

基于图论的预约-分配的模型和算法研究*

李斌¹, 李群², 刘亦萍¹

(1. 上海第二工业大学 计算机与信息工程学院, 上海 201209; 2. 上海市第一人民医院, 上海 200080)

摘要:【目的】随着日间手术病房的就医人数的快速增加, 针对患者的预约分配要求, 医院的处理过程正变得越来越困难和复杂。传统方法通过人工填表进行预约分配, 耗时长、效率低, 并分散了对医疗方案的注意力, 所以迫切需要新的计算技术来解决预约分配中存在的问题。【方法】采用网络和图论的方法, 将患者和日间手术病房之间的预约分配问题, 合理表示为一种患者和病床之间的资源优化管理。即把患者和病床之间对应关系, 构成二部图(Bipartite-graph)的模型和算法。【结果】采用了改进的算法后, 通过在计算机上对数据进行仿真模拟, 表明基于该模型和算法基础上给出的排序结果优化了的预约分配方法。【结论】采用二部图模型和改进算法, 有效解决目前在日间手术病房的预约分配中存在的困难问题, 优化了医疗资源管理。

关键词:网络; 图论; 算法; 仿真; 群体; 日间手术资源管理

中图分类号:O157.6

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2019)04-0022-09

1 研究背景

把有限的优质医疗资源进行有效合理的分配使用, 是现代医疗管理中需要解决的实际问题。许多学者、医疗机构对此进行了系统性研究并用于实践。例如, 上海市第一人民医院的日间手术(Ambulatory surgery 或 Day surgery)管理流程就是针对常规住院手术流程的资源进行优化管理。日间手术的概念是 Nicoll 医生在 1909 年首次提出^[1]。国际日间手术协会(International association for ambulatory surgery, IAAS)于 2003 年提议将日间手术定义为^[2]: 患者入院、手术和出院在 1 个工作日内中完成的手术(除在医师诊所或医院开展的门诊手术外)。中国日间手术合作联盟于 2015 年在第三届全国日间手术学术年会上发布了关于日间手术的定义^[1]: 指患者在一日(24 h)内入、出院完成的手术或操作。中国的日间手术起始于 20 世纪 90 年代。上海申康医院发展中心于 2014 年提出适用于上海市级医院日间手术的定义, 即: 患者入院、手术和出院在 24~48 h 内完成的手术或操作, 但不包括急诊手术和门诊手术。

日间手术患者的就医行为中, 有一类是涉及到预约与分配(Appointment-allocation)问题^[3], 即在日间手术流程的初始阶段: 患者预约入院的时间安排。目前医院日间手术的预约与分配管理过程中, 由于医院和患者可能存在时空差异, 需要医院工作人员与患者就后者预约入院时间进行联系、确认。这个过程中缺乏量化依据, 由手工加经验完成预约。当患者临时有变向院方提出变更预约日期时, 就需要重复上述过程。这样不仅导致医护人员的操作繁琐, 流程变长, 工作效率低, 而且容易影响医护人员的对医疗方案的注意力。随着医疗技术的快速发展, 日间手术逐渐增多, 原来的手工管理方法已严重影响了管理效率。因此, 用计算机技术和数学模型解决日间手术管理过程中的预约分配问题也由此产生。但已有的研究在讨论患者和医院之间的一些复杂行为规律时, 都考虑希望能将复杂行为能描述成为一种数据格式的表达形式, 以便直接用标准的数学公式进行计算, 再对数值结果进行各种定性和定量化的分析。而在实际医疗情况中, 这是一件比较困难的工作。还有学者讨论使用一

* 收稿日期: 2018-09-13 修回日期: 2019-06-30 网络出版时间: 2019-07-15 12:30

资助项目: 国家自然科学基金重点国际(地区)合作研究(No. 71520107003); 上海市松江区科学技术攻关项目(No. 16SJGG22); 上海第二工业大学重点学科项目(No. XXKZD1604)

第一作者简介: 李斌, 男, 高级工程师, 研究方向为计算机科学与技术, E-mail: libin@sspu.edu.cn; 通信作者: 李群, 女, 副主任医师, E-mail: qunli70@126.com

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20190715.1229.008.html>

种简单的匹配优化模型,即当群体和资源在数量上相等时,如何满足群体的第一选择的情况。但通常在医院日间手术安排管理过程中,患者人数和医疗资源不对等。因此,这类研究成果与实际情况有差异。

随着网络与图论、人工智能、计算机等学科的发展,用新的研究方法对患者人群间的复杂行为进行数值化、可视化、智能化的工作也在更深入地演化,由此吸引了更多的关注^[3-4]。本文以上海市第一人民医院南院为例,运用图论、网络模型和算法等方法,将患者和医护人员的关系看成是网络和群体关系,通过对日间手术流程中的患者实际就医行为的模拟模型和算法分析设计,解决医患双方在预约与分配过程中的管理效率问题。该院日间手术服务中心采用“集中管理”模式来建立,将涉及多个医学分科的病人集中至日间医疗部,统一进行院前服务、收治住院、手术安排、术后护理及随访的一体化无缝式管理。日间医疗部作为日间手术院前、院内及出院服务综合一体化枢纽,起到了规范、统筹、协调的作用。这个工作具有重要的实际应用意义。Matlab的数值模拟仿真结果表明,本文所提出的模型和算法是一种能高效地实现预约与分配过程的可行方法。

2 预约安排的管理优化方法

数学与计算机科学、图论与网络等基本理论和技术,提供了研究医院系统与患者群体之间的相互关系的一些基本方法。将患者和医院分别看成是两种类型的集合,即可以采用二部图(Bipartite-graph)的模型方法,通过合理的算法,模拟实现日间手术资源管理的过程^[5-6]。对这类预约安排的资源管理的问题做进一步深入分析,事实上就是如何有效合理安排患者预约进入日间病房手术,将患者看成用户类的集合,病床看成目标类的集合。由于手工安排中更多是凭着经验感觉,缺乏量化值表示,因此基于该模型上的计算机算法实现,解决了量化值和自动化问题,系统自动对数值排序,给出的患者和病床的对应关系,效率提高可以看成是管理过程中的优化^[7-9]。

进入日间手术管理流程的前提是患者需要符合手术指征且通过手术医生和麻醉医生的评估。在用人神经网络和机器学习方法先对医院数据库中的已有的先验数据进行训练学习,然后对这些患者的医学测试参数的某些指标进行处理,得出手术指征相似度的初始值。由计算机程序对手术类型和患者对应关系进行映射解析,送入该模型中用算法计算,将计算的结果按照排序全部列出,由计算机按照量化数值的大小进行安排,自动给出患者的预约-分配结果。在计算机流程中预先设置了不同患者的预约数据池,同一个池中的同一个患者是无法在同一天进行重复预约操作。

本文针对上海市第一人民医院的日间手术资源管理流程,提出了这种具体的预约-分配实现模型,它是对患者和病床之间资源管理有效的方法。这是一种用患者和病床之间关系所构成的二部图的模型表示方法。在该模型和图中,不同的患者顶点和病床顶点之间存在连接关系。由于男性和女性患者住不同区域,所以模型不受患者性别影响,模型顶点间的连接边就表示为预约的患者 p_i 可以被安排在病床 b_j 。

3 网络与图的基础

要想直接运用现成的数学公式,对群体的复杂行为过程进行计算分析,仍然是比较困难的。而采用复杂网络和图论中的一些分析方法,可将复杂行为过程映射到网络和图的结构上,就对复杂行为进行直观的可视化表示,然后通过模型的动力学进行量化计算分析,来理解和分析复杂行为中所蕴含的规律和性质。

采用有限图来描述复杂行为过程时,使用顶点和无方向的边,这时共同构成了一个无向图 $G=G(V,E)$,如果图中总共有 N 个顶点,其中每个顶点可用符号 $i(i=1,2,\dots,N)$ 来区别表示,那么这个无向图就可以用邻接矩阵(Adjacency matrix) $\mathbf{A}=(a_{i,j})$ 的形式来准确表示,其中:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, \forall e(i,j) \in E, \\ 0, \text{否则}。 \end{cases} \quad (1)$$

因此,若对这个无向图 $G=G(V,E)$ 进行量化和分析时,就变成了可以使用代数和矩阵一些计算方法来实现^[5,10]。

此外,这个无向图还可用另外一个 $N \times K$ 的关联矩阵(Incidence matrix) $\mathbf{B}=(b_{i,j})$ 来表示,当其中顶点 $i(i=1,2,\dots,N)$ 是与关联的边 $b_k, k \in K$ 相连接时,则该矩阵中的对应项 $b_{i,j}$ 等于 1。而如果顶点没有和边相连接,则该对应项等于 0。矩阵中的对应项 $b_{i,j}$ 为:

$$b_{i,j} = \begin{cases} 1, \forall e_k \in E, \\ 0, \text{否则}。 \end{cases} \quad (2)$$

此时,用图的一些基本方法就建立了行为和数据之间的联系。

当这个无向图 $G=G(V,E)$ 中总共有 N 个顶点时,可以对某一个顶点的性质进行分析比较,即可以对某一个顶点处于何种中心程度进行计算,称为度中心性(Degree centrality)。无向图中的顶点 $i(i=1,2,\dots,N)$ 的度中心性度量,可以用顶点 i 的度表示,其实就是一个顶点 $i(i=1,2,\dots,N)$ 连接到其他顶点的边数目。用它表示顶点 i 的重要性。用的符号 k_i 就表示顶点 i 的度:

$$D_i^c = k_i = \sum_{j=1}^N a_{i,j} \quad (3)$$

所以无向图中某一个顶点 i 与其他顶点的连接的边数越多时,该顶点 i 的度就越是处于图中许多顶点的中心,即表示该顶点 i 的中心性更大。还可对于一个无向图中有度的分布(Degree distribution)进行计算。如果网络图中顶点总数为 N ,顶点中有 k 个连接边的顶点数为 N_k ,则它的度的分布用

$$p_k = \frac{N_k}{N} \quad (4)$$

表示。在对无向图中分析图的复杂性(Graph complexity)概念问题时,就是通过关于度的分布来进行描述。

把一个复杂的行为用有 N 个顶点的无向图的方法来表示后,就可评价图的联系效率(Efficiency)。对于一个无向图 $G=G(V,E)$ 中两顶点 i 和 j ,假设 i 和 j 之间联系效率可表示为 $e_{i,j}$,它等于两个顶点之间的距离 $d_{i,j}$ 的倒数,故可表示成为 $e_{i,j} = \frac{1}{d_{i,j}}$ 。如果 i 和 j 两个顶点之间没有连接的边,则用它们的距离表示 $d_{i,j} = \infty$,即两个顶点 i 和 j 之间的联系效率 $e_{i,j}$ 等于 0。那么无向图 $G=G(V,E)$ 的效率:

$$E_f = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{1}{d_{i,j}} \quad (5)$$

就是全部两两顶点 i 和 j 之间的效率 $e_{i,j}$ 的平均,所以如果两个顶点之间的连接距离越短,此时用无向图所表示的顶点间联系效率就越高。该二部图中最大的联系效率为 $E_{\max} = \frac{35}{136}$ 。

4 改进的一种模型与算法

在普通的赋权图(Weighted graph) $G=G(V,E,Z)$ 方法中^[11-13],图中的顶点 V 、连接边 E 和矩阵 $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ 都被赋予了权重不等的初始实数值,即 $E \in \mathbf{R}, V \in \mathbf{R}, Z \in \mathbf{R}$ 。在对医院实际情况做分析后,提出了采用了二部图(Bipartite-graph)模型的方法,在二部图中,集合中顶点 V 、集合间连接边 E 的初始值都是相等的单位值 1。

用传统二部图模型研究的是当两个集合中顶点之间的数量相等时完美匹配问题,并采用经典的算法实现完美匹配问题。Bregman 定理表明,当二部图中两个集合中的元素的顶点个数相等 $|V_1| = |V_2| = n$,顶点的度为 $d(v)$ 时, $G=G(V,E)$ 中的完美匹配的计算上界最多为 $\prod_{v \in V_1} (d(v)!)^{\frac{1}{d(v)}}$ 。例如,当集合中的顶点 $n=10$ 时,

$\prod_{v \in V_1} (d(v)!)^{\frac{1}{d(v)}} = (10!)^{\frac{1}{10} \times 10} = (10!)$ 。实际上,如果其中一个集合中包含一个受限组时,则无法实现完美匹配任务。

4.1 模型与算法

近些年来,在许多实际应用中关于以图为基础的网络结构和算法的研究也开始引起了人们的重视。由于医院的主要目的是治病救人,高效地提供优质医疗服务。从一般意义上讲,患者应及时完成实现医治任务,而不是期待有一个所谓的理想病床条件(例如病房朝向、门窗位置、距离电梯或护士台远近等),即完美匹配的出现。所以常规的情况是,一旦收到院方安排好入院时间的通知,患者宜尽量按照预约安排,按时入院。因此根据实际情况和对流程的分析,在改进的二部图模型中,设计了两个集合中的顶点个数不相等的情况,从院方医疗资源使用效率上考虑,为患者人数设计了数据池,预约患者人数通常略大于可用病床的数目,每批的预约患者从数据池取出(图 1)。

在图 1 中,将 N 个患者 p_i 分别用圆圈形状表示, M 个病床 b_j 分别用方块形状表示。每个患者在预约结果出来以前是有多个床位分配的可能性。但计算以后,每个预约成功的患者就只对应 1 个分配床位。没有成功的

患者则跳转到下一批数据池中,重复该过程。这样操作符合目前日间手术管理的流程规则。同时可以看出,在某一个数据池中不同预约患者全体构成了一个群体的集合,可表示为 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_s, \dots, p_t, \dots, p_N\}$, $p_s \neq p_t, s \neq t, s, t \in \{1, \dots, N\}, N \in \mathbf{N}$ 。预约中等待安排的不同空病床,也构成了一个病床群体的集合,可表示为

$B = \{b_1, b_2, \dots, b_e, \dots, b_f, \dots, b_M\}$, $b_e \neq b_f, e \neq f, e, f \in \{1, \dots, M\}, M \in \mathbf{N}$ 。严格的条件可限制在一个数据池中,避免同一个患者和床位都被重复计算的情况。在患者和病床之间的连接线称为边,仅仅是表示了预约分配实现之前,即在患者-病床对中,存在的可使用病床资源。只有通过模型和算法的计算,得出全部患者的对应分数值,然后按大小进行排序,最后根据排序值,明确分配好某个患者 p_i 对应的一张病床 b_j 后,才表明日间手术资源管理过程中,患者 p_i -病床 b_j 对的预约分配的过程真实完成。

模型中两个集合里的每个顶点的下标,分别用整数 i 和整数 j 表示遍历,集合之间的连线分别代表了患者 p_i 被安排使用病床 b_j 的可能性。对于该二部图 $G(P, B, E)$,其中 E 就是边的集合。患者集合 P 和病床集合 B 之间构成了一个 $N \times M$ 的邻接矩阵 $A = (a_{i,j})_{N \times M}$, $a_{i,j} \in \{0, 1\}$,这个矩阵中的元素就是边,定义为:

$$a_{i,l} = \begin{cases} 1, & p_i b_l \in E, \\ 0, & \text{否则。} \end{cases} \quad (6)$$

假设现在第 i 顶点是患者 p_i 在进行预约,系统将根据日间手术指征参数的分类情况,从医疗数据库中可以获得患者的一个初始值,该值可以是涉及到与患者有关的综合医学检查指标,例如对于血压、体温、心率、手术指征等有关参数的综合评价指标,由编程软件映射解析,见图 2。数据库系统先通过神经网络和机器学习训练后,对包含的日间手术的数据集进行分类,然后在患者数据池给出相应的数值作为初始值。它可以表示为手术指征相似程度的大小。计算机编程是可以对手术指征、类型和患者之间的对应关系进行映射解析。所以患者顶点 p_i 的输入值可以是指征相似度的值,也可以简单用数值 1 代表患者。

根据前面网络算出的邻接矩阵 A ,第一步,首先要计算该图中从集合 P 到集合 B 上的相应顶点的数值,即在第 j 个顶点的 b_j 上的数值 $B(b_j)$,可以表示为:

$$B(b_j) = \sum_{i=1}^N \frac{a_{i,j} f(p_i)}{d(p_i)} = \sum_{i=1}^N \frac{a_{i,j} v_i}{d(p_i)}. \quad (7)$$

其中参数值 $d(p_i)$ 就是顶点 i 的连接边的数目,即患者-病床度,看成医院系统给符合手术指征患者的某种预设分配程度。

第二步,计算集合 B 到集合 P 上的相应数值,即在第 i 个顶点的 p_i 上的数值 $P(p_i)$ 表示为:

$$P(p_i) = \sum_{j=1}^M \frac{a_{j,i} B(b_j)}{D(b_j)} = \sum_{j=1}^M \frac{a_{j,i}}{D(b_j)} \sum_{i=1}^N \frac{a_{i,j} v_i}{d(p_i)}, \quad (8)$$

式中的参数值 $D(b_j)$ 称为病床-患者度,也反映了医院系统对符合日间手术的病床预设的使用程度,即由网络模型所反映。再计算出患者的 $N \times N$ 的分配系数矩阵 $W = (w_{i,j})$ 。可根据邻接矩阵 A 中的项进行计算:

$$w_{i,j} = \frac{\sum_{i,j=1}^N \sum_{k=1}^M a_{i,k} a_{j,k}}{d(p_i) D(b_k)}, i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

式中的 $d(p_i) = \sum_{k=1}^M a_{i,k}, D(b_k) = \sum_{i=1}^N a_{i,k}$ 就是医院系统给符合日间手术指征的患者 p_i 预设定的病床 b_j 的初始度。即由图 1 的拓扑结构确定。分配系数矩阵 $W = (w_{i,j})$ 中算出的列项是归一化的,每列的代数和都等于 1,所以看

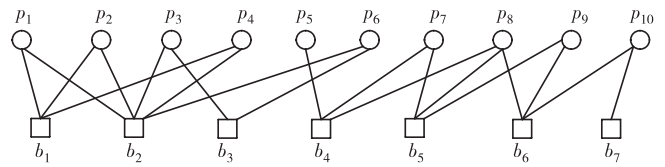


图 1 日间手术病人与病床之间的关系

Fig. 1 Relationship between patients and beds in ambulatory surgery

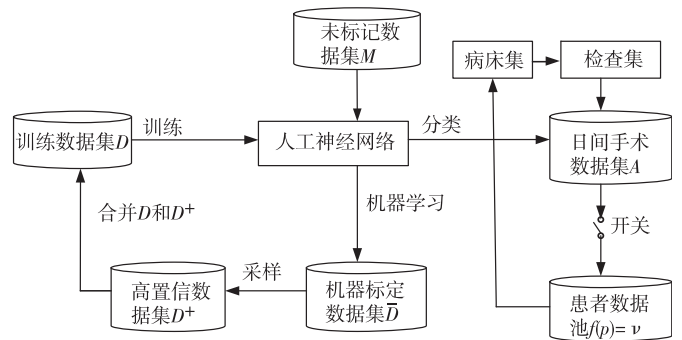


图 2 患者医学检查参数数据库

Fig. 2 Patients medical test parameters database

成分配系数矩阵中的列项的概率和是等于 1。接着,计算出 $N \times N$ 的患者的相似性矩阵 $S = (s_{i,j})$, 患者 p_i 和 p_j 之间的相似值为^[4-5]:

$$s_{i,j} = \frac{\sum_{k=1}^N \omega_{i,k} \omega_{j,k}}{\min\{d(p_i), d(p_j)\}} \quad (10)$$

表 1 患者预约表

Tab. 1 Table of patients with an appointment

病床	患者					
b_1	p_1	p_2	p_4	\emptyset		
b_2	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	\emptyset
b_3	p_3	p_6	\emptyset			
b_4	p_5	p_7	p_8	\emptyset		
b_5	p_7	p_8	p_9	\emptyset		
b_6	p_8	p_9	p_{10}	\emptyset		
b_7	p_{10}	\emptyset				

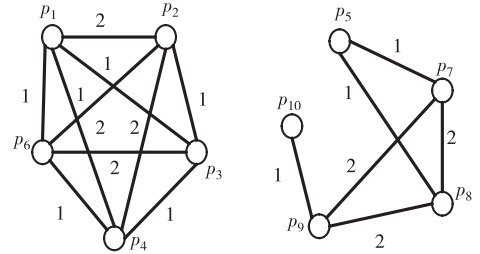


图 3 患者集合 P 的投影

Fig. 3 Projection of patients set P

在预约患者的分配系数矩阵 W 的基础上,可以针对预约患者集合 P 给的初始值,再分别算出一个 $N \times 1$ 的选择分数矩阵 $R = WP$ 。所以通过计算每一个患者 p_i -病床 b_k 预约对中的值,可以用数量值来表示患者 p_i 与病床 b_k 间的一种使用病床安排的排序结果。通过对计算后的分数值分析表明,在列矩阵 R 中算出的数值大小,和医院系统中为数十种日间手术指征的类型设定的顶点度有关。例如,在冬季冰雪时期,骨折、心脑血管类指征出现问题的患者数量比较多,通常比普通眼科类患者要严重一些,医院会对前类患者顶点给予更多的度。顶点的度越大,则中心性越大。而 R 中的值和输入给患者顶点的初始值大小没有直接关系。顶点上初始值大而顶点的度小时,顶点预约中没有分配到床位。而顶点上初始值小但顶点的度大时,顶点预约中分配了床位。医院按实际情况给顶点的度是会影响计算的分数值。

Neiman 和 Solomon 的算法^[14]研究表明,在 $|V| = n, |E| = m$ 的图中,如果通过采用动态的增加或删除连接边的方法,想要实现的完全匹配任务,那么找到确定性完全匹配的算法,则需要计算的更新次数是 $O(\sqrt{m})$ 。

最后用图熵(Graph entropy)作为该模型的图信息内容的度量方法,图熵既是关于图中包含的信息的一种度量,而且也是描述随机事件不确定性的一种度量。如果在图中模型的某个顶点 i 的度为 k_i 时的概率可以表示为 $p_i(k_i)$,那么计算该图的熵为^[15-16]:

$$H = - \sum_{k_i} p_i(k_i) \cdot \log p_i(k_i) = - \sum_{k_i} \left(\frac{k_i}{E}\right) \cdot \log\left(\frac{k_i}{E}\right) \quad (11)$$

对于图 1 模型中顶点的度为 $N_1 = 1, N_2 = 8, N_3 = 1$,图中的信息熵为 $H = -\frac{1}{20} \log_2\left(\frac{1}{20}\right) - \frac{8}{20} \log_2\left(\frac{8}{20}\right) - \frac{1}{20} \log_2\left(\frac{1}{20}\right) = 0.9610$ 。而如果当图 1 变成完备的二部图时,即图 1 中的每个患者都连接到病床时,由于患者节点的度都是 7,顶点总数量为 $k_i = 10$,此时图 1 的信息熵却为 $H = \left(-\frac{10}{70} \log_2\left(\frac{10}{70}\right)\right) = 0.4011$ 。信息熵的数值较小,表明了信息的不确定性程度较小,或者事件不确定性的程度比较小,这说明反而很少需要做管理的改进工作。而现代管理优化工作目的,正是为了解决系统中不断出现的无序的、不确定性的问题,即熵增加问题^[16-18]。

4.2 算法的适用性条件分析

1) 当患者人数 $N \geq 2$,病床数 $M = 1$,此时是多位患者面临只有一张病床的特殊情况。由于矩阵中的元素值可能都相等,根据算计算出的患者的分数值可能是相等的,导致难以分配。显然这时应该由医院根据患者的实际手术指征情况,安排某患者的入院病床。

2) 当患者人数 $N = 1$,病床数 $M \geq 1$,此时是一位患者面临多张病床的特殊情况。由于根据算法得出的矩阵是一个值,患者可以使用全部的病床,算出的分数结果都相同。但应该由医院根据实际情况确定患者的床位。

3) 对于不同手术类型的患者,如果算出相同的分数值,并且超出可用的床位数目时,由医院系统根据实际情

况对患者安排进行个别微调。

4) 当 $N > M$ 时,即患者类型人数超过病床数目时,可以将计算出的分数值 $r_{i,k}$,按照从高到低的排序顺序,优先安排分数值较高的患者 p_i -病床 b_j ,直到病床分配完成。

5) 当 $N < M$,即患者人数少于病床数时,由于病床数多,可任意按照算出的分数安排,也是很容易安排的。

由于这个模型和算法可以在一定程度上比较好地模拟日间手术预约分配过程,用计算出的列矩阵 R 中的分数值,为预约分配做参考值,给出安排患者 p_i -病床 b_j 的结果。这是一种高效的预约分配模型和算法,因此可以作为管理流程优化的一种可选择性方案。

5 程序与数值模拟结果

5.1 程序与数据

表 1 是某一次进行数值实验仿真的患者预约病床的登记的一种表格格式。它反映了二部图在计算机中的一种数据结构关系,和图 1 等效。并且表 1 在实际中较为常用,反映了一种患者和病床的预约分配过程的一种关系。图 3 是患者集合的投影图。

事实上,表 1 和(1)式的模型是对应关系。表 1 反映出的仍然是一种网络中的二部图形。通过计算可以获得邻接矩阵 A 。按照前面的有关图的理论^[5,10,19-20],表 2 给出图 1 的有关量化性质的计算结果。

表 2 二部图模型的节点性质

Tab. 2 Nodes properties of bipartite graph model

量化项	患者									
	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
顶点值 1	0.8	0.9	0.85	0.75	0.95	0.9	0.9	0.6	0.85	0.9
分数值 1	0.828 3	0.828 3	0.857 5	0.828 3	0.533 3	0.857 5	0.891 7	1.250 0	0.716 7	0.808 3
顶点值 2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
分数值 2	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	0.611 1	1.000 0	1.055 6	1.500 0	0.888 9	0.944 4
中心性	2	2	2	2	1	2	2	3	2	2
度分布	$p(k_1=1)=2/17$		$p(k_2=2)=9/17$			$p(k_3=3)=5/17$			$p(k_5=5)=1/17$	
图效率	5/68									

给出的预约-分配算法描述见图 4。

Input: $N, M, G, p_i, b_j, f(p_i), d(p_i)$	6. end for
Output: A, S, R ;	7. for all $i, j=1$ to N
1. $i \leftarrow N \in N, j \leftarrow M \in N$	8. $S \leftarrow s_{i,j}, \min(h_{p_i}, h_{p_j})$
2. $a_{i,j}=1, p_i b_j \in E, a_{i,j}=0, \text{otherwise}$	9. end for
3. $A \leftarrow a_{i,j}$	10. for all $i=1$ to N
4. for $l=1$ to M	11. $R \leftarrow r_{i,k}, P \leftarrow f(p_i)$
5. $B \leftarrow b_i$	12. end for

图 4 预约-分配算法

Fig. 4 Appointment-allocation algorithm

5.2 数值结果

根据图 1,可以得出 10×7 的邻接矩阵 A 和分配系数矩阵 W 中的数值,以及计算后的矩阵 R 值分别表示为^[19-21]:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{cases} b_1 = \frac{p_1}{2} + \frac{p_2}{2} + \frac{p_4}{2} \\ b_2 = \frac{p_1}{2} + \frac{p_2}{2} + \frac{p_3}{2} + \frac{p_4}{2} + \frac{p_6}{2} \\ b_3 = \frac{p_3}{2} + \frac{p_6}{2} \\ b_4 = p_5 + \frac{p_7}{2} + \frac{p_8}{3} \\ b_5 = \frac{p_7}{2} + \frac{p_8}{3} + \frac{p_9}{2} \\ b_6 = \frac{p_8}{3} + \frac{p_9}{2} + \frac{p_{10}}{2} \\ b_7 = \frac{p_{10}}{2} \end{cases}, \mathbf{P}_{1st} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.9 \\ 0.85 \\ 0.75 \\ 0.95 \\ 0.9 \\ 0.9 \\ 0.6 \\ 0.85 \\ 0.9 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{2nd} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{8}{30} & \frac{8}{30} & \frac{1}{10} & \frac{8}{30} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{8}{30} & \frac{8}{30} & \frac{1}{10} & \frac{8}{30} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{10} & \frac{1}{10} & \frac{7}{20} & \frac{1}{10} & 0 & \frac{7}{20} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{8}{30} & \frac{8}{30} & \frac{1}{10} & \frac{8}{30} & 0 & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{9} & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{1}{10} & \frac{1}{10} & \frac{7}{20} & \frac{1}{10} & 0 & \frac{7}{20} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{9} & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{9} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 0.8283 \\ 0.8283 \\ 0.8575 \\ 0.8283 \\ 0.5333 \\ 0.8575 \\ 0.8917 \\ 1.2500 \\ 0.7167 \\ 0.8083 \end{bmatrix}, \text{rank1} = \begin{bmatrix} p_8 = 1.25 \\ p_7 = 0.8917 \\ p_3 = 0.8575 \\ p_6 = 0.8575 \\ p_1 = 0.8283 \\ p_2 = 0.8283 \\ p_4 = 0.8283 \\ p_{10} = 0.8083 \\ p_9 = 0.7167 \\ p_5 = 0.5333 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \\ 0.6111 \\ 1.0000 \\ 1.0556 \\ 1.5000 \\ 0.8889 \\ 0.9444 \end{bmatrix}, \text{rank2} = \begin{bmatrix} p_8 = 1.5000 \\ p_7 = 1.0556 \\ p_1 = 1.0000 \\ p_2 = 1.0000 \\ p_3 = 1.0000 \\ p_4 = 1.0000 \\ p_6 = 1.0000 \\ p_{10} = 0.9444 \\ p_9 = 0.8889 \\ p_5 = 0.6111 \end{bmatrix}.$$

从第一次数值仿真结果看,在列矩阵 \mathbf{R} 中,患者分数 $p_8 > p_7 > p_3 = p_6 > p_1 = p_2 = p_4 > p_{10} > p_9 > p_5$ 的值按降序排列,如果出现第 7、第 8 序位两位患者的分数值相同情况,可以由医院人工选择安排。前 7 位预约患者被安排进了日间手术的病床,而 p_{10}, p_9, p_5 的分数值小。第二次数值仿真,患者顶点的输入值全部为 1,患者分数按 $p_8 > p_7 > p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_6 > p_{10} > p_9 > p_5$ 降序排序,而患者 p_{10}, p_9, p_5 的分数值小没有排进。在这次数

据池中并没有安排进入日间手术流程,进入新的数据池中可以再进行其他日期的预约分配。同一患者在同一个数据池中不能重复预约,保证了日间手术病房的合理安全运行。从数值模拟仿真结果看,算出的分数值主要和系统中设置的顶点的度有关系。

6 结论

用网络与图论、机器学习和计算机科学的方法,对日间手术预约-分配的管理过程进行模拟,是优化管理的途径之一,它可以提高医护人员的工作效率,降低工作强度。特别地,在目前综合性大医院就诊人数不断增加的情况下,日常的人工管理方式也会变得更加繁杂。随着计算机互联网的发展,基于网络和图论的模型的算法^[16,18,21-22],医院根据实际情况,设置合理的顶点的度数,用计算出的分数值来合理有效安排预约患者,是管理优化的趋势之一。目前该算法可解决手工安排预约患者中的困难任务,但是怎样使得模型算法变得更加智能化,软件变得更加互联网化、可视化,以适应在不同地点、不同时间段的预约患者动态变化情况,更好地为患者服务,更加符合医院未来的变化发展,还有待继续深入研究。

参考文献:

- [1] 于丽华. 中国日间手术发展的历程与展望[J]. 中国医院管理, 2016, 36(6): 16-18.
YU L H. Development and prospect of day surgery in China[J]. Chinese Hospital Management, 2016, 36(6): 16-18.
- [2] 安焱, 王振军. 日间手术的概念和基本问题[J]. 中国实用外科杂志, 2007, 27(1): 38-40.
AN Y, WANG Z J. Concept and basic problems of day surgery[J]. Chinese Journal of Practical Surgery, 2007, 27(1): 38-40.
- [3] EASLEY D, KLEINBERG J. 网络、群体与市场: 揭示高度互联世界的行为原理与效应机制[M]. 李晓明, 王卫红, 杨韞利, 译. 北京: 清华大学出版社, 2011.
EASLEY D, KLEINBERG J. Networks, crowds and markets: reasoning about a highly connected world[M]. LI X M, WANG W H, YANG W L, translate. Beijing: Tsinghua University Press, 2011.
- [4] LATORA V, NICOSIA V, RUSSO G. Complex networks: principles, methods and applications[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2017.
- [5] RIGO M. Advanced graph theory and combinatorics[M]. London, UK; ISTE and NJ, US: John Wiley & Sons, 2016.
- [6] ZHOU T, REN J, MEDO M, et al. Bipartite network projection and personal recommendation[J]. Physical Review E, 2007, 76(4): 046115.
- [7] ZHU Y X, WANG W, TANG M, et al. Social contagions on weighted networks[J]. Physical Review E, 2017, 96(1): 012306.
- [8] DIANATI N. Unwinding the hairball graph: pruning algorithms for weighted complex networks[J]. Physical Review E, 2016, 93(1): 012304.
- [9] BARUCCA P. Spectral partitioning in equitable graphs[J]. Physical Review E, 2017, 95(6): 062310.
- [10] PENNEY R C. Linear algebra ideas and applications [M]. 4th edition. NJ, US: John Wiley & Sons, 2016.
- [11] ERCIYES K. Guide to graph algorithms: sequential, parallel and distributed[M]. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2018.
- [12] BARRAT A, BARTHELEMY M, PASTOR-SATORRAS R, et al. The architecture of complex weighted networks [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2004, 101(11): 3747-3752.
- [13] OWEN T, BIANCONI C G. Weighted growing simplicial complexes[J]. Physical Review E, 2017, 95(6): 062301.
- [14] NEIMAN O, SOLOMON S. Simple deterministic algorithms for fully dynamic maximal matching[EB/OL]. (2013-02-18) [2018-09-01] <https://arxiv.org/pdf/1207.1277.pdf>.
- [15] ZENIL H, KIANI N A, TEGNÉR J. Low-algorithmic-complexity entropy-deceiving graphs [J]. Physical Review E, 2017, 96(1): 012308.
- [16] DEHMER M, EMMERT-STEIB F, CHEN Z Q, et al. Mathematical foundations and applications of graph entropy, volume 6[M]. Weinheim, Germany: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2016.
- [17] CHEN H, LI G F, ZHANG H F, et al. Optimal allocation of resources for suppressing epidemic spreading on networks[J]. Physical Review E, 2017, 96(1): 012321.
- [18] DANILA B. Comprehensive spectral approach for community structure analysis on complex networks[J]. Physical Review E, 2016, 93(2): 022301.
- [19] ROUTH O U. Matrix algorithms in Matlab[M]. Amsterdam: Elsevier, 2016.
- [20] SCHOTT J R. Matrix analysis for statistics[M]. NJ, US: John Wiley & Sons, 2017.
- [21] SHMUEL F. Matrices algebra, analysis and applications [M]. Singapore: World Scientific, 2016.
- [22] COOLEN T, ANNIBALE A, ROBERTS E. Generating random networks and graphs[M]. Oxford, UK: Oxford

University Press, 2017.

Operations Research and Cybernetics

A Study of Model and Algorithm Based on Graph Theory for Appointment-Allocation

LI Bin¹, LI Qun², LIU Yiping¹

(1. College of Engineering, Shanghai Polytechnic University, Shanghai 201209;

2. Shanghai General Hospital, Shanghai 200080, China)

Abstract: [Purposes] With the rapid increase in number of people seeking medical treatment in day surgery, the processing of hospital is becoming more and more difficult and complex in response to the needs of patients for appointment-allocation. Manual filling in electronic spreadsheets is time-consuming and low efficient, which distracts attention from medical schemes. So there is an urgent need for new computing technology to solve the problem in the appointment-allocation. [Methods] Using network and graph theory method, problem between patients and wards can be solved. Rationally expressed as an optimal management of resources between patients and beds. That is to say, the corresponding relationship between patients and beds constitutes a bipartite graph model and algorithm. After adopting the improved algorithm, the data are simulated on the computer. [Findings] The sorting results based on the model and algorithm can be used as an optimized appointment-allocation method. [Conclusions] By using the bipartite graph model and improved algorithm, we can be effectively solve the current difficulties problem in the appointment and allocation of Day surgery, and optimize the management of medical resources.

Keywords: graph theory; algorithms; simulation; day surgery resource management

(责任编辑 黄 颖)