

# 基于灰色马尔可夫链模型的中国能源消费预测研究\*

刘亮亮, 敖军, 高世泽

(重庆师范大学 数学与计算机科学学院, 重庆 400047)

**摘要** 随着中国经济的不断发展, 能源需求不断上升, 能否准确预测中国能源消费量对中国经济乃至全球经济发展都有重要的指导意义。现行的预测方法主要有回归分析法、经验模型法、时间序列法、指数平滑法和灰色系统预测法等。灰色系统预测方法在预测波动性较大的非平稳数列上有不足之处, 而马尔可夫预测却适用于随机波动性较大的数列的预测。因此本文将灰色系统理论与马尔可夫链相结合, 建立了能源消费总量数据的灰色马尔可夫链模型。实证分析表明, 这种模型的预测精度高于GM(1, 1)预测模型, 预测效果较好。

**关键词** 能源消费; 灰色系统; GM(1, 1)模型; 马尔可夫链

中图分类号: O21

文献标识码: A

文章编号: 1672-6693(2008)04-0047-03

随着中国经济的不断发展, 能源需求不断上升, 中国能源消费总量已经约占世界能源消费总量的11%。能否准确预测中国能源消费量对中国经济乃至全球经济发展都有重要的指导意义。现行的预测方法主要有回归分析法、经验模型法、时间序列法、指数平滑法和灰色系统预测法等。其中灰色系统预测方法具有所需信息量较少、计算简便、精度较高等特点, 因而在近年得到了广泛应用。该方法将观测数据序列看作随时间变化的灰色过程, 通过累加生成挖掘出系统潜藏的有序指数规律, 从而建立相应的预测模型。其实质是以指数型曲线拟合原始数据, 预测结果是一条较为平滑的曲线, 因而对于波动性较大的数据序列拟合较差, 预测精度较低。虽然灰色预测模型本身也具有一些提高预测精度的方法, 如残差辨识法、提高预测模型阶数等, 但是对于像能源消费这类波动性较大的非平稳数列的预测, 预测精度仍然较低, 甚至可能会增大误差。马尔可夫预测适用于随机波动性较大的数列的预测。本文利用灰色预测所揭示能源消费时序变化的总趋势和马尔可夫预测确定状态转移概率, 建立了能源消费的灰色马尔可夫预测模型。

## 1 灰色马尔可夫链预测模型原理

### 1.1 灰色GM(1, 1)建模<sup>[1-4]</sup>

所谓灰色系统指含有已知的或未确知的信息系

统。灰色系统理论主要研究系统模型不明确、行为信息不完全、运行机制不清楚这类系统的建模、预测、决策和控制等问题。灰色系统建模理论是研究不完全信息建模, 它是利用系统信息, 是抽象的概念量化, 量化的概念模型化, 最后进行模型优化, 从而使所建立的灰色系统模型在寻求不到系统的概率特性或隶属特性的情况下显示其优越性。

考察原始非负时间序列 $\{u^{(0)}(k)\}$ , 作一次累加生成 $(1-AGO)$ , 得 $\{u^{(1)}(k)\}$ , 其中

$$u^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k u^{(0)}(i) \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

构造一阶常微分方程逼近累加生成序列, 并利用最小二乘法求得系统的时间响应方程

$$u^{(1)}(k+1) = [u^{(1)}(1) - \frac{b}{a}]e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (2)$$

其中 $a$ 为发展灰数, 它反映由模型计算得到的数列值的发展态势;  $b$ 为内生控制灰数, 其大小反映数据的变化关系。他们的向量形式为

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T y_n \quad (3)$$

其中

$$B = \begin{pmatrix} -1/2(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -1/2(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -1/2(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)) & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

\* 收稿日期: 2008-01-21 修回日期: 2008-06-10

作者简介: 刘亮亮(1980-)男, 硕士研究生, 研究方向为随机经济系统; 通讯作者: 高世泽, E-mail: gaoshize@cqnu.edu.cn.

$$y_n = [x^{(0)}(2) \ x^{(0)}(3) \ \dots \ x^{(0)}(n)]^T \quad (5)$$

当  $k = 1 \ 2 \ \dots \ n - 1$  时,由(2)式算得的数据为拟合值;当  $k \geq n$  时,将计算出预测值。然后再用累减运算还原,即

$$u^{(0)}(k+1) = u^{(1)}(k+1) - u^{(1)}(k) =$$

$$(1 - e^{-a}) [u^{(1)}(1) - \frac{b}{a}] e^{-ak} \quad k = 1 \ 2 \ \dots \ n - 1 \quad (6)$$

该模型反映的是实际观测数据的趋势变化,由于尚未考虑各种影响因素导致的随机变化,因此用于预测还不够完善。

### 1.2 马尔可夫链预测理论

马尔可夫链预测是俄国应用数学家马尔可夫于 20 世纪初发现的系统状态转移规律,分析随机事件未来发展变化趋势及可能结果,为决策者提供决策分析的一种方法。

设有随机过程  $\{x_n \ n \in T\}$  和离散的状态集  $I = \{i_0 \ i_1 \ i_2 \ \dots\}$ ,若对任意的整数  $n \in T$ ,条件概率满足

$$P(x_{n+1} = i_{n+1} | x_0 = i_0 \ x_1 = i_1 \ \dots \ x_n = i_n) = P(x_{n+1} = i_{n+1} | x_n = i_n) \quad (7)$$

则称  $\{x_n \ n \in T\}$  为马尔可夫链,并记

$$P_{ij}^{(k)} = P\{x_{m+k} = j | x_m = i\} \quad (i \ j \in I) \quad (8)$$

表示在时刻  $m$  系统处于状态  $i$  条件下,在时刻  $m+k$  系统处于状态  $j$  的概率;将  $P_{ij}^{(k)}$  依次排序,可得如下矩阵

$$P^k = \begin{bmatrix} P_{11}^{(k)} & \dots & P_{1n}^{(k)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1}^{(k)} & \dots & P_{nn}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

该矩阵称为马尔可夫链的  $k$  步转移概率矩阵。其中

$$\sum_{j=1}^n P_{ij}^{(k)} = 1 \quad (10)$$

### 1.3 转移概率矩阵

将数据序列分为若干种状态,记为  $E_1 \ E_2 \ \dots \ E_n$ ,数据序列由状态  $E_i$  经  $k$  步转移到  $E_j$  的概率称为  $k$  步转移概率,记为  $p_{ij}^{(k)}$ ,其中

$$p_{ij}^{(k)} = \frac{m_{ij}^{(k)}}{M_i} \quad (11)$$

式中  $m_{ij}^{(k)}$  表示状态  $E_i$  经过步  $k$  转移到状态  $E_j$  的次数; $M_i$  表示状态  $E_i$  出现的次数。由于数据序列最后的状态转向不明确,故计算  $M_i$  时要去掉最后的  $k$  个数据。

### 1.4 编制预测表格

系统各种状态转移的统计规律在状态转移概率

矩阵  $P^{(k)}$  中得到了反映。通过考察状态转移概率矩阵  $P^{(k)}$ ,则可预测系统未来的发展变化。预测时需要先列出预测表,表的编制方法是:选取离预测时最近的  $j$  个时刻,按离预测时刻的远近,转移步数分别定为  $1 \ 2 \ \dots \ j$ 。在转移步数所对应的转移矩阵中,取起始状态对应的行向量,从而组成新的概率矩阵,对新的概率矩阵将其列向量求和,其和最大的列向量的状态即为待预测状态。

## 2 灰色马尔可夫链预测理论<sup>[5-7]</sup> 在能源消费中应用

以我国 1991—2005 年的能源消费总量的数据(表 1)为例(中国统计年鉴 2006,2006 年能源消费总量数据来源于中国国家统计局的统计公报),通过以上两种理论的有机结合来预测 2007 和 2008 年的能源消费总量。

### 2.1 GM(1,1) 预测模型的建立<sup>[4]</sup>

令  $x^{(0)} = \{103 \ 783 \ 109 \ 170 \ 115 \ 993 \ 122 \ 737 \ 131 \ 176 \ \dots \ 223 \ 319\}$ ,根据(1)~(6)式,可得到 GM(1,1) 预测模型

$$u^{(0)}(k+1) = 99 \ 373. \ 3323 e^{0.049 \ 100 \ 8k} \quad k = 1 \ 2 \ \dots \ n \quad (12)$$

同时可预测出 2006 年能源消费总量为

$$u^{(0)}(16) = 207 \ 554. \ 9 \text{ (万 t 标准煤)}$$

表 1 灰色 GM(1,1) 模型计算结果与实际值的比较及状态划分

年份	真实值 / 万 t	拟合值 / 万 t	真实值 / 拟合值	状态
1991	103 783	103 783	1	-
1992	109 170	104 374.4	1.045 946	3
1993	115 993	109 627.2	1.058 068	3
1994	122 737	115 144.3	1.065 941	3
1995	131 176	120 939.1	1.084 645	4
1996	138 948	127 025.5	1.093 859	4
1997	137 798	133 418.2	1.032 828	3
1998	132 214	140 132.6	0.943 492	2
1999	133 831	147 185	0.909 27	2
2000	138 553	154 592.2	0.896 246	1
2001	143 199	162 372.3	0.881 919	1
2002	151 797	170 543.9	0.890 077	1
2003	174 990	179 126.7	0.976 908	2
2004	203 227	188 141.5	1.080 18	3
2005	223 319	197 610	1.130 1	4

### 2.2 马尔可夫链预测模型的建立

根据实际值与模拟计算值的比值  $\alpha$  (见表 1), 确定以  $\delta$  的不同上下阈值作为状态划分的标准, 见表 2。具体阈值的大小并无严格的要求, 数据量的大小对状态的划分是个关键因素。但当数据量较小时以划分较少的状态为宜, 以保证预测的准确性<sup>[8]</sup>。根据表 2 对 1991—2005 年的数据进行状态划分(表 1)。

表 2 划分状态的标准

状态	状态限界
E1	$\delta = (0.85, 0.90]$
E2	$\delta = (0.90, 0.99]$
E3	$\delta = (0.99, 1.08]$
E4	$\delta = (1.08, 1.13]$

根据表 1 状态划分, 得到状态转移概率矩阵如下(如 E1 共出现 3 次, 一步转移后为 E1, E1, E2; 故 E1 经过一步转为 E1 的概率为  $\frac{2}{3}$ , 转为 E2 的概率为  $\frac{1}{3}$ , 转为其它状态为 0, 即为  $p^{(1)}$  的第一行。其余的依次类推)。

$$p^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad p^{(2)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$p^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad p^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 2.3 编制预报表

利用状态转移概率矩阵, 选择下一个预测时刻最近的 4 个时段。其转移步数分别定为 1, 2, 3, 4。在转移步数所对应的转移矩阵中, 取起始状态所对应的行向量, 得到新的概率矩阵(见表 3), 从表 2 可以看出 2006 转为 E3, E4 状态的概率一样大, 故取它们的平均值。预测量大小为  $\bar{u}^{(0)}(k+1)_i = 1/2(E_{i1} + E_{2i})u^{(0)}(k+1)$  ( $i$  为概率最大的状态)。其中转为状

态 E3 的预测值  $\bar{u}^{(0)}(16)_3 = 1/2(E_{13} + E_{23})u^{(0)}(16) = 214\ 819.32$  (万 t 标准煤); 转为状态 E4 的预测值为  $\bar{u}^{(0)}(16)_4 = 1/2(E_{14} + E_{24})u^{(0)}(16) = 229\ 348.2$  (万 t 标准煤); 平均值大小为  $\bar{u}^{(0)}(16) = 1/2(\bar{u}^{(0)}(16)_3 + \bar{u}^{(0)}(16)_4) = 222\ 083.76$  (万 t 标准煤)。

2006 年真实值为 245 669 万 t 标准煤, 从表 4 中看出灰色马尔可夫链的预测精度高于 GM(1, 1) 模型的预测。

表 3 状态预测计算表

初始状态	转移步数	E1	E2	E3	E4
E1	4	0	0	0.5	0.5
E2	3	1	0	0	0
E3	2	0	0.333	0.333	0.333
E4	1	0	0	0.5	0.5
合计		1	0.333	1.333	1.333

表 4 2006 年能源消费实际值与预测值的比较

年份	实际值 /万 t	灰色预测		灰色马尔可夫预测	
		预测值 /万 t	预测精度 /%	预测值 /万 t	预测精度 /%
2006	245 669	207 554.9	84.485 5	222 083.76	90.399 5

## 3 结语

针对波动性和随机性较大的能源消费总量数据, 本文提出了一种预测精度较高的预测方法, 即灰色马尔可夫链预测方法。该方法充分利用了原始数据信息, 可为预测模型奠定一定的理论基础。实证分析表明预测效果较佳。

### 参考文献:

[1] 申明金, 张运陶. 灰色关联分析在黄磷生产中的应用[J]. 西华师范大学学报(自然科学版), 2003, 23(2): 170-173.

[2] 王丰效. 基于初值修正的非等距灰色预测模型[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版), 2006, 23(3): 42-44.

[3] 刘思峰, 党耀国. 灰色系统理论及其应用[M]. 第 3 版. 北京: 科学出版社, 2004.

[4] 刘思峰, 邓聚龙. GM(1, 1) 适用范围[J]. 系统工程理论与实践, 2000(5): 121-124.

[5] 孙荣恒. 随机过程及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.

[6] 薛勋国, 刘宝新, 李百川. 灰色马尔可夫链在道路交通事故预测中的应用[J]. 人类工效学, 2006(12): 26-28.

(上接第49页)

- [7] 杜世平, 陈涛. 与观测信息相关的二阶隐马尔可夫模型  
的参数估计[J]. 西南师范大学学报(自然科学版),  
2006, 31(3): 24-27.
- [8] KLATZKY R L, ANDREW C B, LOOMIS J M, et al. Hu-  
man Navigation Ability: Tests of the Encoding-Error-Model  
of Path Integration[J]. Spatial Cognition and Computation,  
1999(1): 31-65.

## Forecast Research into Chinese Energy Expreuse Based on Gray Markov China Model

*LIU Liang-liang, AO Jun, GAO Shi-ze*

(College of Mathematics and Computer Science, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

**Abstract**: With the development of the economy, the demand of energy rises unceasingly. The accurate forecast Chinese sources of energy consumption has important guiding significance to Chinese economy even to the whole world economy development. The gray system needs the less information. The calculation is simple and convenient and the accuracy is higher. So it has been widely applied recently. Grey forecast methods in predicting volatility of the larger non-stationary series are inadequate. Markov is used to forecast random fluctuations of the larger series of forecast. This paper is based on grey system theory and Markov chain integration. The establishment of the total energy consumption data with grey Markov chain model. At first, the paper utilizes the gray system to get the prediction of every year. Secondly, it compares the value of effect with the value of prediction to get the ratio and then to get receive the states. By the state of the changes we get the transfer matrix. Lastly, we use the Markov chain to predict. Empirical analysis shows that this model of prediction has accuracy higher than that of GM(1,1) prediction model. This method is also suitable for other forecast.

**Key words**: energy expense; gray system; GM(1,1) model; Markov chain

(责任编辑 游中胜)