$W=\{G_{f_1(\cdot)+(\cdot)^{\mathrm{T}}\omega_1}(f_1(\boldsymbol{x})+s(\boldsymbol{x}|C_1)),\cdots,G_{f_k(\cdot)+(\cdot)^{\mathrm{T}}\omega_k}(f_k(\boldsymbol{x})+s(\boldsymbol{x}|C_k)):\boldsymbol{x}\in X\}\subset\mathbf{R}^k,$$

$$\bar{\boldsymbol{z}}=(G_{f_1(\cdot)+(\cdot)^{\mathrm{T}}\omega_1}(f_1(\bar{\boldsymbol{x}})+s(\bar{\boldsymbol{x}}|C_1)),\cdots,G_{f_k(\cdot)+(\cdot)^{\mathrm{T}}\omega_k}(f_k(\bar{\boldsymbol{x}})+s(\bar{\boldsymbol{x}}|C_k)))\in W。$$

则$\bar{x}$是弱有效解当且仅当$\bar{z}$是 W 的弱有效解。

以下讨论一类非可微多目标优化(NMP)[5]:

$$\begin{aligned}
\min\quad & G_{F_1}((f_1(\boldsymbol{x})+s(\boldsymbol{x}|C_1)),\cdots,G_{F_k}(f_k(\boldsymbol{x})+s(\boldsymbol{x}|C_k))),\\
\text{s.t.}\quad & (G_{g_1}(g_1(\boldsymbol{x})),\cdots,G_{g_m}(g_m(\boldsymbol{x})))\leqq 0,\\
& (G_{h_1}(h_1(\boldsymbol{x})),\cdots,G_{h_p}(h_p(\boldsymbol{x})))=0。
\end{aligned}$$

其中,$f_i:X\to\mathbf{R},i\in I=\{1,2,\cdots,k\}$,$g_j:X\to\mathbf{R},j\in J=\{1,2,\cdots,m\}$,$h_t:X\to\mathbf{R},t\in T=\{1,2,\cdots,p\}$是非空开集

* 收稿日期:2017-07-11 修回日期:2018-05-02 网络出版时间:2018-07-26 16:50

资助项目:重庆师范大学涉外商贸学院"中青年骨干教师培养计划"

第一作者简介:赵洁,女,讲师,研究方向为非光滑优化,E-mail: zhaojie42@126.com

网络出版地址:http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20180726.1649.006.html

$X\subset\mathbf{R}^n$ 上的可微函数,$G_{F_i},i\in I,G_{g_j},j\in J,G_{h_t},t\in T$ 是可微实值严格增函数,令 $D=\{\boldsymbol{x}\in X:G_{g_j}(g_j(\boldsymbol{x}))\leqq 0,j\in J,G_{h_t}(h_t(\boldsymbol{x}))=0,t\in T\}$ 为(NMP)的可行解集,有 $F_i=f_i(\cdot)+(\cdot)^{\mathrm{T}}\omega_i$。定义目标函数指标集 $I(\boldsymbol{z}):=\{i\in I:\lambda_i>0\}$,相应拉格朗日乘子不等于零,不等式约束 $\boldsymbol{z}\in D$ 上起作用的集合为 $J(\boldsymbol{z}):=\{j\in J:G_{g_j}(g_j(\boldsymbol{z}))=0\}$。

2 结论及证明

给出(NMP)改进的 Mond-Weir 对偶模型(NMWD′)

$$f(\boldsymbol{y})=(G_{F_1}(f_1(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}|C_1)),\cdots,G_{F_k}(f_k(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}|C_k)))\rightarrow\max$$

$$\Big[\sum_{i=1}^{k}\lambda_i G'_{F_i}(f_i(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}\mid C_i))(\nabla f_i(\boldsymbol{y})+\omega_i)+\sum_{j=1}^{m}\xi_j G'_{g_j}(g_j(\boldsymbol{y}))\nabla g_j(\boldsymbol{y})+\sum_{t=1}^{p}\mu_t G'_{h_t}(h_t(\boldsymbol{y}))\nabla h_t(\boldsymbol{y})\Big]\cdot\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\geqq 0,\ \forall\,\boldsymbol{x}\in D,$$

$$\sum_{j=1}^{m}\xi_j[G_{g_j}(g_j(\boldsymbol{y}))-G_{g_j}(g_j(\boldsymbol{x}))]\geqq 0,\forall\,\boldsymbol{x}\in D,$$

$$\sum_{t=1}^{p}\mu_t[G_{h_t}(h_t(\boldsymbol{y}))-G_{h_t}(h_t(\boldsymbol{x}))]\geqq 0,\forall\,\boldsymbol{x}\in D,$$

$$\boldsymbol{y}\in X,\boldsymbol{\lambda}\in\mathbf{R}^n,\boldsymbol{\lambda}\geqslant 0,\boldsymbol{\lambda e}=1,\boldsymbol{\xi}\in\mathbf{R}^m,\boldsymbol{\xi}\geqq 0,\boldsymbol{\mu}\in\mathbf{R}^p,$$

其中 $\boldsymbol{e}=(1,1,\cdots,1)^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^k$,设 $G_{F_i},i\in I,G_{g_j},j\in J,G_{h_t},t\in T$ 是可微实值严格增,且 $G_{h_t},t\in T$ 线性独立,令 $F_i=f_i(\cdot)+(\cdot)^{\mathrm{T}}\omega_i$。

(NMWD′)叫做修正了约束的 G-Mond-Weir 对偶模型。(NMWD′)的可行点集定义为 W,pr_XW 是 X 上 W 的像集 $pr_XW=\{\boldsymbol{y}\in X:(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\mu})\in W\}$。

定理 1(弱对偶) 考虑多目标规划问题(NMP)和(NMWD′),$\boldsymbol{x}$ 和$(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\mu})$分别是(NMP)和(NMWD′)的任意可行解。假设 F 在 $\boldsymbol{y}\in pr_XW$ 是关于 η 的 G_F-不变凸函数,g 在 $\boldsymbol{y}\in pr_XW$ 是关于 η 的 G_g-不变凸函数,$h_t,t\in T^+(\boldsymbol{y})$在 $\boldsymbol{y}\in pr_XW$ 是关于 η 的 G_{h_t}-不变凸函数,$h_t,t\in T^-(\boldsymbol{y})$在 $\boldsymbol{y}\in pr_XW$ 是关于 η 的 G_{h_t}-不变凹函数。则 $f(\boldsymbol{x})+s(\boldsymbol{x}|C)\not< f(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}|C)$。

证明 反证法。假设 $f(\boldsymbol{x})+s(\boldsymbol{x}|C)<f(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}|C)$,有:

$$f_i(\boldsymbol{x})+s(\boldsymbol{x}|C_i)<f_i(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}|C_i),i\in I。\tag{1}$$

$G_{F_i},i\in I$ 是 $D\cup pr_XW$ 上的严格增函数,由(1)式得:

$$G_{F_i}(f_i(\boldsymbol{x})+s(\boldsymbol{x}|C_i))<G_{F_i}(f_i(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}|C_i)),i\in I。\tag{2}$$

F 在 $\boldsymbol{y}\in pr_XW$ 是关于 η 的 G_F-不变凸,则

$$G_{F_i}(f_i(\boldsymbol{x})+s(\boldsymbol{x}|C_i))-G_{F_i}(f_i(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}|C_i))-G'_{F_i}(f_i(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}|C_i))(\nabla f_i(\boldsymbol{y})+\omega_i)\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\geqq 0,i\in I\tag{3}$$

因此,综合(2),(3)式得:

$$G'_{F_i}(f_i(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}|C_i))(\nabla f_i(\boldsymbol{y})+\omega_i)\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})<0,i\in I。$$

又因为$(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\mu})$是(NMWD′)的可行解,有 $\boldsymbol{\lambda}\in\mathbf{R}^n,\boldsymbol{\lambda}\geqslant 0,\boldsymbol{\lambda e}=1$ 成立,则:

$$\sum_{i=1}^{k}\lambda_i G'_{F_i}(f_i(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}\mid C_i))(\nabla f_i(\boldsymbol{y})+\omega_i)\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})<0,i\in I。\tag{4}$$

由 g,h_t 的不变凸性,有:

$$\sum_{j=1}^{m}\xi_j G_{g_j}(g_j(\boldsymbol{x}))-\sum_{j=1}^{m}\xi_j G_{g_j}(g_j(\boldsymbol{y}))\geqq\sum_{j=1}^{m}\xi_j G'_{g_j}(g_j(\boldsymbol{y}))\nabla g_j(\boldsymbol{y})\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}),j\in J,\tag{5}$$

$$\sum_{t=1}^{p}\mu_t G_{h_t}(h_t(\boldsymbol{x}))-\sum_{t=1}^{p}\mu_t G_{h_t}(h_t(\boldsymbol{y}))\geqq\sum_{t=1}^{p}\mu_t G'_{h_t}(h_t(\boldsymbol{y}))\nabla h_t(\boldsymbol{y})\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}),t\in T(\boldsymbol{y})。\tag{6}$$

因为 $\boldsymbol{x}\in D,(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\mu})\in W$,则由(5),(6)式得:

$$\sum_{j=1}^{m}\xi_j G'_{g_j}(g_j(\boldsymbol{y}))\nabla g_j(\boldsymbol{y})\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\leqq 0,j\in J,\tag{7}$$

$$\sum_{t=1}^{p}\mu_t G'_{h_t}(h_t(\boldsymbol{y}))\nabla h_t(\boldsymbol{y})\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\leqq 0,t\in T(\boldsymbol{y})。\tag{8}$$

把(4),(7),(8)式左右两边分别相加,得:

$$\Big[\sum_{i=1}^{k}\lambda_i G'_{F_i}(f_i(\boldsymbol{y})+s(\boldsymbol{y}\mid C_i))(\nabla f_i(\boldsymbol{y})+\omega_i)+\sum_{j=1}^{m}\xi_j G'_{g_j}(g_j(\boldsymbol{y}))\nabla g_j(\boldsymbol{y})+\sum_{t=1}^{p}\mu_t G'_{h_t}(h_t(\boldsymbol{y}))\nabla h_t(\boldsymbol{y})\cdot\eta(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\Big]<0,$$

与(NMWD′)约束矛盾。　　证毕

定理 2(强对偶)　$\bar{\boldsymbol{x}}\in D$ 是(NMP)的(弱)有效解，满足 Kuhn-Tucker 约束规格，则有$\bar{\boldsymbol{\lambda}}\in\mathbf{R}_+^k$，$\bar{\boldsymbol{\xi}}\in\mathbf{R}_+^m$，$\bar{\boldsymbol{\mu}}\in\mathbf{R}^p$，$(\bar{\boldsymbol{\lambda}}\geqslant 0,\bar{\boldsymbol{\xi}}\geqq 0)$，$\bar{\boldsymbol{\lambda}}>0$，$\bar{\boldsymbol{\xi}}\geqq 0$ 使$(\bar{\boldsymbol{x}},\bar{\boldsymbol{\lambda}},\bar{\boldsymbol{\xi}},\bar{\boldsymbol{\mu}})$在(NMWD′)可行。如果满足弱对偶定理，则$(\bar{\boldsymbol{x}},\bar{\boldsymbol{\lambda}},\bar{\boldsymbol{\xi}},\bar{\boldsymbol{\mu}})$是(NMWD′)的(弱)有效解，(NMP)和(NMWD′)的目标相等。

证明　减弱(NMP)与(NMWD)[6]之间强对偶证明中 G_{g_j}，$j\in J(\bar{\boldsymbol{x}})$，$G_{h_t}$，$t\in T^+(\bar{\boldsymbol{x}})\cup T^-(\bar{\boldsymbol{x}})$上的假设，(NMP)与(NMWD′)间的强对偶定理显然成立。　　证毕

定理 3(非极大逆对偶)　$(\bar{\boldsymbol{y}},\bar{\boldsymbol{\lambda}},\bar{\xi},\bar{\boldsymbol{\mu}})$是(NMWD′)的可行解且$\bar{\boldsymbol{y}}\in D$，假设 F 在 $\boldsymbol{y}\in pr_XW$ 是 η 的(严格)G_F-不变凸函数，g 在 $\boldsymbol{y}\in pr_XW$ 是 η 的 G_g-不变凸函数，h_t，$t\in T^+(\boldsymbol{y})$在 $\boldsymbol{y}\in pr_XW$ 是 η 的 G_{h_t}-不变凸函数，h_t，$t\in T^-(\boldsymbol{y})$ 在 $\boldsymbol{y}\in pr_XW$ 是 η 的 G_{h_t}-不变凹函数。那么，$\bar{\boldsymbol{y}}$是(NMP)的弱有效解(有效解)。

证明　若结论不成立，则存在$\tilde{\boldsymbol{x}}\in D$，使得 $f_i(\tilde{\boldsymbol{x}})+s(\tilde{\boldsymbol{x}}|C_i)<f_i(\bar{\boldsymbol{y}})+s(\bar{\boldsymbol{y}}|C_i)$。$G_{F_i}$，$i\in I$ 是 $D\cup pr_XW$ 上的严格增函数，得：

$$G_{F_i}(f_i(\tilde{\boldsymbol{x}})+s(\tilde{\boldsymbol{x}}|C_i))<G_{F_i}(f_i(\bar{\boldsymbol{y}})+s(\bar{\boldsymbol{y}}|C_i)),i\in I,\tag{9}$$

因为$\bar{\boldsymbol{\lambda}}\geqslant 0$，由(9)式得：

$$\sum_{i=1}^{k}\bar{\lambda}_i G_{F_i}(f_i(\tilde{\boldsymbol{x}})+s(\tilde{\boldsymbol{x}}\mid C_i))<\sum_{i=1}^{k}\bar{\lambda}_i G_{F_i}(f_i(\bar{\boldsymbol{y}})+s(\bar{\boldsymbol{y}}\mid C_i)),i\in I。\tag{10}$$

由$(\bar{\boldsymbol{y}},\bar{\boldsymbol{\lambda}},\bar{\boldsymbol{\xi}},\bar{\boldsymbol{\mu}})$在(NMWD′)的可行性，有：

$$\sum_{j=1}^{m}\bar{\xi}_j G_{g_j}(g_j(\tilde{\boldsymbol{x}}))\leqq\sum_{j=1}^{m}\bar{\xi}_j G_{g_j}(g_j(\bar{\boldsymbol{y}}))。\tag{11}$$

又因为$\tilde{\boldsymbol{x}}\in D$ 且$\bar{\boldsymbol{y}}\in D$，所以：

$$\sum_{t=1}^{p}\bar{\mu}_t G_{h_t}(h_t(\tilde{\boldsymbol{x}}))-\sum_{t=1}^{p}\bar{\mu}_t G_{h_t}(h_t(\bar{\boldsymbol{y}}))\leqq 0。\tag{12}$$

由(10)～(12)式结合 F,g,h_t 不变凸函数的定义，得：

$$\sum_{i=1}^{k}\bar{\lambda}_i G'_{F_i}(f_i(\bar{\boldsymbol{y}})+s(\bar{\boldsymbol{y}}\mid C_i))(\nabla f_i(\bar{\boldsymbol{y}})+\omega_i)\eta(\tilde{\boldsymbol{x}},\bar{\boldsymbol{y}})<0,i\in I,\tag{13}$$

$$\sum_{j=1}^{m}\bar{\xi}_j G'_{g_j}(g_j(\bar{\boldsymbol{y}}))\nabla g_j(\bar{\boldsymbol{y}})\eta(\tilde{\boldsymbol{x}},\bar{\boldsymbol{y}})\leqq 0,j\in J,\tag{14}$$

$$\sum_{t=1}^{p}\bar{\mu}_t G'_{h_t}(h_t(\bar{\boldsymbol{y}}))\nabla h_t(\bar{\boldsymbol{y}})\eta(\tilde{\boldsymbol{x}},\bar{\boldsymbol{y}})\leqq 0,t\in T(\bar{\boldsymbol{y}}),\tag{15}$$

将(13)～(15)式左右两边相加：

$$\Big[\sum_{i=1}^{k}\bar{\lambda}_i G'_{F_i}(f_i(\bar{\boldsymbol{y}})+s(\bar{\boldsymbol{y}}\mid C_i))(\nabla f_i(\bar{\boldsymbol{y}})+\omega_i)+\sum_{j=1}^{m}\bar{\xi}_j G'_{g_j}(g_j(\bar{\boldsymbol{y}}))\nabla g_j(\bar{\boldsymbol{y}})+\sum_{t=1}^{p}\bar{\mu}_t G'_{h_t}(h_t(\bar{\boldsymbol{y}}))\nabla h_t(\bar{\boldsymbol{y}})\Big]\cdot\eta(\tilde{\boldsymbol{x}},\bar{\boldsymbol{y}})\leqq 0$$

这与$(\bar{\boldsymbol{y}},\bar{\boldsymbol{\lambda}},\bar{\boldsymbol{\xi}},\bar{\boldsymbol{\mu}})$是(NMWD′)的可行解矛盾。　　证毕

参考文献：

[1] ANTCZAK T. New optimality conditions and duality results of *G*-type in differentiable mathematical programming [J]. Nonlinear Analysis，2007，66：1617-1632.

[2] ANTCZAK T. On *G*-invex multiobjective programming. Part I. optimality[J]. Journal of Global Optimization，2009，43(1)：97-109.

[3] ANTCZAK T. On *G*-invex multiobjective programming part II duality[J]. Journal of Global Optimization，2009，43(1)：111-140.

[4] KIM H J，SEO Y Y，KIM D S. Optimality conditions in nondifferentiable *G*-invex multiobjective programming[J]. Journal of Inequalities and Applications，2010(1)：1-13.

[5] 赵洁. 一类不可微多目标规划的 Wlofe 型对偶[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版)，2014，31(4)：30-36.
ZHAO J. Wolfe duality for a class of nondifferentiable multiobjective programming[J]. Journal of Chongqing Normal University(Natural Science)，2014，31(4)：30-36.

[6] 赵洁. 一类不可微多目标规划的 Mond-Weir 型对偶[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版)，2017，34(3)：1-5.
ZHAO J. Mond-Weir duality for a class of nondifferentiable

multiobjective programming[J]. Journal of Chongqing Normal University(Natural Science),2017,34(3):1-5.
[7] CLARKE F H. Optimization and nonsmooth analysis[M]. New York:John Wiley,1983.
[8] 林锉云,董加礼.多目标优化的方法与理论[M].吉林:吉林教育出版社,1992.
LIN C Y,DONG J L. Methods and theory of multiobjective programming[M]. Jilin:Jilin Education Press,1992.

Operations Research and Cybernetics

The Improved Mond-Weir Duality for a Class of Nondifferentiable Multiobjective Programming

ZHAO Jie
(College of Mathematics and Computer, College of Foreign Trade and Business,
Chongqing Normal University, Chongqing 401520, China)

Abstract: [**Purposes**]The improved Mond-Weir type dual problem of a class of nondifferentiable multiobjective programs were studied. [**Methods**] The improved Mond-Weir type dual problem is formulated. *G*-invex assumption were used to establish duality theorems relating the problem and the dual problems which based on the analysis of Mond-Weir type dual problem. [**Findings**]Weak duality theorems, strong duality theorem and no-maximal converse duality theorem were established under suitable conditions. [**Conclusions**]The improved Mond-Weir duality results were proved under weaker assumptions.

Keywords: nondifferentiable programming; multiobjective programming; the improved Mond-weir duality; *G*-invex function

(责任编辑 黄 颖)