

# 双曲柱面-平面透镜的准直性能\*

熊玲玲, 罗亚梅, 梁一平

(重庆师范大学 物理学与信息技术学院, 重庆 400047)

**摘要** 根据光线传播的基本原理,通过计算和推导,用解析式表达并讨论了半导体激光器快轴方向发散光束通过双曲柱面-平面透镜后的准直特性、光强分布和半宽度。本文的讨论为正确认识和使用微双曲柱面-平面透镜,改善半导体激光快轴方向光束的发散,提高光束质量提供了理论依据。

**关键词** 激光技术; 半导体激光; 双曲柱面-平面透镜; 准直; 光强分布

中图分类号: O435

文献标识码: A

文章编号: 1672-6693(2006)01-0034-05

## The Collimating Performance of Hyperboloid Cylinder-plane Lens

XIONG Ling-ling, LUO Ya-mei, LIANG Yi-ping

(College of Physics and Information Technology, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

**Abstract** According to the basic principle of light-ray propagation, through calculations and deduction, the collimating characteristic, the intensity distribution of light energy and the half width are analytically showed and discussed. The consequence of this paper may be used to design a collimating system with micro-hyperboloid cylinder-plane lens that will considerably decrease the diverging angle in the fast axis direction of laser beam of a diode to meliorate its quality beam.

**Key words** laser technique; laser diode bar; hyperboloid cylinder-plane Lens; collimate; light intensity distribution

半导体激光二极管自问世以来,由于具有体积小、重量轻、寿命长、电光转换效率高等优点,在固体激光器领域获得越来越广泛的应用<sup>[1~3]</sup>。但是高功率半导体激光二极管阵列发出的激光是椭圆像散光束,快轴方向发散角达到 $30^\circ \sim 40^\circ$ ,难于直接与光纤耦合或应用于抽运固体激光器<sup>[4]</sup>。在解决半导体激光固有像散方面,已有多种方法对二极管阵列光束进行准直和整形。如采用双胶合棱镜进行光束整形<sup>[5]</sup>,或利用二阶、多阶的相位光阑实现高斯光束的均匀化等<sup>[6]</sup>。用微圆柱透镜对半导体激光快轴方向光束进行准直,简单易行,成本低廉,有一定效果,但是由于有球差存在,准直效果仍不够理想<sup>[1]</sup>。理论研究表明,对准直要求较高时,应采用非球面透镜,而在所有非球面折射系统中,双曲面又是较为简单易于加工的一种。本文以光线光学的理论为基础对激光束经过双曲柱面-平面透镜后的光强分布进行分析,以便正确认识和使用这种方法。

### 1 双曲面准直原理<sup>[7]</sup>及透镜准直光路

设曲面 $M$ 是两种光学介质(折射率分别为 $n_1, n_2$ ,且 $n_1 < n_2$ )的分界面,此面有一旋转对称轴 $Z$ 轴。一点光源位于折射率为 $n_1$ 的介质中 $Z$ 轴上的点 $O$ 处,向 $Z$ 的正方向发出发散光束,经过曲面 $M$ 折射后,得到平行于 $Z$ 轴的准直光束,如图1。根据等光程原理,可推导出曲面 $M$ 的方程为

$$\rho(\alpha) = \frac{(n-1)\rho_0}{n \cos \alpha - 1} \quad (1)$$

\* 收稿日期 2005-06-02

资助项目 重庆市科技攻关项目( No. 8180 )

作者简介 熊玲玲(1978-),女,四川自贡人,助教,硕士研究生,研究方向为光学工程。

其中  $n = \frac{n_2}{n_1} > 1$  表示两种介质材料的相对折射率  $\rho_0$  为点  $O$  到  $M$  面顶点的距离  $\alpha$  为由点  $O$  发出的某一条光线与  $Z$  轴的夹角  $\rho(\alpha)$  为该光线与  $M$  的交点到点  $O$  的距离。

由解析几何可知 (1) 式是以  $Z$  轴为极轴, 离心率  $e = n$  的双曲线极坐标方程,  $M$  是双曲线的一支, 点  $O$  是双曲线另一支一侧的焦点。由此可得出如下结论: 生成双曲面的双曲线离心率为相对折射率, 位于光疏介质中双曲面另一支一侧焦点发出的倾角不超过双曲线渐近线的光线, 经本支双曲线折射后在光密介质内成为平行于双曲线实轴的平行光<sup>[4]</sup>。由于没有球差, 双曲折射面的准直效果较之球状折射面优越, 根据此原理可以制作准直效果较好的双曲面-平面透镜。

激光二极管条可视为沿慢轴方向延伸的线光源, 在对其快轴方向发散光束准直的实际应用中, 透镜尺寸有限。使双曲线沿慢轴方向延伸, 形成双曲柱面折射面, 另一个折射面为垂直于双曲线实轴的平面, 则可构成一个双曲柱面-平面透镜, 其厚度为  $d$ , 半高度为  $h$ , 如图 2。

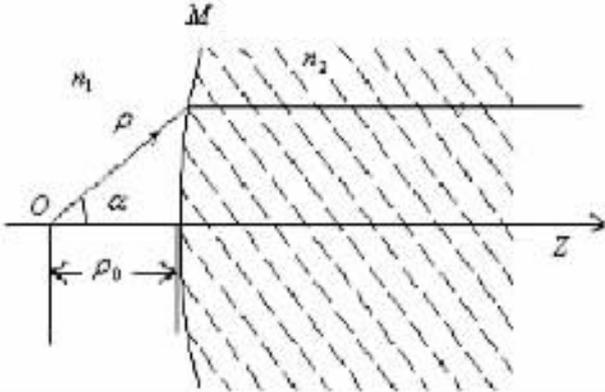


图 1 对称发散光束经折射后的准直图

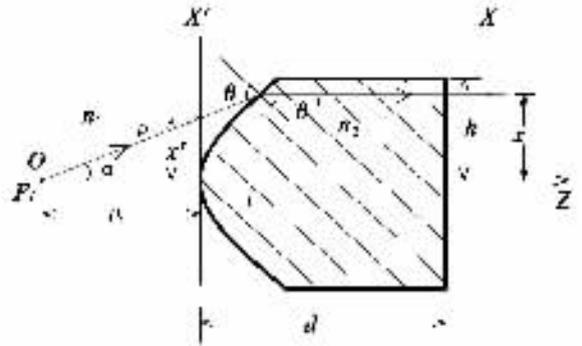


图 2 光束经过双曲柱面-平面透镜的准直图

图中, 位于双曲柱面的焦线  $F_1$  处的激光二极管条, 发出的倾角为  $\alpha$  的光线在透镜前表面的入射角为  $\theta$ , 折射角为  $\theta'$ , 该光线经折射后与主轴平行, 并垂直通过透镜后表面。根据图 2 的几何关系和折射定律有

$$\sin \theta = n \sin \theta', \theta - \theta' = \alpha$$

## 2 出射光强的分布

出射光束的光强分布对于光束的使用效果有重要影响。图 2 中  $X'$  表示过光轴面与透镜前半表面的交线且与光轴面垂直的平面, 视为入射面;  $X$  表示与光轴面垂直的出射光束的接收面。从半导体激光器发出的倾角为  $\alpha$  的一条光线通过  $X'$  平面上距离光轴面  $x'$  处, 经透镜折射后到达接收面  $X$  上距光轴面  $x$  处。

出射光束的光强分布与入射光强有密切关系。为求出出射光强分布的解析式, 需确定  $dx$  与  $dx'$  的关系。由图 2 可得

$$x' = \rho_0 \tan \alpha \quad (2)$$

$$x = \rho \sin \alpha = \frac{(1-n)\rho_0}{1-n\cos \alpha} \sin \alpha = \frac{(1-n)\rho_0}{\sqrt{1+\tan^2 \alpha - n}} \tan \alpha \quad (3)$$

把 (2) 式代入 (3) 式得

$$x' = \frac{n(1-n)x}{\left[\frac{x^2}{\rho_0^2} - (n-1)^2\right]} \pm \frac{x}{\frac{x^2}{\rho_0^2} - (n-1)^2} \sqrt{(n^2-1)\frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2}$$

由于当  $x \rightarrow \rho_0(n-1)$  时, 分母为零, 要使  $x'$  在此点有限连续, 上式中的负号必须舍去,  $x'$  的解为

$$x' = \frac{n(1-n)x}{\left[\frac{x^2}{\rho_0^2} - (n-1)^2\right]} + \frac{x}{\frac{x^2}{\rho_0^2} - (n-1)^2} \sqrt{(n^2-1)\frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2}$$

对上式求微分,得到  $dx$  与  $dx'$  的关系

$$dx' = \left[ \frac{n(n-1) \left[ \frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2 \right] - \frac{2x^2}{\rho_0^2} \left[ (n^2-1) \frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ \frac{x^2}{\rho_0^2} - (n-1)^2 \right]^2} + \frac{(n^2-1) \frac{x^2}{\rho_0^2} \left[ (n^2-1) \frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[ (n^2-1) \frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\frac{x^2}{\rho_0^2} - (n-1)^2} \right] dx \quad (4)$$

半导体激光束在快轴方向光强的角分布为<sup>[4]</sup>

$$I_0 = \frac{k \cos^2 \alpha}{2\pi r} \left( \frac{2\varepsilon_0 \kappa}{\kappa^2 + k^2 \sin^2 \alpha} \right)$$

其中  $k$  为激光的波数,  $r$  为线光源到  $x'$  的距离,  $\varepsilon_0$  为光源处的场强,  $\kappa$  为激光器内部的衰减常数。根据几何关系,由上式可得  $X'$  平面上的光强分布为<sup>[1]</sup>

$$I(x') = K(\alpha) \cos \alpha = I(0) \frac{1}{\left[ 1 + \frac{\kappa^2 + k^2}{\kappa^2 \rho_0^2} x'^2 \right]^2} = I(0) \left\{ 1 - 2 \left[ \frac{\kappa^2 + k^2}{\kappa^2 \rho_0^2} \right] x'^2 + 3 \left[ \frac{\kappa^2 + k^2}{\kappa^2 \rho_0^2} \right] x'^4 - \dots \right\} \quad (5)$$

其中  $I(0) = \frac{2k\varepsilon_0^2}{\pi\kappa^2\rho_0}$  为  $X'$  平面上  $x'=0$  处的光强。从(5)式可以看出,  $X'$  平面上的光强分布与高斯分布相似,

也是从中心到边缘逐渐降低,当  $x' \rightarrow \infty$  时,  $I(x') \rightarrow 0$ 。与高斯分布的展开式  $I_0 e^{-2\frac{x'^2}{w'^2}} = I_0 \cdot \left[ 1 - \frac{2}{w'^2} x'^2 + \frac{2}{w'^4} x'^4 - \dots \right]$  比较,可见只要定义在  $X'$  面上光束的半宽度为

$$w' = \frac{\kappa\rho_0}{\sqrt{\kappa^2 + k^2}} \quad (6)$$

则  $X'$  面上的光强分布与高斯分布在一级近似下是相同的,但二级项系数  $+3 > +2$ ,说明该分布随  $x'$  的增大而下降较高斯分布要缓慢一些,也就要均匀一些。

从半导体激光器发出的以倾角  $\alpha$  为中心,  $d\alpha$  为角宽的元光束应通过  $X'$  面上以  $x'$  为中心,宽度为  $dx'$  的面积元,其辐射通量为  $I(x')dx'$ ;相应地,经折射后该元光束将通过接收面  $X$  上以  $x$  为中心,宽度为  $dx$  的面积元。设  $X$  面上  $x$  处光强为  $K(x)$ ,则通过此面积元的辐射通量为  $K(x)dx$ 。为了求出  $K(x)$ ,需考察  $K(x)$  与  $I(x')$  的关系。

## 2.1 无任何损耗

假定透镜经过理想的增透处理,使得无论以什么角度入射的光都能全部通过折射面,且透镜对光无吸收,光能没有任何损失,则有  $K(x)dx = K(x')dx'$ ,由(4)、(5)式得

$$K(x) = K(x') \frac{dx'}{dx} = I(0) \frac{1}{\left[ 1 + \frac{\kappa^2 + k^2}{\kappa^2 \rho_0^2} \left[ \frac{n(1-n)x}{\left[ \frac{x^2}{\rho_0^2} - (n-1)^2 \right]} + \frac{x}{\rho_0^2} \sqrt{(n^2-1) \frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2} \right]^2 \right]^2} \times \left[ \frac{n(n-1) \left[ \frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2 \right] - \frac{2x^2}{\rho_0^2} \left[ (n^2-1) \frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ \frac{x^2}{\rho_0^2} - (n-1)^2 \right]^2} + \frac{(n^2-1) \frac{x^2}{\rho_0^2} \left[ (n^2-1) \frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[ (n^2-1) \frac{x^2}{\rho_0^2} + (n-1)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\frac{x^2}{\rho_0^2} - (n-1)^2} \right]$$

当  $x=0$  时可以计算出  $K(0) = I(0)$ 。对  $K(x)$  进行级数展开,并且把  $K(0)$  代入  $K(x)$ ,则  $K(x)$  可变为

$$K(x) = K(0) \times \left[ 1 - 2 \left[ \frac{3n^2 - 6n + 1}{4(n-1)^3} + \frac{\kappa^2 + k^2}{\kappa^2} \right] \left( \frac{x}{\rho_0} \right)^2 + \dots \right] \quad (7)$$

若仍沿用(6)式对光束半宽度的定义,这种情况下  $X$  面上光束的半宽度为

$$w = \frac{2\rho_0 \kappa (n-1) \sqrt{(n-1)}}{\sqrt{\kappa^2 (3n^2 - 6n + 1) + 4(n-1)^3 (k^2 + \kappa^2)}}$$

由于半宽度平方的倒数正比于光强分布函数展开式中的一级项系数,一般来说,在一级近似的情况下比较这种对称强度分布函数下降的快慢或均匀性,只需比较其一级项系数或半宽度即可。显然  $\rho_0$  增大使光束宽度变大而更均匀,而相对折射率  $n$  增加使得光束宽度将变小而更不均匀。由(7)式,如果取一阶近似,当  $x \rightarrow$

$\frac{\kappa(n-1)\rho_0\sqrt{(n-1)}}{\sqrt{2\kappa^2(3n^2-6n+1)+8(\kappa^2+\kappa^2)}}$  时  $I(x)$  减小为零。实际上透镜尺寸有限,只有满足  $x < h$  的入射光束才能

通过透镜折射到达接收面,从而在接收面上  $x > h$  的区域接收不到经透镜折射的光线,因此,在  $x = h$  处有光强从有限值到零的突变(不考虑未经透镜折射直接到达  $X$  面的光的贡献)。在实际应用中要使尽可能多的入射光透过透镜  $h$  不小于光束半宽度,即  $h \geq w$ 。

## 2.2 反射损耗的影响

光线在折射率不同的两种透明介质的界面上,总有一部分被反射,而只有一部分通过界面折射。尽管可以采取增透处理来增加光的透过率,但实际上目前还没有任何可以使不同波长以不同入射角入射的光都能完全透过的方法,因此,反射损耗总是存在的<sup>[1]</sup>。考虑完全不加任何增透处理的情况,并假定透镜表面非常光洁,没有其它附加损耗,令前、后表面界面处的光强透过率分别为  $T_1$ 、 $T_2$ 。由于光束需两次经过透镜与环境的界面(不考虑光线在透镜内的多次反射和不经透镜折射的光线)才能到达接收面,  $I(x)$  给出的光强分布应乘上因子  $T_1 T_2$ ,但是对于 TE 偏振光(电矢量与透镜母线与半导体激光器慢轴方向平行)和 TM 偏振光(磁矢量与透镜母线与半导体激光器慢轴方向平行),光强透过率是不同的。由菲涅耳公式以及  $I(x) \propto \theta \theta'$  的关系可以得到两种情况下的光强透过率。

### 1) 对于 TE 偏振光

$$T_s = T_{1s} T_{2s} = \left[ 1 - \frac{\sin^2(\theta - \theta')}{\sin^2(\theta + \theta')} \right] \left[ 1 - \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2} \right] \approx \frac{4n}{(n+1)^2} \frac{1}{(n^2-1)} \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{3}{(n-1)} \left( \frac{x}{\rho_0} \right)^2 \right]$$

于是 TE 偏振光在  $X$  平面上的光强分布为

$$I_s(x) = I_s(0) \left[ 1 - 2 \left[ \frac{3n^2 - 6n + 1}{4(n-1)^3} + \frac{\kappa^2 + k^2}{\kappa^2} + \frac{3}{4(n-1)} \right] \left( \frac{x}{\rho_0} \right)^2 + \dots \right] \quad (8)$$

其中  $I_s(0) = I(0) \frac{4n}{(n+1)^2} \frac{1}{(n^2-1)}$ , 出射光束宽度变为

$$w_s = \frac{2\rho_0\kappa(n-1)\sqrt{n-1}}{\sqrt{\kappa^2(3n^2-6n+1)+4(\kappa^2+k^2)(n-1)^3+3\kappa^2(n-1)^2}} \leq w \quad (9)$$

因此,反射损耗使得  $X$  平面上 TE 偏振光的光强分布更加不均匀。

### 2) 对于 TM 偏振光

$$T_p = T_{1p} T_{2p} = \left[ 1 - \frac{\tan^2(\theta - \theta')}{\tan^2(\theta + \theta')} \right] \left[ 1 - \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2} \right] \approx \frac{16(n+1-n^2)n^2}{(2n+1-n^2)^2(n+1)^2} [1 + qx^2]$$

其中  $q$  定义为

$$q = \left\{ \frac{(n^2-1)^2(3n+1)}{\rho_0 4n(n+1-n^2)} - \frac{n(n^2-1)(n+1)^3}{\rho_0 4(n+1-n^2)} - \frac{(n^2-1)(n+1)}{\rho_0^2 4n(n+1-n^2)} - \frac{(n+1)^3(n+3)}{\rho_0^2 4(n+1-n^2)(n-1)} \right\}$$

TM 偏振光在  $X$  平面上的光强分布为

$$I_p(x) = I_p(0) \left\{ 1 - 2 \left[ \frac{3n^2 - 6n + 1}{4(n-1)^3} + \frac{\kappa^2 + k^2}{\kappa^2} - \frac{q\rho_0^2}{2} \right] x^2 + \dots \right\} \quad (10)$$

式中  $I_p(0) = I(0) \frac{16(n+1-n^2)n^2}{(2n+1-n^2)^2(n_2+n_1)^2}$ 。出射光束半宽度为

$$w_p = \frac{2\rho_0\kappa^2(n-1)\sqrt{(n-1)}}{\sqrt{\kappa^2(3n^3-6n+1)+4(n-1)^3(\kappa^2+k^2)-2\kappa^2\rho_0^2(n-1)^3q}} \geq w \quad (11)$$

(8)式与(10)式,(9)式与(11)式相比较,可见 TM 与 TE 偏振光的强度大小和光束宽度都不同,反射损耗使得  $X$  平面上 TM 偏振光的光强分布反而均匀一些。因为在入射角  $\theta$  小于布儒斯特角的范围内,TE 偏振光的

光强透过率是  $\alpha$  (也是倾角  $\alpha$ ) 的单调减函数,而对 TM 偏振光而言,情况刚好相反。由于反射损耗对 TE 和 TM 偏振光光强分布的影响不同,如果入射光同时具有两种偏振成分,在接收面上就会形成偏振状态的重新分布。在应用时,这是必须注意的重要问题。(7)、(8)和(10)式说明,无论是否考虑反射损耗,接收面上的光强分布都与参数  $n$ 、 $\rho_0$  有关。 $\rho_0$  越大,光束半宽度越大,光强分布越均匀,此外还应考虑  $h$  的大小。

### 3 结论

综上所述,只要双曲面的离心率与透镜材料相对折射率相同,把出射的半导体激光束准确地放在双曲柱面-平面透镜的外焦点上,快轴方向发散光就能得到很好的准直,这是与圆柱透镜相比较最突出的优点。而通过双曲面镜后的准直特性、光强分布及参数  $\rho_0$ 、相对折射率  $n$  和高度  $h$  有着密切关系。 $n$ 、 $\rho_0$  不仅影响到准直后光斑的大小、光强分布,而且影响到偏振状态的重新分布。因此,根据具体使用要求,还必须综合考虑各参数对光斑大小、光强和偏振状态分布的影响,权衡和采用适当的参数,并考虑是否进行增透处理,以获得尽可能好的使用效果。

#### 参考文献:

- [1] 梁一平,戴特力.圆柱透镜对半导体激光光束准直性能的改进[J].中国激光,2004,31(11):1305-1311.
- [2] 戴特力.半导体激光二极管泵浦全固态激光器[M].成都:四川大学出版社,1993.
- [3] 杨石泉,李朝晖,丁镭.由LD和高双折射光纤环镜构成的可调谐锁模光纤激光器[J].中国激光,2003,30(2):106-108.
- [4] 江剑平.半导体激光器[M].北京:电子工业出版社,2000.
- [5] 周川钊,谢树森,陈荣.一种半导体激光束聚焦和整型的光学装置[J].光电子激光,1998,9(4):304-306.
- [6] 倪明,蒋志平,陆启生.利用多相位片实现光束整形[J].应用光学,1996,17(4):21-24.
- [7] 梁一平,戴特力.双曲线和椭圆焦点的光学意义[J].重庆师范大学学报(自然科学版),2004,22(3):26-28.

(责任编辑 欧红叶)