2006 年 6 月 重庆师范大学学报(自然科学版) Jun. 2006
第 23 卷 第 2 期 Journal of Chongqing Normal University(Natural Science Edition) Vol. 23 No. 2

# 竞争创新的一个动态模型*

刘 彦 辉
(重庆师范大学 数学与计算机科学学院,重庆 400047)

**摘 要**:以 Lotka-Voltera 方程为途径描述了市场中两个企业的动态竞争,并给出了动态竞争的数学解释。描述了竞争的不同类型和影响竞争的因素。同时,利用案例说明了企业可以在竞争中应用的预测和管理方法。

**关键词**:Lotka-Voltera 方程;企业竞争;动力系统
**中图分类号**:F224.9;F124.3 **文献标识码**:A **文章编号**:1672-6693(2006)02-0071-04

## A Dynamic Model of Competition Innovation

*LIU Yan-hui*
(College of Mathematics and Computer Science, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

**Abstract**: In this paper, we use the Lotka-Voltera equation to describe the dynamic competition of two competitive enterprises in a market, and produced the mathematic explanation of dynamic competition. Describe the different type of competition, and influencing factor of competition. At the same time, explain that the enterprise can use the case possibly to forecast the management and application in the competition.

**Key words**: Lotka-Voltera equation; enterprise competition; dynamic system

## 1 问题的提出

1912 年,美国经济学家 Schumper 从分析企业家追求超额利润出发,提出了技术创新理论。他认为创新是经济增长的原动力。后继研究者们进一步围绕技术创新扩散进行大量理论和应用研究,并取得相当进展。在理论研究方面,许多学者分别从经济学、企业行为、信息传播、市场渗透、空间转移、系统进化等角度,对技术创新扩散现象及其机制、规律、影响因素等进行了一系列的理论考察,得到一大批具有启发意义的结论,并提出许多各具特色的扩散模型。扩散模型主要分为两类:①速度模型,亦称总体模型或宏观分析模型或 S 型系列模型,是建立在潜在采用者总体扩散率宏观统计行为分析的基础上,反映技术创新扩散速度的时间过程,基本方法是曲线拟合法[1];②决策模型,亦称个体模型或微观分析模型,是建立在对潜在采用者决策对策行为分析的基础上,反映潜在采用者(企业)采用行为的决策对策过程。相对速度模型而言,决策模型发展较慢,目前仅在理论上进行探讨,如 Case 等微分博弈模型。最为成功的速度模型研究是以 Bass 为首的学者们,通过构建微分方程建立动力学模型来研究技术创新扩散机制,其代表人物主要有 Fourt、Mansfield、Bass 以及 Mahajan。但其中大多数是对单个产品的扩散进行研究,为了对两个或以上的产品或企业扩散的相互影响进行研究,在这里引入一类生态学模型。

生态模型在工业中的应用已经有很长的历史。Alfred Lotka 作为其中的一位先驱者出版了经典著作《Elements of Physical Biology》。所有生态模型的核心在于逻辑增长,就像 Verhulst 方程

$$\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t}=a_xX\,\frac{(M-X)}{M}=a_xX-b_xX^2 \qquad (1)$$

$a_x, b_x, M$ 在这里为常数。这个方程目前已经广泛地应用于生产生活当中[2]。它描述的是生物种群数量的竞争增长。竞争源于同一个种群的成员相互拥挤在一个狭小的小生境中。众所周知的 S 形曲线优美

* 收稿日期:2005-10-20 修回日期:2006-01-11
作者简介:刘彦辉(1982-),男,重庆云阳人,硕士研究生,研究方向为技术创新与经济预测。

的形状中有两个弯曲:第一个(指数增长)是由种群的增长能力引起的,第二个(小生境饱和)是由有限空间导致的竞争压力引起的。但是在多于一个种群出现的情况下,S形曲线法则一般不能应用,因为一个种群可能会影响其他种群的增长率,更多的项肯定要被添加进数学方程,考虑相互影响,S形模型变得扭曲,除了一一替换,它们仅仅包含两个竞争者,并且它们的'市场份额'仍满足S形模型,例如汽车和马的案例[3]。而这一点可以通过Lotka-Voltera方程来解决,它可以解释竞争企业中的所有冲突类型。本文在了解大致轮廓的基础上专注于两个竞争者的例子[4]。

## 2 Lotka-Voltera模型

### 2.1 二维的Lotka-Voltera方程

在方程(1)的基础上,为了研究一个企业对另一个企业的影响,加入两个企业的相互影响系数,得

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t}=a_xX-b_xX^2+c_{xy}XY=X(a_x-b_xX+c_{xy}Y)\\ \dfrac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t}=a_yY-b_yY^2+c_{yx}YX=Y(a_y-b_yY+c_{yx}X)\end{cases} \tag{2}$$

其中$a_x,b_x,a_y,b_y$,均大于0,$c_{xy},c_{yx}$为常数。$a_x$和$a_y$分别表示了两种企业的产品吸引力,$b_x$和$b_y$分别表示了市场购买能力,$c_{xy}$和$c_{yx}$分别表示了两种企业的相互影响系数,$X$和$Y$分别代表了两个企业在$t$时刻的累积销量。

### 2.2 Lotka-Voltera的定性分析

研究微分动力系统应该关心的是它是否存在稳定解,若存在,又是哪些因素在影响它的稳定,于是对系统(2)做定性分析。先考虑特殊情况,当$c_{xy},c_{yx}$都大于0时,一个企业对另一个企业的增长会起到促进作用,即互惠,例如电脑生产厂家和软件制造商;当$c_{xy},c_{yx}$都等于0时,则没有影响;当$c_{xy},c_{yx}$异号时,则为典型的捕食—食饵系统;例如电影院和电视机。电影为电影院生产得越多,电视的受益也就越多,但是电视的增长越多,电影院受的损失就越多。如果没有立法的保护(禁止放映新片),电视机将有可能'吃掉'电影院的观众。接下来讨论市场中最为重要和常见的纯粹竞争问题。在此设$c_{xy},c_{yx}$均小于0,$a_x,b_x,a_y,b_y$均大于0,容易看出系统(2)的平衡位置一般有4个。它们是原点$O(0,0)$;直线$x=0$与直线$l_y$:$a_y-b_yY+c_{yx}X=0$的交点$Q(0,a_y/b_y)$;直线$y=0$与直线$l_x$:$a_x-b_xX+c_{xy}Y=0$的交点$P(0,a_x/b_x)$;两直线$l_x$和$l_y$在第一象限内的交点$M(x^*,y^*)$。由假设得$l_x$和$l_y$的斜率都为负,它们的相对位置存在如下4种可能。

1)若$a_x/b_x>-a_y/c_{yx}$,$a_y/b_y>-a_x/c_{xy}$,则系统(2)存在平衡点$M$($M$是奇点),如图$a$。这时两个企业竞争的结果将达到稳定的静态平衡。

2)若$a_x/b_x<-a_y/c_{yx}$,$a_y/b_y<-a_x/c_{xy}$,则系统(2)存在正的平衡点$M$($M$是鞍点),如图$b$。这时轨线较高的企业将最终生存下来,特别当$a_x=a_y$时,结果与(1)一致。这说明在两企业内部增长率相同的情况下,当购买力制约影响大于企业间竞争影响时,竞争结果导致两企业共存;当购买力制约影响小于企业间竞争影响时,竞争结果将导致轨线较低的企业倒闭。

3)若$a_x/b_x<-a_y/c_{yx}$,$a_x/b_y<-a_y/c_{xy}$,则系统(2)不存在正的平衡点$M$,如图$c$。这时第一象限内部任一点出发的轨线将最终趋向于平衡点$P$。即这种情况下竞争的结果导致$y$企业倒闭,而$x$企业持续生存,即容量大的企业持续生存。

4)若$a_y/b_y>-a_x/c_{xy}$,$a_y/b_x>-a_x/c_{yx}$,则系统(2)不存在正的平衡点$M$,如图$d$。这时第一象限内部任一点出发的轨线将最终趋向于平衡点$Q$。即$x$企业倒闭,$y$企业持续生产,即容量大的企业持续生存。

图1 相平面解的稳定性分析

### 2.3 离散形式

在前一节定性分析的基础,本文尝试用实际生活中更容易操作的形式来描述两个企业之间的竞争态势。而离散的形式无疑是首选,利用Lesli对方程

(2) 离散形式的描述,有

$$X(t+1)=\frac{\lambda_x X(t)}{1+\beta_x X(t)-A\beta_x Y(t)}$$
$$Y(t+1)=\frac{\lambda_y Y(t)}{1+\beta_y Y(t)-B\beta_y X(t)} \tag{3}$$

其中 $\lambda_i=e_i^a$, $\beta_i=\frac{b_i(e_i^a-1)}{a_i}(i=x,y)$,

$$A=\frac{c_{xy}}{\beta_x}, D=\frac{c_{yx}}{\beta_y}。$$

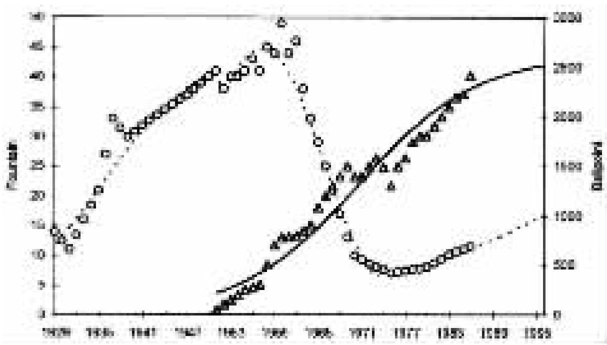
新品种攻击已有品种是企业市场战略的核心。利用方程(2)和(3)来估计参数 $A$ 和 $D$,并赋予经济学含义,以便介绍可用于企业竞争管理的方法。同时,假设 $X$ 是在位者而 $Y$ 是攻击者,定义 $A$ 是攻击者的优势、$D$ 是防守者的反击。$A$ 确定了攻击者在防守者保持市场份额面前呈现的进攻能力,$D$ 是防守者可以阻止进攻者盗取市场份额的程度。进攻和防守的商业战略和战术已经被 Peter Drucker 和 McKinsey&Company 的主管 Richard Foster 进行了准确描述。进攻者的自然优势已经被 Cooper 和 Kleinschmidt——分别在工业市场、技术管理市场和国际贸易方面研究了超过 200 种产品和决定了(保持市场份额是超级产品发送不寻常的利益给使用者)许多有意义的参数——建立。这个优势和价格决定了 $A$ 的大小。在进攻面前,防守者为了保持或提高自己的地位而不断加强自己。$A$ 比 $D$ 大说明面对反击“ 我们做的比他们好 ”。一个无论怎样有效的反击,想要达到继续生存的目的,最终还是要采用新技术。但当许多老公司淘汰没有用品种的时候,企业文化感到难以接受,所以许多公司投资这些项目时拿不定主意。由于这些犹豫,Foster 提到防守者对进攻者的反击总是左右为难并且论证了几十种防守者不作为或反应过晚的例子。一个经典案例就是 NCR ’s 过晚和混乱地过渡到电子收银登记。相对于 2.2 的结论得出竞争的 6 个维度。

表 1　两个竞争企业影响相互增长率的 6 个维度

| $A$,$D$ | 竞争类型 |
|---|---|
| −,− | 纯粹竞争 :两个企业都因为另一个的存在而使增长率受到负面影响。(如通讯商) |
| +,− | “ 捕食-食饵 ”系统 :一个企业替代另一个企业。(如电影院和电视机) |
| +,+ | 互惠 :两个企业都会因为另一个的增长而增长。(如软件和硬件) |
| +,0 | 附加品 :一个企业从另一个企业的存在受益,反之则不成立。(如汽车和零件) |
| −,0 | 顺从 :旧企业在新企业面前没有竞争力。(如圆珠笔和钢笔) |
| 0,0 | 独立 :互不影响的两个企业。(如滑雪衣厂和泳衣厂) |

# 3　竞争管理

由于企业的数据关系到商业机密和安全,本文只能用历史案例来对 Lotka-Voltera 方程在管理中的应用作出说明。回顾美国 1929—1986 年书写工具市场的竞争,圆珠笔替代自来水笔经历了 3 个不同的阶段。在圆珠笔出现之前,自来水笔的销售增长到占据整个书写工具市场。在 1951 年圆珠笔技术出现的时候,它正服从 S 形的‘ 逻辑增长曲线 ”,由于圆珠笔销售的增加,自来水笔在 1951—1973 年的销售下降,圆珠笔既不属于同一个种类,也不构成一对一的替换,但它还是极大地削减了自来水笔的销售。简单的 S 形模型不能描述这个关系,但 Voltera—Lotka 方程可以,进攻者的优势 $A=-0.5$,防守者的反击 $D=0$(见图 2)。这些数据反应了圆珠笔的竞争优势,它每赢得一个顾客相应的自来水笔将失去 0.5 个,自来水笔采取极端地降价来作为反击。他们的价格平均下降了 72 美分以上,但是这样的反击是没有效果的——$D$ 的值仍然是 0。反击的时候,自来水笔逐渐失去了市场份额,同时也开始了一项设计好的废除过程。最后,自来水笔的价格开始上升。在 1980 的美国,平均每支笔的价格达到 3.50 美元,并且继续上升。在 1988 年,当欧南木的 Watermanle Mans100 烟斗卖 400 美元时,一支 Mont Blanc Masterpiece Diplomat 零售价为 280 美元。自来水笔经历了一次如达尔文描述的‘ 特征转移 ”,转移到了行政用笔的奢侈品小生境。这个战略使自来水笔从 1970 开始进入了一个没有竞争的避难所,事实上,在这段时间如果公道地用 Volterra—Lotka 方程处理书写工具的销售数据,$A$ 和 $D$ 都等于 0,换句话说,有两个种类,但没有相互作用,每一个都服从简单的 S 形增长模型,结果自来水笔已经为自己确保了一个健康有利的市场环境小生境。如果它们坚持同圆珠笔竞争,它们将消失。



注:自来水笔(圆圈),自来水笔拟合曲线(虚线),圆珠笔(三角形),圆珠笔拟合曲线(实线)。

图2 圆珠笔和自来水笔之间的竞争

当确定1951—1973之间的竞争技巧,相对后来的形势,它是多么的可笑。如果采用本文系统(2)进行预测,而让自来水笔在5年前进行它的特征转移会发生什么事情呢?模型的答案是自来水笔今天将有很高的销售额。它是可信的吗?但至少有一点可以说明自来水笔如果从一个有利的位置开始,它将有一个抛物线的上涨,增加自来水笔的容量,可以在日常生活中影响文化和产生社会的喜爱和习惯,最后市民的平均爱好将导致其更重要的角色。因此,平均而言,它的价格将保持不变,它们的形象将更流行和受到更少的限制。

## 4 结论

本文在逻辑增长模型的基础上,引入了Lotka-Voltera方程,并用微分方程的稳定性理论对企业竞争的态势做出数学说明,同时介绍了Lotka-Voltera方程的离散形式,对企业竞争的案例进行说明。主要考虑了3个方面:自身提供的吸引力、市场小生境的大小、竞争者之间的相互影响(在一些案例中含有多个竞争者,可以通过仅考虑主要竞争者或把其它的竞争者组织在一起的方法减少为两个竞争者的形势)。当然,还有其它的因素影响增长,例如,渠道、分布、市场破裂、总的市场的增长、市场份额、新产品的频率、行业创造力、组织和人力资源配给,它们中大多数可以被表示为3个基本参数。想到这些,可能会有一个费效比高的方法,让你不再成为那些一直以你的存在而生存的贪心竞争者的猎物。但是技术创新扩散过程复杂,影响因素多,模型研究变得极其困难,在不同情况下,考虑的主要因素不同,从而造成技术创新扩散速度模型的多样性。因此,关于这些技术创新扩散模型,今后需要做进一步的研究。本文所构建的系统模型中没有考虑分岔现象,也就是当参数在某一特定值附近作微小变化时,其性质发生本质的变化。事实上,市场千变万化,表面看似处于均衡状态,但一夜之间均衡就有可能被打破,这个现象到目前为止还没有找到有效的理论和办法加以解释,而分岔理论似乎能解释。这就是下一步要做的工作。

参考文献:

[1] DOLAN R J,JEULAND A P. Experience Curves and Dynamic Demand Models:Implications for Optimal Pricing Strategies [J]. Journal of Marketing,1981,45:52-73.

[2] LOTKA A J. Element of Physical Biology [M]. Baltimove:Williams,1925.

[3] FARRELL C. Theory of Technological Progress [J]. Technological Forecasting and Social Change,1993,44(2):161-178.

[4] THEODORE M. Genetic Re-engineering of Corporations [J]. Technological Forecasting and Social Change,1997(56):107-118.

(责任编辑 欧红叶)