

# 关于“空间与图形”课程目标的几点认识\*

唐平

(重庆师范大学 数学与计算机科学学院, 重庆 400047)

**摘要:** “空间与图形”课程的首要目标是使学生更好地认识、理解和把握自己赖以生存的空间。可以从以下几个方面来认识空间与图形的课程目标:(1)获得必需的知识与技能;(2)培养空间观念与几何直觉;(3)在探索图形性质的过程中发展合情推理能力,初步感受公理化思想;(4)在解决实际问题的数学活动中培养学生的创新精神。通过举例说明如何让学生经历探索、猜测、建立数学模型等数学活动。并指出正确认识空间与图形的课程目标,能让学生体验数学学习的乐趣,逐步积累数学活动经验,发展空间观念和自主创新意识,从而更好地认识和理解自己的生存空间。

**关键词:** 空间观念;几何直觉;合情推理

中图分类号:G633.63

文献标识码:A

文章编号:1672-6693(2005)04-0096-04

## Some Thoughts on Curricular Aim of “Space and Shape”

TANG Ping

(College of Mathematics and Computer Science, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

**Abstract:** The most important curricular aim of “Space and Shape” is to let students know, comprehend and grasp the living space better. There are four aspects to understand the curricular aim: (1) to acquire necessary knowledge and skill; (2) to cultivate students' space conception and geometrical intuition; (3) to develop reasoning ability and experience axiom thinking; (4) to develop students' innovating vigor. Many problems solved in real life need the math activity to explore, to develop, to hypothesize, to found mathematical model. Accurately comprehending the aim of Space and Shape can let students enjoy mathematical activity, accumulating mathematical experience, and developing space conception and innovating consciousness.

**Key words:** space conception; geometry intuition; reasonable ability

新课程将义务教育阶段的“几何”拓广为“空间与图形”,《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《标准》)明确提出义务教育阶段“空间与图形”的课程目标是:把课程内容与学生的生活经验有机地融合,使学生更好地认识、理解和把握自己赖以生存的空间,发展学生的空间观念和推理能力(包括合情推理、演绎推理);通过对基本图形的基本性质必要的论证,使学生体会到证明的必要性,理解证明的基本过程,初步感受公理化思想;注重使学生经历观察、操作、推理、想象等过程,倡导自主探索、合作交流与实践创新的学习方式<sup>[1]</sup>。本文对“空间与图形”的课程目标谈几点认识。

### 1 获得必需的知识与必要的技能

人们生活的世界是一个“图形”世界,千变万化

的图形构成了生存空间。人们最先感知,也最应熟悉的,就是自己的生存空间。人们认识周围世界的事物,常常需要描述事物的形状、大小,并用恰当的方式表述事物之间的关系。“空间与图形”为人们认识现实世界提供了有力的工具。对于“空间与图形”在知识与技能方面的目标而言,《标准》规定了3个学段学习的具体内容,对各个学段的学生有不同的要求。

(1) 初步了解简单几何体、常见平面图形的一些基本性质,从事基本图形与几何体的观察、移动、测量等操作活动,是第一学段的学生“空间与图形”知识学习的基本任务。如用一张正方形的纸作单位测量课桌面的面积,是考察学生是否具有测量图形面积的简单能力。

(2) 对第二学段的学生而言,主要是从事探索

\* 收稿日期 2005-02-21

资助项目 教育部“十五”规划项目国家课程标准在西部的适应性研究(No. 01JA880034)

作者简介 唐平(1979-),女,重庆人,硕士研究生,研究方向为数学教学研究。

几何体(图形)性质的活动,在活动中了解它们的性质,用自己的语言来表述通过探索活动得到的结果。如对三角形、平行四边形性质的考察,以及要求学生探索并掌握圆的周长和面积公式。

(3)对于第三学段的学生,重点则是学习用不同的方法(变换、作图、论证等)研究与表达几何体(图形)的有关性质和基本关系,掌握用平面直角坐标系表述物体位置关系的方法<sup>[2]</sup>。本学段中增加的视图与投影、图形与变换、图形与坐标等内容就涉及了大量的有关现实生活中的基本几何体性质的探索活动。

人们生活在“空间与图形”的世界里,几何学理论进入了人类生活的各个角落。不论从事什么工作,都会经常遇到关于各种几何量(长度、面积、角度、体积等)的计算,各种基本几何图形(三角形、四边形、多边形、圆等)的性质和作图问题。空间与图形中的基础知识,既是易于学生学习、理解和掌握的基础知识,是每个适应现代社会发展的公民应该具有的基础知识,也是学生认识和理解现实空间的工具,有利于学生更好地认识和把握自己的生存空间。

## 2 培养学生的空间观念和几何直觉

几何直觉是具有意识的人脑对于数学对象、结构以及规律性的敏锐的空间想象和迅速的判断,是想象和判断的有机结合。

吴文俊院士指出“几何学有形象化的好处,几何会给人以数学直觉。不能把几何学等同于逻辑推理。应该训练学生的逻辑推理能力,但也适可而止。只会推理,缺乏数学直觉,是不会有创造性的”。目前中学数学包括了代数、平面几何、立体几何、解析几何、概率与统计、微积分初步的基础知识。在学习这些内容的过程中,图形的直观性起着重要的作用。龚升教授指出:“不学习平面几何和立体几何,无法学习解析几何和微积分<sup>[3]</sup>”。在空间与图形的教学中重视培养学生的空间观念和几何直觉,有助于学生学好整个中学的数学课程。

《标准》在3个学段中都加强了与培养学生空间观念和几何直觉有关的内容,也提出了一些具体的目标。(1)第一学段需“辨认从正面、侧面、上面观察到的简单物体的形状”;在东、南、西、北和东北、西北、东南、西南中,给定一个方向(东、南、西或北)辨认其余七个方向,并能用这些词语描绘物体所在的方向,会看简单的路线图”,注重引导学生在观察、操作等数学活动中,获得对简单几何体和平面图形的直观经验(2)第二学段能“辨认从不同方位看到的物体的形状和相对位置”;“结合具体情境,

探索并掌握长方体、正方体、圆柱的体积和表面积以及圆锥体积的计算方法”,注重引导学生通过观察、操作、有条理的思考和推理、交流等活动,从多种角度认识图形的形状、大小、位置关系,发展学生的几何直觉和空间观念(3)第三学段如“通过背景丰富的实例,知道物体的阴影是怎么形成的,并能根据光线的方向辨认实物的阴影”;“了解视点、视角及盲区”等。注重使学生继续通过观察、想象、图形变换、图案欣赏与设计等多种形式的活动,进一步认识图形及其性质,丰富几何的活动经验和良好体验,发展空间观念<sup>[4]</sup>。

2004年根据新课标进行中考单独命题的17个实验区,在考察学生的空间观念上就充分体现了课程目标的要求,以下是从中选取的两例<sup>[5]</sup>。

例1 将图1所示放置的一个直角三角形 $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ )绕斜边 $AB$ 旋转一周,所得到的几何体的正视图是下面4个图形中的( )。

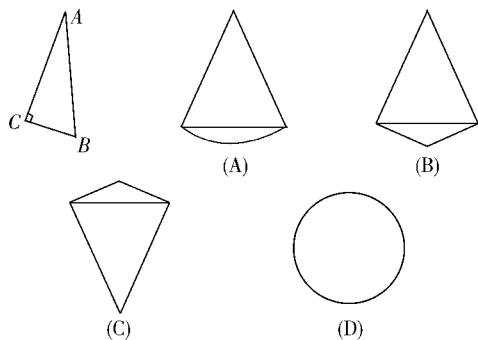


图1 三角形 $ABC$ 旋转剖面图

例2 在图2中,可以是一个正方体的平面展开图的是( )

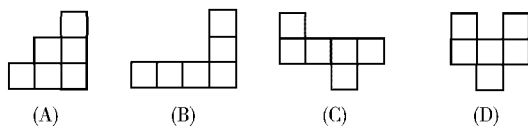


图2 正方体平面展开图

例1 给出一个直角三角形平面图,要得出该题的正确解答,学生必须先把图形“动起来”,在头脑中旋转一周后,想象所得到的几何体,从而就能确定这个几何体的正视图。例2则需要学生在头脑中用折叠的方法一一验证,得出正确答案。在折叠验证时,学生会经历观察、想象、比较、综合、抽象分析的过程,从而有效地考察了对空间与平面相互关系的理解和把握程度,这正好符合了课程目标的要求。

## 3 发展学生的合情推理能力

以不完全归纳推理、类比推理为主要推理形式的合情推理是一种非严格的、或然的推理,但它在数

学发展史上有极其重要的地位,著名数学家波利亚的专著《数学与猜想》阐释了合情推理的价值<sup>[6]</sup>。《标准》要求,学生在探索图形性质的过程中发展合情推理能力,学习条理的思考与表达自己的发现,并与同伴交流。

《标准》强调对图形性质的探索过程,即鼓励学生通过观察、测量、折叠、类比、归纳等多种方式发现图形的基本性质,尝试用自己的语言表述探索的过程及理由,与同学充分地展开数学交流。在此过程中,既逐步发展了学生的合情推理能力,也为以后严格地证明图形的性质奠定了基础。例如,在探索等腰三角形性质的过程中,学生可以利用各种不同的手段探索出等腰三角形的性质,再与同学交流想法和做法。学生可能利用测量、折叠的方法发现等腰三角形的两个底角相等的性质,然后尝试去说明这个性质的正确性。他们既可以根据折叠过程中某些线段或角的重合说明,也可以用量角器量得的结果来说明,还可以根据已学过的三角形全等的知识来说明。在与他人进行数学交流的过程中,学生则通过主动建构获得了关于等腰三角形的性质,也建立了自己的一种证明方法。

李庆社老师在探索勾股定理的教学中,就充分体现了课程目标的要求并取得了良好的效果。该教学过程大致分为如下几个阶段<sup>[7]</sup>。

(1) 创设问题情境,引入新课,出示投影片,提出思考问题:判断直角三角形全等的条件是什么?

(2) 讲述新课 ①问题串。出示投影片,让学生观察并找出图3中的图(a)、(b)、(c)里所包含的正方形A、B、C的面积;②做一做。在投影片上给出图4,让学生找出其中图(a)、(b)中正方形A、B、C的面积。先让学生独立思考,最后小组交流想法,特别是计算斜边上的正方形的面积即正方形C的面积的方法。师生共同分析,得到求正方形C的面积的方法。让学生从3个正方形的面积关系与直角三角形的三边关系找出它们的联系;③议一议。引导学生归纳出直角三角形三边长度存在的关系:直角三角形中,两条直角边长度的平方和等于斜边的平方。教师指出,这是由前面几个特例猜想出来的,可多做几个直角三角形来验证其合理性。最后师生共同分析得出勾股定理:如果直角三角形两直角边分别为 $a$ 、 $b$ ,斜边为 $c$ ,那么 $a^2 + b^2 = c^2$ ,然后进行勾股定理的应用举例;

(3) 课时小结;

(4) 课后作业;

(5) 活动与研究。

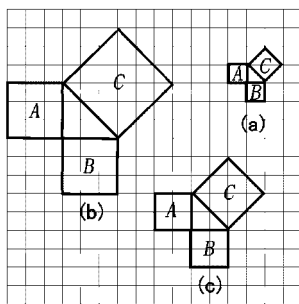


图3 投影图

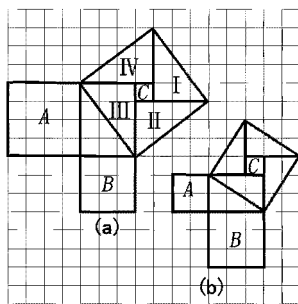


图4 勾股定理证明图

本节课从学生熟悉的知识入手,循序渐进,逐步探索出勾股定理。这符合学生的认知发展规律,体现了空间与图形课程目标的要求。

《标准》还强调“应注重对证明本身的理解,而不追求证明的数量和技巧”,通过对一些基本图形性质的探索和证明,体会证明的必要性,初步感受公理化思想。

让学生经历对图形性质的探索、发现和证明的完整过程,有助于让学生对图形的性质有真正的理解和把握,防止学生对于图形性质的机械记忆,能更好地确立学生在数学学习中的主体地位。

#### 4 实际问题 培养学生创新精神

与数学的其它分支相比,空间观念的培养和几何图形的直观形象为学生进行自主探索、创新的活动提供了更有利的条件。大到建筑工程,小到物品包装盒的设计,很多发明创造都是以实物的形态呈现的。作为设计者首先要从自己的想象出发画出设计图,然后根据设计图做出实物模型,再根据模型修改设计,直至最终完善成型。这是一个充满丰富想象力和创造性的探索过程,在这个过程中,人的思维不断在二维和三维空间之间转换,利用直观进行思考。空间观念在这个过程中起着重要的作用。

例3<sup>[8]</sup> 一种外形为圆柱体的易拉罐饮料,它的底面直径为6cm,高为10cm,单层直立码放在长方体的纸箱内,每箱4行,每行6个,易拉罐的底面印在箱底的痕迹如图5所示。(1)请设计两种节约纸板的码放方案,使包装箱为长方体,每盒装24个,可以改变它的长和宽,高仍为10cm。把你的设计方案中易拉罐的底面印在箱底的痕迹示意图画在试卷中的方格纸上,可以附必要的文字说明(2)某饮料厂的一条流水线每天生产这样的易拉罐饮料 $6 \times 10^4$ 个,按照你设计的方案分别比原来节约多少纸板(不计包装箱的重叠部分)?

要求学生设计易拉罐装箱时的码放方案,是为了在改进包装时,能够节约纸板的原材料,以减少成

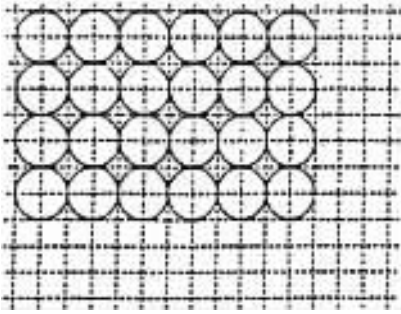


图5

本增加效益。在这个问题的解决过程中,设计者首先要从自己的想象出发画出示意图,或制作出实物模型,或通过计算、证明,再修改设计,直至最终成型。空间观念在这个过程中起了非常重要的作用。

现实生活中许多几何问题的解决,都要经历探索、猜测、建立数学模型等一系列丰富的创造性活动。在这些活动过程中,人的思维在二维与三维空间转换,利用图形的直观进行思考问题。人们愈来愈认识到,几何作为逻辑推理的体系,使学生学会“合乎逻辑地思考”,形成严谨求实的科学态度的功能,不是独有的,甚至是可以替代的,但作为一种直观、形象化的数学模型,它在发展学生创新精神方面的价值,却是独特的、难以替代的。

正确认识空间与图形的课程目标,根据《标准》的要求指导空间与图形的教学,不仅让学生掌握

现代社会发展必需的知识与技能,有效地发展学生的推理能力,而且能引导学生感受数学的思想方法,体验数学学习的乐趣,逐步积累数学活动经验,体验数学推理的力量和证明的意义,发展空间观念和自主创新的意识,从而更好地认识和理解自己的生存空间。

#### 参考文献:

- [1] 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2001.
- [2] 教育部基础教育司. 全日制义务教育数学课程标准解读(实验稿)[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2002.
- [3] 俞求是. 空间与图形教学目标和教材编制的初步研究[J]. 学科教育, 2002(3):18.
- [4] 刘丽颖, 张太军. 数学课程资源的开发与利用[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版), 2005, 22(2):84-87.
- [5] 潘振南. 立足“视图”重视考察“空间观念”[J]. 数学教学, 2005(3):12.
- [6] 黄翔. 数学教育的价值[M]. 北京:高等教育出版社, 2004.
- [7] 李庆社. 教学实录:探索勾股定理(一)[J]. 数学教学, 2005(3):9.
- [8] 孙振飞. 例析初中渗入“空间几何”新试点[J]. 中学数学教与学, 2003(11):40.

(责任编辑 黄颖)