运筹学与控制论

10.11721/cqnuj20190321

供应不确定下承诺定价策略与响应定价策略的对比研究*

吉清凯[1,2]，王　冠[1]

(1. 海南大学 管理学院，海口 570228；2. 东南大学 经济管理学院，南京 211189)

摘要:【目的】为了提高供应不确定下零售商的定价决策的科学性，比较承诺定价与响应定价两种策略的优劣。【方法】构建随机非线性规划模型，利用最优化理论和逆向归纳求解法，刻画了两种策略下的最优定价与订购决策，并进行了数值分析。【结果】数值分析结果表明：两种策略的优劣取决于其相应的需求量之差与实际实现的供应量。【结论】在供应不确定条件下，响应定价不一定比承诺定价更优，决策者应权衡好响应定价的便利和其带来的需求减少的风险。

关键词:承诺定价；响应定价；不确定供应

中图分类号:O225；F5　　**文献标志码:**A　　**文章编号:**1672-6693(2019)03-0011-05

由于设备停机、计划外的维修与返工等原因，供应能力不确定在实际生产实践中常有发生[1]。当出现供应不确定时，企业主要有两种定价策略：承诺定价策略(Committed pricing, CP)与响应定价策略(Responsive pricing, RP)。在承诺定价策略下，零售商在供应未确定前定价；在响应定价策略下，零售商在供应确定后定价。响应定价策略下定价时间被延迟，为零售商提供了灵活性，能够较好地利用定价来平衡供应与需求。但与承诺定价相比，响应定价策略意味着推迟告知消费者价格，这可能会使企业失去一些销售机会。因此，当面临不确定供应，企业采取何种定价策略以及如何确定价格与订购量成为企业界与学术界关注的焦点之一。本文将刻画这两种策略下的最优定价与订购决策。

已有不少学者针对供应不确定下的承诺定价策略进行了深入研究，如 Li 与 Zheng[2] 刻画了随机产出率与随机需求下的最优承诺定价与订货决策；Feng[3] 刻画了不确定产能下多周期库存系统的最优承诺定价-补货策略；Feng 与 Shi[4] 刻画了多源采购与不确定产能下的最优订购与承诺定价决策，等等。有关供应不确定下的响应定价策略也有许多研究，如 Tang 与 Yin[5] 证明在随机产出率下响应定价策略比承诺定价策略更优，并分析了在允许紧急订货和多源采购时响应定价策略的表现；在随机需求与随机产出的背景下，Surti 等人[6] 也证明了响应定价策略更优；Li 等人[7] 刻画了不确定供应下企业的多源采购与响应定价最优决策，说明企业在选择供应商时成本仍是首要因素，供应商的可靠性次之；Li 等人[8] 证明当不确定供应给买方企业带来的收益损失大于信誉损失时，响应定价策略与多源采购策略是互补关系，反之是替代关系；左晓露等人[9] 研究随机产出率及随机需求下的两级供应链，建立关于批发价、订购量和响应定价决策的博弈模型，描述了不确定环境对响应定价策略的影响；Wang 与 Yin[10] 研究企业如何综合利用备用供应策略和响应定价策略应对供应中断风险；等等。

在对比承诺定价策略与响应定价策略时，以往的文献均假设两种策略下的需求是一致的，由此得出响应定价策略比承诺定价策略更优的结论。本文将刻画两种策略下需求不一致时的最优决策，并证明响应定价策略不一定比承诺定价策略优越。本文在一定程度上完善了供应不确定下的定价理论研究，并为企业提供了有益的管理建议。

1 问题描述与假设

考虑一个零售商在某个销售季节内订购某种产品并自行定价销售，但产品的供应具有不确定性。具体而言，供应商具有不确定的生产能力 K，当零售商订购 u 单位产品时，只能收到 $A(u)=\min\{u,K\}$ 件。随机变量 K

* **收稿日期:**2018-07-03　　**修回日期:**2018-08-31　　**网络出版时间:**2019-05-09　19:29

资助项目:国家自然科学基金(No. 71701057)；教育部人文社会科学青年基金(No. 17YJC630046)；海南省自然科学基金(No. 718QN225)

第一作者简介:吉清凯，男，讲师，博士，研究方向为物流与供应链管理，E-mail:jorter@foxmail.com；**通信作者:**王冠，女，E-mail:932846238@qq.com

网络出版地址:http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20190509.1929.006.html

的累积分布函数为$F(\cdot)$,它的支撑集为$(0,\infty)$。对于收到的$A(u)$件产品,零售商支付每单位订购成本w。为聚焦于供应不确定性,假定零售商的需求$D(p)$是依赖于市场价格的线性函数,$D(p)=a-bp$,$a,b>0$,并假定未被满足的需求将流失,而剩余产品的处理成本为零。

零售商可选择使用两种定价策略:承诺定价策略(CP策略)和响应定价策略(RP策略)。在CP策略下,零售商需要在未观察到供应不确定性前同时决策订购量u与销售价格p。在RP策略下,零售商在未观察到供应不确定性前决策订购量u,等到收货后(即观察到供应不确定性后)再决策销售价格p。但是,这两种策略下的定价决策都在销售季前完成。零售商是风险中性的,以其期望利润最大化为目标。

本文假设两种定价策略下的需求不一致:在CP策略下,$D_c(p)=a_c-b_cp$,在RP策略下,$D_r(p)=a_r-b_rp$。相对RP策略而言,在CP策略下,零售商的潜在市场规模a_c可能更大,且需求弹性b_c可能更小。这是因为在RP策略下,由于定价决策被推迟了,导致其丧失了一定数量的潜在客户,且客户在更短周期内决策时其对价格的敏感程度可能更大。比如在智能手机市场中,在某一季度中新品发布(并公布售价)时间越晚,其潜在的需求规模就越小,消费者的价格敏感程度也越高。对于其它竞争激烈、替代品较多的行业而言也是如此。

2 承诺定价策略下的最优决策

在CP策略下,零售商需要在未观察到供应不确定性前同时决策订购量u与销售价格p,利润函数为

$$\Pi_c(u,p)=\mathrm{E}[p\ \min\{A(u),D_c(p)\}-wA(u)]。$$

命题1　在CP策略下,给定任意价格$p\geqslant w$,相应的最优订购决策为$u_c^*(p)=D_c(p)$。

证明　给定任意价格$p\geqslant w$,易知若$u>D_c(p)u>D_c(p)$,则$\frac{\partial\Pi_c(u,p)}{\partial u}=-w\overline{F}(u)<0$,其中$\overline{F}(u)=1-F(u)>0$。故给定价格$p$,最优的订购量应小于等于相应的需求量,即$u_c^*(p)\leqslant D_c(p)$。继而零售商的问题可改写为:

$$\max_{0\leqslant u\leqslant D_c(p),0\leqslant p}\Pi_c(u,p)=\mathrm{E}[(p-w)A(u)]。$$

当$p\geqslant w$时,易知$\Pi_c(u,\ p)$是u的非减函数,故必有$u_c^*(p)=D_c(p)$。　证毕

命题1说明在CP策略下,零售商的最优订购量不大于需求量。因此零售商的问题进一步变为:

$$\max_{p\geqslant w}\Pi_c(p)=\mathrm{E}[(p-w)\min\{D_c(p),K\}],$$

基于此式可刻画最优订购量和最优价格(u_c^*,p_c^*)。

命题2　零售商在CP策略下的最优价格决策$p_c^*>w$是等式

$$\int_0^{a_c-b_cp}\overline{F}(k)\mathrm{d}k-(p-w)\overline{F}(a_c-b_cp)b_c=0$$

的唯一解,而最优订购决策是$u_c^*=a_c-b_cp_c^*$。

证明　对$\Pi_c(p)$求导得

$$\frac{\mathrm{d}\Pi_c(p)}{\mathrm{d}p}=\mathrm{E}[\min\{a_c-b_cp,K\}]-(p-w)b_c\overline{F}(a_c-b_cp)=\int_0^{a_c-b_cp}\overline{F}(k)\mathrm{d}k-(p-w)b_c\overline{F}(a_c-b_cp),$$

和

$$\frac{\mathrm{d}^2\Pi_c(p)}{\mathrm{d}p^2}=-2b_c\overline{F}(a_c-b_cp)-(p-w)b_c^2f(a_c-b_cp)。$$

容易验证对于$p<w$有$\frac{\mathrm{d}\Pi_c(p)}{\mathrm{d}p}>0$,对于$p\geqslant w$有$\frac{\mathrm{d}^2\Pi_c(p)}{\mathrm{d}p^2}<0$,故存在唯一满足一阶条件的最优价格$p_c^*>w$,而最优订购量则为$u_c^*(p)=D_c(p)$。　证毕

推论1　在CP策略下,p_c^*与u_c^*关于a_c单调上升,关于b_c单调下降,但p_c^*关于w单调上升,而u_c^*关于w单调下降。

证明　利用隐函数求导法则可得

$$\frac{\partial p_c^*}{\partial a_c}=\frac{\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)+(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)b_c}{2b_c\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)+b_c^2(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)}>0,$$

$$\frac{\partial u_c^*}{\partial a_c}=1-\frac{\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)+b_c(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)}{2\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)+b_c(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)}>0$$

和

$$\frac{\partial p_c^*}{\partial b_c}=\frac{-(2p_c^*-w)\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)-p_c^*(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)b_c}{2b_c\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)+b_c^2(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)}<0,$$

$$\frac{\partial u_c^*}{\partial b_c}=-p_c^*+\frac{(2p_c^*-w)\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)+p_c^*(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)b_c}{2\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)+b_c(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)}<0$$

以及

$$\frac{\partial p_c^*}{\partial w}=\frac{b_c\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)}{2b_c\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)+b_c^2(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)}>0,$$

$$\frac{\partial u_c^*}{\partial w}=-\frac{b_c\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)}{2\overline{F}(a_c-b_cp_c^*)+b_c(p_c^*-w)f(a_c-b_cp_c^*)}<0。$$

证毕

3 响应定价策略下的最优决策

在 RP 策略下，零售商在第一阶段决策订购量，在第二阶段收到货后再决策零售价。零售商的问题为：

$$\max_{u\geqslant 0}\Pi_r(u)=\mathrm{E}[\max_{p\geqslant 0}\{\pi(p|u)\}-wA(u)],\tag{1}$$

其中 $\pi(p|u)=p\min\{A(u),D_r(p)\}$ 代表第二阶段的子问题。对给定的送货量 A，对比 A 与 $D_r(p)$ 的大小，容易解出零售商的第二阶段的问题。

命题 3　零售商第二阶段的最优价格为：

$$p_r^*=\begin{cases}\dfrac{a_r}{2b_r},\text{若 } A\geqslant\dfrac{a_r}{2};\\[2mm]\dfrac{(a_r-A)}{b_r},\text{若 } A<\dfrac{a_r}{2}。\end{cases}$$

证明　对 $\pi(p)$ 求导得

$$\pi'(p)=\begin{cases}a_r-2b_rp,\text{若 } p\geqslant\dfrac{(a_r-A)}{b_r};\\[2mm]A>0,\text{若 } p<\dfrac{(a_r-A)}{b_r}。\end{cases}$$

故必有 $p_r^*\geqslant\dfrac{(a_r-A)}{b_r}$。而当 $p\geqslant\dfrac{(a_r-A)}{b_r}$ 时，有 $\pi''(p)=-2b_r<0$，故 $\pi'(p)=0$ 存在唯一的解 $\dfrac{a_r}{2b_r}$。因此，若 $\dfrac{a_r}{2b_r}\geqslant\dfrac{(a_r-A)}{b_r}$（或等价于 $A\geqslant\dfrac{a_r}{2}$），则 $p_r^*=\dfrac{a_r}{2b_r}$，否则 $p_r^*=\dfrac{(a_r-A)}{b_r}$。　证毕

根据(1)式和命题 3，零售商的问题变为：

$$\max_{u\geqslant 0}\Pi_r(u)=\int_0^{\frac{a_r}{2}}\frac{x(a_r-x)}{b_r}f_u(x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{a_r}{2}}^{\infty}\frac{a_r^2}{4b_r}f_u(x)\mathrm{d}x-w\int_0^u\overline{F}(k)\mathrm{d}k,$$

其中 $f_u(x)$ 是给定 u 时随机变量 A 的概率密度函数。

命题 4　零售商第一阶段的最优订购决策是 $u_r^*=\dfrac{(a_r-b_rw)}{2}$。

证明　若 $u<\dfrac{a_r}{2}$，则 $A(u)$ 必在区域 $[0,\dfrac{a_r}{2})$ 中；若 $u\geqslant\dfrac{a_r}{2}$，则 $A(u)$ 可能在区域 $[0,\dfrac{a_r}{2})$ 或区域 $[\dfrac{a_r}{2},\infty)$。因此，零售商第一阶段的问题可写为：

$$\Pi_r(u)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^u\frac{k(a_r-k)}{b_r}f(k)\mathrm{d}k+\int_u^{\infty}\frac{u(a_r-u)}{b_r}f(x)\mathrm{d}x-w\int_0^u\overline{F}(k)\mathrm{d}k,\text{若 } u<\frac{a_r}{2};\\[2mm]\displaystyle\int_0^{\frac{a_r}{2}}\frac{k(a_r-k)}{b_r}f(k)\mathrm{d}k+\int_{\frac{a_r}{2}}^{\infty}\frac{a_r^2}{4b_r}f(x)\mathrm{d}x-w\int_0^u\overline{F}(k)\mathrm{d}k,\text{ 若 } u\geqslant\frac{a_r}{2}。\end{cases}$$

对该式求导得

$$\Pi_r'(u)=\begin{cases}\overline{F}(u)\left(\dfrac{a_r-2u}{b_r}-w\right),\text{ 若 } u<\dfrac{a_r}{2};\\[2mm]-w\overline{F}(u),\text{ 若 } u\geqslant\dfrac{a_r}{2}。\end{cases}$$

故 $\Pi_r(u)$ 在 $\left[0,\dfrac{a_r}{2}\right)$ 上是拟凸的，在 $\left[\dfrac{a_r}{2},\infty\right)$ 上是凸且非增的。而且，$\Pi_r'(u)$ 在 $\dfrac{a_r}{2}$ 处连续且 $\Pi_r'(u)\big|_{u=\frac{a_r}{2}}<0$，故最优解为 $u_r^*=\dfrac{(a_r-b_r w)}{2}<\dfrac{a_r}{2}$。 证毕

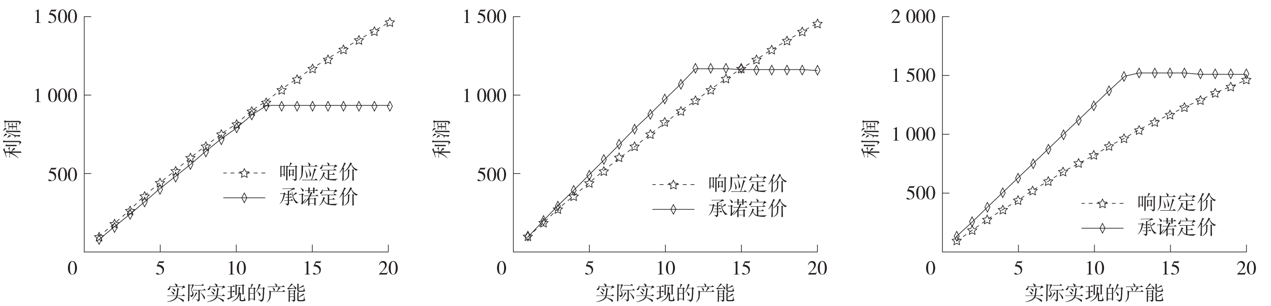
根据命题 3～4 容易得知如下推论：

推论 2 在 RP 策略下，p_r^* 与 u_r^* 关于 a_r 单调上升，关于 b_r 单调下降，但 p_r^* 与 w 无关，而 u_r^* 关于 w 单调下降。

根据命题 1～4，并不能得出响应定价策略比承诺定价策略更优的结论，采取哪种策略应根据需求的变化来决定。

4 数值实验：两种策略的对比

基于以上结论，此节假设不确定产能服务 Weibull(10,5)分布，其它参数取值为 $a_r=100$，$b_c=b_r=1.1$，$w=1$，令 a_c 取 100，120 和 150 共 3 个值，对比响应定价策略与承诺定价策略下的最优利润，可得图 1 如下。数值实验均在 Matlab 2012b 环境中执行。



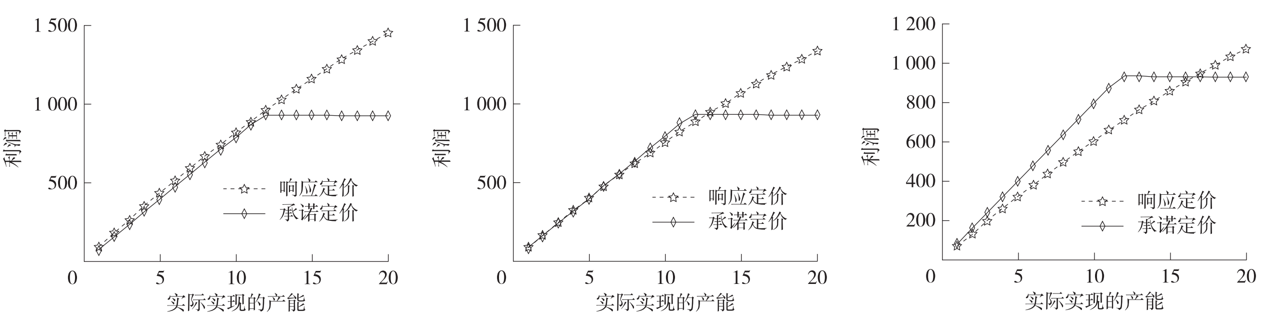
a $a_c=100$　　b $a_c=120$　　c $a_c=150$

图 1 潜在需求不同时两种定价策略下的最优利润对比

Fig. 1 Comparison of optimal profits under two pricing policies with different potential demands

可见，当 $a_c=a_r$，$b_c=b_r$ 时，即 RP 策略与 CP 策略下需求一致时，显然 RP 策略比 CP 策略更优。但当 $a_c>a_r$ 时，RP 策略不一定比 CP 策略更优。由图 1c 可见，当 CP 策略下的潜在需求远比 RP 策略下的潜在需求大时(即 $a_c\gg a_r$)，CP 策略比 RP 策略更优。由图 1b 可见，当 CP 策略下的潜在需求比 RP 策略下的潜在需求较大时(即 $a_c>a_r$)，若实际实现的产能比较小，则 CP 策略比 RP 策略更优，若实际实现的产能比较大，则 RP 策略响比 CP 策略更优。这是因为实际实现的产能比较大时，零售商可以通过响应定价实现更多销量，从而能够弥补潜在需求的损失。

类似地，令 $a_r=a_c=100$，$b_c=1.1$，$w=1$，并令 b_r 取 1.1，1.2 和 1.5 共 3 个值，对比 RP 策略与 CP 策略下的最优利润，可得图 2 如下。



a $b_r=1.1$　　b $b_r=1.2$　　c $b_r=1.5$

图 2 需求弹性不同时两种定价策略下的最优利润对比

Fig. 2 Comparison of optimal profits under two pricing policies with different demand elasticities

可见，当 RP 策略下的需求弹性比 CP 策略下的需求弹性大时(即 $b_r>b_c$)时，RP 策略也不一定比 CP 策略更优。若实际实现的产能比较小，则 CP 策略比 RP 策略更优，若实际实现的产能比较大，则 RP 策略比 CP 策略更优。这是因为实际实现的产能比较大时，零售商可以通过响应定价实现更多销量，从而能够弥补需求弹性较大带来的损失。

相应的管理含义可总结为：响应定价意味着延迟定价，这可能会导致流失一部分潜在需求（$a_c > a_r$），同时也可能会使得消费者对价格更敏感（$b_c < b_r$），因此，决策者应权衡好延迟定价的便利和需求减少的风险。采取何种策略也取决于决策者对供应不确定性的判断。若决策者对实际供应持积极态度，则其采取响应定价策略的可能性更大，反之将采取承诺定价策略。

5 结论

本文研究了不确定供应下零售商的承诺定价策略与响应定价策略，分别刻画了两种策略下的最优定价与订购决策。说明了当承诺定价策略与响应定价策略下的需求不一致时，响应定价策略不一定比承诺定价策略更优，决策者应权衡好响应定价的便利和由此带来的需求减少的风险。若决策者对实际供应持积极态度，则应采取响应定价策略，反之应采取承诺定价策略。将来的研究可以同时考虑供应与需求的不确定性，探讨此时的承诺定价及响应定价策略。

参考文献：

[1] JI Q, WANG Y, HU X. Optimal production planning for assembly systems with uncertain capacities and random demand[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 253(2): 383-391.

[2] LI Q, ZHENG S. Joint inventory replenishment and pricing control for systems with uncertain yield and demand[J]. Operations Research, 2006, 54(4): 696-705.

[3] FENG Q. Integrating dynamic pricing and replenishment decisions under supply capacity uncertainty[J]. Management Science, 2010, 56(12): 2154-2172.

[4] FENG Q, SHI R. Sourcing from multiple suppliers for price-dependent demands[J]. Production and Operations Management, 2012, 21(3): 547-563.

[5] TANG C S, YIN R. Responsive pricing under supply uncertainty[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 182(1): 239-255.

[6] SURTI C, HASSINI E, ABAD P. Pricing and inventory decisions with uncertain supply and stochastic demand[J]. Asia-Pacific Journal of Operational Research, 2013, 30(6): 291-365.

[7] LI T, SETHI S P, ZHANG J. Supply diversification with responsive pricing[J]. Production and Operations Management, 2013, 22(2): 447-458.

[8] LI T, SETHI S, ZHANG J. Mitigating supply uncertainty: the interplay between diversification and pricing[J]. Production & Operations Management, 2016, 37(1): 116-125.

[9] 左晓露，刘志学，施文. 随机产出与需求条件下的响应性定价策略研究[J]. 计算机集成制造系统，2014，20(10)：2563-2571.

ZUO X L, LIU Z X, SHI W. Responsive pricing strategy under random yield and stochastic demand[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2014, 20(10): 2563-2571.

[10] WANG Z, YIN C. Using backup supply with responsive pricing to mitigate disruption risk for a risk-averse firm [J]. International Journal of Production Research, 2018 (2): 1-17.

Operations Research and Cybernetics

Comparison of Committed Pricing and Responsive Pricing Policies under Supply Uncertainty

JI Qingkai[1,2], WANG Guan[1]

(1. School of Management, Hainan University, Haikou 570228;

2. School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract: [**Purposes**]To improve the scientificity of the retailer's pricing decisions under supply uncertainty, two pricing policies are compared. [**Methods**]By building the stochastic non-linear program, the optimal pricing and ordering decisions under two policies are characterized through optimization theory and backward induction. [**Findings**]Numerical analyses show that using which policy depends on the demand difference under two policies and the realized supply amount. [**Conclusions**]The decision-maker should balance the convenience of responsive pricing and the risk of lower demand.

Keywords: committed pricing; responsive pricing; uncertain supply

（责任编辑　许　甲）