

# 用 Matlab 模拟白光夫琅和费衍射\*

喻平<sup>1,2</sup>

(1. 重庆师范大学 物理学与信息技术学院, 重庆 400047; 2. 南京师范大学 物理科学与技术学院, 南京 210097)

**摘要** 根据配色原理, 将白光衍射分解为三基色衍射场的非相干叠加, 用 Matlab 模拟白光圆孔和单缝衍射场的分布图, 给出程序代码, 结果形象直观。

**关键词** 夫琅和费衍射; 三基色; Matlab 模拟

中图分类号: O436.1

文献标识码: A

文章编号: 1672-6693(2007)02-0043-03

## Simulation of White Light Fraunhofer Diffraction by Matlab

YU Ping<sup>1,2</sup>

(1. College of Physics and Information Technology, Chongqing Normal University, Chongqing 400047;

2. College of Physics and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

**Abstract**: According to mixture of colors theory, the white diffraction can be regarded as noncoherent superposition of the three primary colors diffraction. Employing with the Matlab's abundant drawing functions and powerful computation ability, we can simulate the white diffraction fields of slit and circular hole, and give the source code of it. The result is intuitionistic and vivid.

**Key words**: Fraunhofer diffraction; three primary colors; Matlab; simulation

光的衍射是光波动性的一种直观表现。利用计算机模拟光衍射, 不但可以不受实验仪器和实验场所的限制, 而且效果可能比实验更形象、直观, 更有利于学习者理解。另外, 计算机模拟演示可以改变实验参数, 反映不同条件下的实验现象和结果, 动态直观地展现各种物理量之间的关系, 有利于光学实验教学的开展<sup>[1-3]</sup>。单色光的衍射场一般比较容易获得, 关于计算机模拟单色光衍射的文献也比较多<sup>[4]</sup>。相比之下, 白光衍射的实验难度稍大, 这主要是由于白光源较难控制和获得的白光衍射场光强较弱。本文根据配色原理, 用 Matlab 模拟单缝和圆孔两种典型的白光夫琅和费衍射。

### 1 夫琅和费衍射

单缝夫琅和费衍射的原理如图 1 所示, 它是平行光衍射<sup>[5]</sup>。实验要借助两个透镜来实现。一束平行光照射到很窄的单缝  $K$  上, 穿过单缝后经过透镜  $L$  在屏幕  $E$  上形成衍射条纹。实验发现, 平行光(波

阵面垂直于透镜光轴) 经过透镜会聚在焦面中央的光线因相互加强而形成明纹。这说明位相相同的平行光经过透镜聚焦时, 它们的位相仍然相同, 透镜并未引起附加的位相差。在傍轴条件下, 利用菲涅耳—基尔霍夫积分公式求得狭缝上子波源在衍射屏上  $P$  点的叠加复振幅为

$$\tilde{U}(\theta) = \tilde{U}(0) \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

光强为

$$I = I_0 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \quad (1)$$

式中  $\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$ ,  $a$  为缝宽度,  $I_0$  为屏中心  $O$  点光强。

圆孔夫琅和费衍射与其类似, 且在正入射时, 圆孔的夫琅和费衍射复振幅为

$$\tilde{U}(\theta) \propto \frac{2J_1(x)}{x}$$

光强为

\* 收稿日期 2006-11-26

修回日期 2006-12-12

作者简介: 喻平(1980-)男, 重庆人, 研究实习员, 硕士研究生, 研究方向为光电信息技术。

$$I_{\theta} = I_0 \left[ \frac{2J_1(\beta)}{\beta} \right]^2 \quad (2)$$

式中  $\beta = \frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}$   $a$  为圆孔半径  $J_1(\beta)$  是一阶贝塞尔函数。由(1)、(2)式可知,对于白光来说,衍射场上  $P$  点的光强分布不仅与位置有关,还与波长有关。

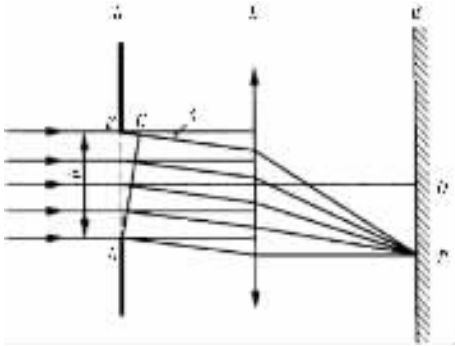


图1 单缝夫琅和费衍射图原理图

## 2 混色原理

根据颜色匹配理论,白光可分解为红、绿、蓝三基色。反之,在一般情况下,任何颜色的光均可用三基色以适当比例匹配出来<sup>[6-7]</sup>。因此,若将白光分解为红、绿、蓝三基色,白光的衍射条纹就可认为是由红、绿、蓝三基色光衍射条纹的非相干叠加。这样一来,白光衍射中央亮纹各处的颜色,就是由在该处的红、绿、蓝三基色混合叠加而来。采用“1931CIE(国际照明委员会)—RGB系统”的规定,若用白光源作单缝衍射实验,且假设光屏为朗伯反射体,则中央亮纹峰值可近似看作等能白光,而等能白光可被分解为红(700 nm)、绿(546.1 nm)和蓝(435.8 nm)三基色。由于光强与亮度成正比,亮度同三刺激值成正比,按色度学的方法将三基色衍射中央亮纹峰值光强设为1,则白光衍射中央亮纹峰值的三刺激值比为1:1:1。实际上,白光包含了一定频率成份的单色光,根据惠更斯—菲涅尔原理,衍射是由同频率光的次级子波源相干叠加产生的,而不同频率的光波之间是非相干叠加,因此可以根据配色原理,利用 Matlab 演示出白光衍射的彩色场分布。

## 3 Matlab 编程模拟

### 3.1 光强表达式

为了便于编程,将实际参数代入(1)、(2)式。设透镜焦距  $f = 700 \text{ mm}$   $a = 0.04 \text{ mm}$ ,如图2所示。

单缝  $\theta = \arctan\left(\frac{x}{f}\right)$ , 圆孔  $\theta = \arctan\left(\frac{r}{f}\right)$ ,  $x$  为衍射屏上  $P$  点离中心  $P_0$  的距离。对于单色光,单缝和圆

孔光强表达式分别为

$$I(x) = I_0 \left[ \text{sinc}\left(\frac{\pi a \sin\left(\arctan\left(\frac{x}{f}\right)\right)}{\lambda}\right) \right]^2;$$

$$I(r) = I_0 \left[ \frac{J_1\left(\frac{2\pi a \sin\left(\arctan\left(\frac{r}{f}\right)\right)}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin\left(\arctan\left(\frac{r}{f}\right)\right)}{\lambda}} \right]^2$$

白光的衍射可以看作是三基色的非相干叠加,用 Matlab 把红、绿、蓝三基色的衍射图样存储在  $m \times n \times 3$  矩阵中,按 rgb 图显示即可产生白光的衍射图样<sup>[8-9]</sup>。

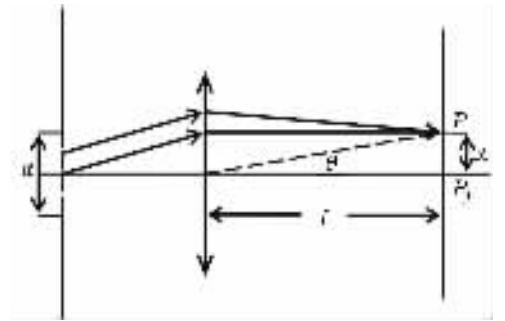


图2 模拟衍射图

### 3.2 Matlab 代码

```
% 白光单缝衍射模拟
clear ;
f = 700 ; a = 0.04 ;
wlr = 700e - 6 ; wlg = 546.1e - 6 ; wlb = 435.8e - 6 ;
x = linspace( -20 20 300 ) ;
seta = atan( x/f ) ;
aphr = 2 * pi * a * sin( seta ) / wlr ; aphg = 2 * pi * a * sin( seta ) / wlg ;
aphb = 2 * pi * a * sin( seta ) / wlb ;
Ir = ( sinc( aphr ) ) . ^ 2 ; Ig = ( sinc( aphg ) ) . ^ 2 ; Ib = ( sinc( aphb ) ) . ^ 2 ; Iw = zeros( 50 300 3 ) ;
for i = 1:50
    Iw( i , : 1 ) = Ir ; Iw( i , : 2 ) = Ig ; Iw( i , : 3 ) = Ib ;
end
Iw = Iw * 255 ;
imshow( Iw ) ;

% 白光圆孔衍射模拟
clear ;
f = 700 ; a = 0.04 ;
wlr = 700e - 6 ; wlg = 546.1e - 6 ; wlb = 435.8e - 6 ;
```

```

x = linspace( -30 30 800 ) [ X ,Y ] = meshgrid(
x );
seta = atan( sqrt( X.^2 + Y.^2 )/f );
aphr = 2 * pi * a * sin( seta )/wlr ; apha = 2 * pi * a *
sin( seta )/wlg ; apbh = 2 * pi * a * sin( seta )/wlb ;
Ir = ( 2 * besseli( 1 , apha ) ./ apha ) .^ 2 ; Ig = ( 2 * bes
seli( 1 , apha ) ./ apha ) .^ 2 ; Ib = ( 2 * besseli( 1 , apbh ) ./
apbh ) .^ 2 ;
Iw = zeros( 800 800 3 );
Iw( :, : , 1 ) = Ir ; Iw( :, : , 2 ) = Ig ; Iw( :, : , 3 ) = Ib ;
IO = 255 ; Iw = IO * Iw ;
imshow( Iw ) ;
    
```

### 3.3 模拟衍射图

如模拟图 3、4 所示,衍射场的中央为三基色第一极大非相干叠加,依然为白色,由内到外依次为黄、紫红、青等,与文献一致<sup>[5-6]</sup>。图 5 中,对于三基色的非相干叠加,紫光第二极大到第一极大之间呈



图 3 白光中衍射模拟图

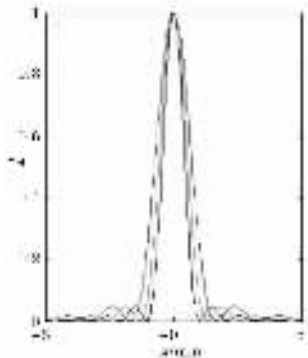


图 5 三基色衍射强度分布



图 4 圆孔衍射模拟图



图 6 实验图

现不同颜色,中央向两边依次为紫、蓝、黄、绿等。图

6 为自然白光圆孔夫琅和费衍射实验图,比较图 4 与 6,可以发现中间几级模拟与实验吻合的较好,越到边缘越不一致。实际上自然白光谱包括波长在 380 ~ 770 nm 范围内的单色光,由于这些单色光衍射场的非相干叠加,使得离中心越远的地方可见度越差,明暗条纹越不明显。

## 4 结 论

用 Matlab 模拟白光衍射,可以直观地显示衍射图样,在程序中可以改动焦距  $f$ 、缝宽  $a$  等参数,观察参数变化对衍射条纹的影响,还可以对代码稍加修改,对白光的矩孔、三角孔衍射进行模拟,这在辅助教学中有重要的意义。

### 参考文献:

- [ 1 ] 王文可,任维义,王文爱,等.物理图象的可视化研究[J].西华师范大学学报(自然科学版) 2005, 26( 2 ): 121-124.
- [ 2 ] 牛彦敏.计算机辅助光学作图系统中光路计算模型[J].重庆师范大学学报(自然科学版) 2005, 22( 2 ): 34-38.
- [ 3 ] 苏变玲.取样定理及基于 MATLAB 的实验教学[J].四川师范大学学报(自然科学版) 2004, 27( 4 ): 438-440.
- [ 4 ] 宋清,熊万杰.光学现象的计算机模拟[J].中山大学学报 2005, 3: 24-30.
- [ 5 ] 赵凯华,钟锡华.光学(上册)[M].北京:北京大学出版社,1984.
- [ 6 ] 张克植.用颜色匹配方法判断白光夫琅禾费单缝衍射中央亮条纹色调[J].大学物理,1991, 8: 26-27.
- [ 7 ] 王书颖,李洪秀.色度学简介[J].大学物理,1991, 7: 29-33.
- [ 8 ] 陈桂明,张明照,戚红雨.应用 MATLAB 语言处理数字信号与数字图像[M].北京:科学出版社,2000.
- [ 9 ] 陈怀琛. MATLAB 及其在理工课程中的应用指南[M].西安:西安电子科技大学出版社,2000.

(责任编辑 欧红叶)