L-fuzzy 保序算子空间的拟 ω-T_0 分离性*

张一进[1],陈 波[2]
(1. 重庆邮电学院 计算机学院基础数学部,重庆 400065;2. 西南师范大学 数学与财经学院,重庆 400715)

摘 要:在保序算子空间中引入了拟 ω-T_0 分离性的概念,系统研究了拟 ω-T_0 分离性的性质,得到拟 ω-T_0 分离性是遗传的,可乘的和弱(ω_1,ω_2)-同胚不变。

关键词:拓扑空间;L-fuzzy 保序算子空间;拟 ω-T_0 分离性
中图分类号:O177.3+1 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-6693(2005)04-0014-02

The Quasi ω-T_0 Property in L-fuzzy Order-Preserving Operator Space

ZHANG Yi-jin[1], CHEN Bo[2]
(1. College of Computer Science and Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065;
2. College of Mathematics and Finance, Southwest Normal University, Chongqing 400715, China)

Abstract: In this paper, the concept of quasi ω-T_0 property in L-fuzzy Order-Preserving Operator Space is introduced, and some fundamental properties are discussed. It was proved that quasi ω-T_0 property is hereditary, multiplicative and invariant under (ω_1,ω_2)-homemorphic mapping.

Key words: topology spaces, L-fuzzy Order-Preserving Operator Spaces, quasi ω-T_0 Property

Fuzzy 拓扑空间的一个发展方向是将其作一般化的推广,文献[1]引入了具有一定普遍意义的 L-fuzzy 保序算子空间的概念。本文在此基础之上,引入了拟 ω-T_0 分离性的概念,并对其性质作了一定的研究。

本文中 L 和 L_i($i=1,2$)均为 fuzzy 格,M 和 M_i 分别表示 L 和 L_i($i=1,2$)中所有分子(即非零并既约元)所成之集合。L^X 表示定义在非空集合 X 上,取值于 L 的所有 L-fuzzy 集合构成的集族,1_X 和 0_X 分别表示 L^X 中最大元和最小元,$M^*(L^X)$ 表示 L^X 中所有分子所成之集合,其余相关知识可参考文献[2~4]。

1 预备知识

定义 1[4] 设 X 为一个非空集合,ω: $L^X \to L^X$ 为满足下列条件的算子

1) $\omega(1_X)=1_X$;

2) $\forall A,B\in L^X$ 且 $A\leqslant B$,有 $\omega(A)\leqslant\omega(B)$;

3) $\forall P\in L^X$,有 $P\leqslant\omega(P)$,则称 ω 为一个 L-保序算子。如果 $A=\omega(A)$,则称 A 为 L^X 中的 ω-集,记 $\Omega=\{A\in L^X \mid A=\omega(A)\}$,称序对($L^X$,$\Omega$)为 L-fuzzy 保序算子空间。

定义 2[4] 设(L^X,Ω)为 L-fuzzy 保序算子空间,$x_\alpha\in M(L^X)$,$P\in L^X$。如果存在 $Q\in\Omega$,使得 $x_\alpha\nleqslant Q$ 且 $P\leqslant Q$,则称 P 为分子 x_α 的一个 ω-远域,记 $\omega\eta(x_\alpha)$ 为 x_α 的所有 ω-远域构成的集族。如果 $A\in L^X$,而且 $\forall P\in\omega\eta(x_\alpha)$,有 $x_\alpha\nleqslant Q$,则称 x_α 为 A 的 ω-附着点。A 的所有 ω-附着点之并,称为 A 的 ω-闭包,记为 $A_{\bar{\omega}}$。如果 $A=A_{\bar{\omega}}$,则 A 称为(L^X,Ω)的 ω-闭集。如果 A 称为 ω-闭集,称 A' 为 ω-开集。如果 $Q\in L^X$ 是 ω-闭集且 $x_\alpha\nleqslant Q$,则称 Q 为 $x_\mu\leqslant P$ 的一个 ω-闭远域,记 $\omega\eta^-(x_\alpha)$ 为 x_α 的所有 ω-闭远域构成的集族。

2 拟 ω-T_0 分离性及其基本性质

定义 3[3] 如果对 $M^*(L^X)$ 中任意有相同承点的两个不同分子 x_λ 与 x_μ,有 $P\in\omega\eta(x_\lambda)$,使 $x_\lambda\leqslant Q$,

---

* 收稿日期:2005-03-28 修回日期:2005-09-28
作者简介:张一进(1978-),男,陕西咸阳人,助教,研究方向为基础数学的教学与研究。

或 $Q \in \omega\eta(x_\mu)$,使 $x_\lambda \leqslant Q$,称(L^X,Ω)为拟 ω-T_0 空间(或是拟 ω-T_0 的)。

例1 设(L^X,Ω)是满层的保序算子空间(即 $\forall \alpha \in L$,$\underline{\alpha}$ 是 ω-闭集),则(L^X,Ω)是拟 ω-T_0 空间。

由拟 ω-T_0 的定义,下面的定理显然成立。

定理1 对保序算子空间(L^X,Ω),以下成立

1)(L^X,Ω)是拟 ω-T_0 的当且仅当任意具有相同承点的两个不同分子 x_λ 与 x_μ,$\omega\eta(x_\lambda) \neq \omega\eta(x_\mu)$。

2)(L^X,Ω)是拟 ω-T_0 的当且仅当任意具有相同承点的两个不同分子 x_λ 与 x_μ,有 $x_\lambda \not\leqslant x_{\mu_\omega}$ 或 $x_\mu \not\leqslant x_{\mu_\omega}$。

定义4 设(L^X,Ω)是 L-fuzzy 保序算子空间,Y 为 X 的非空子集,令 $\Omega|Y=\{A|Y:\ A \in \Omega\}$($A|Y$ 表示 A 在 Y 上的限制),称$(L^Y,\Omega|Y)$为(L^X,Ω)的 ω-子空间。设 $A \in L^Y$,令 A^* 为

$$A^*(x)=\begin{cases} A(x) & \text{若 } x \in Y \\ 0 & \text{若 } x \notin Y \end{cases}$$

称 A^* 为 A 在 X 上的扩张。

定理2 拟 ω-T_0 分离性是遗传的。

证明 设 $x_\lambda,x_\mu \in M^*(L^Y)$,$\lambda \neq \mu$,且 x_λ^*,x_μ^* 是其扩张,则 $x_\lambda^*,x_\mu^* \in M^*(L^X)$。由$(L^X,\Omega)$是拟 ω-T_0 的,设 $\exists P \in \omega\eta(x_\lambda^*)$,使 $x_\mu^* \leqslant P$。则 $P|Y \in \omega\eta(x_\lambda)$ 且 $x_\mu \leqslant P|Y$。即$(L^Y,\Omega|Y)$是拟 ω-T_0 的。 证毕

定义5 若诱导映射 $f=p^q:\ (L^{X_1},\omega_1) \to (L^{X_2},\omega_2)$是一个一一的满的$(\omega_1,\omega_2)$-连续映射,且 f^{-1} 是(ω_1,ω_2)-连续的,称 f 是一个(ω_1,ω_2)-同胚映射。被(ω_1,ω_2)-同胚映射所保持的性质称为弱(ω_1,ω_2)-同胚不变性质。

定理3 拟 ω-T_0 分离性是弱(ω_1,ω_2)-同胚不变性质。

证明 设 $f=p^q:\ (L^{X_1},\omega_1) \to (L^{X_2},\omega_2)$是一个$(\omega_1,\omega_2)$-同胚映射,且$(L^{X_1},\omega_1)$是拟 ω-T_0 的。下证(L^{X_2},ω_2)是拟 ω-T_0 的。

事实上,设 $y_\lambda,y_\mu \in M^*(L^{X_2})$,且 $\lambda \neq \mu$,则 $f^{-1}(y_\lambda)=p^{-1}(y)_{q^{-1}(\lambda)}$,$f^{-1}(y_\mu)=p^{-1}(y)_{q^{-1}(\mu)} \in M^*(L^{X_1})$。由 f^{-1} 是单射,q^{-1} 也是单射。令 $p^{-1}(y)=x$,$q^{-1}(\lambda)=\lambda_1$,$q^{-1}(\mu)=\mu_1$,则 $f^{-1}(y_\lambda)=x_{\lambda_1}$,$f^{-1}(y_\mu)=x_{\mu_1}$。由$(L^{X_1},\omega_1)$是拟 ω-T_0 的,不妨设 $\exists P \in \omega\eta(x_{\lambda_1})$,使 $x_{\mu_1} \leqslant P$,则 $f(P) \in \omega\eta(y_\lambda)$,且 $y_\mu=f(x_{\mu_1}) \leqslant f(P)$,从而$(L^{X_2},\omega_2)$是拟 ω-T_0 的。 证毕

定义6 设$\{(L^{X_t},\omega_t)\}_{t \in T}$是一族 L-fuzzy 保序算子空间,β_t 是(L^{X_t},ω_t)中的一个 ω-基。$X=\prod_{t \in T} X_t$,$\forall t \in T$,$p_t:\ L^X \to L^{X_t}$,是投射。则 L^X 上以 $\delta A=\{p_t^{-1}(A_t|A_t \in \beta_t,t \in T)\}$为子基所生成集族 β 叫做$\{\beta_t\}_{t \in T}$的积。以 β 为 ω-基的 L-fuzzy 保序算子空间(L^X,Ω)叫做 L-fuzzy 保序算子空间族$\{(L^{X_t},\omega_t)\}_{t \in T}$的乘积 L-fuzzy 保序算子空间,简称乘积空间。

定理4 设$\{(L^{X_t},\omega_t)\}_{t \in T}$是一族 L-fuzzy 保序算子空间,(L^X,Ω)是乘积空间。如果 $\forall t \in T$,$\{(L^{X_t},\omega_t)\}_{t \in T}$是拟 ω-T_0 的,则(L^X,Ω)是拟 ω-T_0 的。

证明 $\forall x_\lambda,x_\mu \in M^*(L^X)$且 $\lambda \neq \mu$。由于 $\forall t \in T$,$\{(L^{X_t},\omega_t)\}_{t \in T}$是拟 ω-T_0 的,不失一般性,设 $\exists P \in \omega\eta(p_t(x)_\lambda)$,使 $p_t(x_\mu) \leqslant P$。则 $V=p_t^{-1}(P) \in \omega\eta(x)_\lambda$,且 $V(x)=p_t^{-1}(P)(x)=P(p_t(x)) \geqslant \mu$,即 $x_\mu \leqslant p_t^{-1}(P)$。从而$(L^X,\Omega)$是拟 ω-T_0 的。 证毕

推论1 拟 ω-T_0 是可积的。

参考文献:

[1] 陈水利,董长清. L-fuzzy 保序算子空间[J]. 模糊系统与数学,2002,16(专辑):36-41.

[2] LIU Ying-ming, LUO Mao-kang. Fuzzy Topology [M]. Singapore:World Scientific,1997.

[3] ENGELKING R. General Topology[M]. Warszawa:Polish Sci Publ,1977.

[4] 王国俊. L-fuzzy 拓扑空间论[M]. 西安:陕西师范大学出版社,1988.

[5] 陈水利. L-fuzzy 保序算子空间上的 Moore-Smith 收敛理论[J]. 集美大学学报,2002,7(3):271-277.

[6] 彭建文. 拓扑线性空间上的广义集值平衡问题[J]. 重庆师范学院学报(自然科学版),2000,17(4):36-40.

(责任编辑 黄 颖)