

人工鱼群算法在生产函数参数估计中的应用*

李哲¹, 王冬冬^{1,2}, 梁丽¹, 周永权²

(1. 青岛滨海学院 基础理科部, 山东 青岛 266555; 2. 广西民族大学 数学与计算机科学学院, 南宁 530006)

摘要 生产函数在生活中有着举足轻重的作用,合理地选择估计生产函数参数的方法尤为重要。常用的C-D生产函数为多元非线性函数,用传统方法进行参数估计存在一定的局限性。基于人工鱼群算法能够克服局部极值、鲁棒性强等特点,给出了一种生产函数中参数估计的通用新方法,该方法首先将生产函数模型中的参数构造成人工鱼模型,利用残差平方和设计食物浓度函数,然后通过人工鱼的随机、觅食、聚群、追尾等行为,对生产函数中的参数进行估计。以美国马萨诸塞州1820—1926年的产值、资金投入和劳动力投入数据做仿真实验,结果表明,该算法在生产函数参数估计中具有寻优速度快的特点,且可得到最小的回归残差平方和。

关键词 生产函数; 参数估计; 人工鱼群算法; 残差平方和

中图分类号 TP18

文献标识码 A

文章编号 1672-6693(2009)02-0084-03

1928年,由美国数学家Cobb和经济学家Douglas提出生产函数这个概念以来,生产函数在生产实际中得到了广泛应用。生产函数反映了投入要素与产出量之间的关系,建立生产函数模型,可以分析资金、劳动力等生产要素在经济发展中的作用,可以分析科技进步等信息对经济发展产生的重要作用。此外,利用生产函数可以合理安排有限的资源,为加快经济发展提供有用的信息。利用生产函数也可以为国家领导进行决策提供有力的理论依据。因此,合理选择估计生产函数参数的方法,具有一定的意义。

常见的传统估计方法有最小线性二乘法^[1]、求解无约束优化的拟牛顿法(BFGS公式、DFP公式)^[2]。最小线性二乘法参数估计的优点是计算量相对简单,而缺点是回归方程的回归残差平方和相对较大;直接利用求解无约束优化的拟牛顿法进行参数估计,其优点是可以使得回归方程具有极小的回归残差平方和,缺点是该方法有一个较大的限制条件——要求目标函数具有连续可微性。

人工鱼群算法^[3,4](Artificial fish school algorithm,AFSA)是一种基于动物行为的寻求全局最优的新思路,是行为主义人工智能的一个典型应用。它从构造动物简单的底层行为做起,通过各动物个体的局部寻优行为,最终在群体中使全局最优值突现出来。该算法具有良好的克服局部极值、取得全

局极值的能力,并且算法的实现无需目标函数的梯度值等特性,故其对搜索空间具有一定的自适应能力。利用人工鱼群算法的基本特性,提出了一种基于该算法的生产函数中参数估计方法。仿真结果表明该方法具有寻优速度快、求解优度高等特点。

1 生产函数模型

生产函数是指在一定时期内,在技术水平不变的情况下,生产中所使用的各种生产要素的数量与所能生产的最大产量之间的关系。构造生产函数模型并且合理选择估计生产函数参数的方法,得到合理的经济函数,在实际生产当中具有重要的意义。

在多种投入要素下,常见的生产函数模型为

$$y = ax_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n} e^{\mu} \quad (1)$$

在(1)式中, y 为产出量, x_i 为第*i*种生产要素投入量, a 为效率系数, α_i 为第*i*种投入要素的产出弹性, μ 为随机扰动项, $\mu \sim N(0, \sigma^2)$ 。

(1)式表明,常见生产函数是一个多元非线性函数,传统估计方法进行参数估计具有一定的局限性,且计算复杂,得到的生产函数回归方程的回归残差平方和较高。而人工鱼群算法具有较强的鲁棒性,且算法实现简单,不用考虑目标函数的特殊性,所

* 收稿日期 2008-10-29 修回日期 2009-01-20

资助项目 国家自然科学基金(No. 60461001); 广西自然科学基金(No. 0542048); 广西民族大学重大科研基金(No. 0609013); 青岛滨海学院科技立项(No. 2008K10)

作者简介 李哲,女,讲师,硕士,研究方向为计算智能及应用。

以应用人工鱼群算法对生产函数进行参数估计具有一定的可行性。

2 生产函数参数估计的人工鱼群算法

2.1 相关定义

人工鱼状态为 $R = (a, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$; 食物浓度函数为 $F(R) = 1/(1 + S_2(R))$, 其中 $S_2(R) = \sum_{j=1}^m (y_j^* - y_j)^2$ 为回归方程的回归残差平方和, y_j^* 表示在状态 R 下第 j 组投入量得到的产出量, y_j 表示第 j 组投入量的实际产出量, m 表示有 m 组测试数据; Visual 表示人工鱼可视距离, Step 表示人工鱼移动步长, Num 表示算法最大迭代次数, $d_{ij} = \sqrt{(a_i - a_j)^2 + \sum_{k=1}^n (\alpha_{ik} - \alpha_{jk})^2}$ 表示人工鱼状态 R_i 与 R_j 之间的距离, Try_number 表示觅食行为中的试探次数。

2.2 行为描述^[4-6]

1) 随机行为。假设人工鱼当前状态为 R_i , $R_{i,next} = R_i + \text{Random}(-\text{Step}, \text{Step})$, 其中 $R_{i,next}$ 表示 R_i 的下一个状态, $\text{Random}(-\text{Step}, \text{Step})$ 表示以实数区间 $(-\text{Step}, \text{Step})$ 中的随机实数为元素构成的 $n+1$ 维的随机向量, 下同。

2) 觅食行为。假设人工鱼当前状态为 R_i , 在其可视范围内随机的选择一状态 R_j (即 $d_{ij} < \text{Visual}$), 如果满足前进条件

$$F(R_j) > F(R_i)$$

则 $R_{i,next} = R_i + \text{Random}(0, \text{Step}) \times \frac{R_j - R_i}{d_{ij}}$, 否则, 重新在其可视范围内选择一状态, 判断是否满足前进条件, 如果反复试探 Try_number 次后仍不满足前进条件, 则执行随机行为。

3) 聚群行为。假设人工鱼当前状态为 R_i , 在群体中找出其可视域范围内所有人工鱼状态的中心位置 R_c , 如果 $F(R_c) > F(R_i)$, 则 $R_{i,next} = R_i + \text{Random}(0, \text{Step}) \times \frac{R_c - R_i}{d_{ic}}$, 否则执行觅食行为。其中 d_{ic} 表示人工鱼状态 R_i 与 R_c 之间的距离。

4) 追尾行为。假设人工鱼当前状态为 R_i , 在群体中找出其可视域范围内食物浓度最大的人工鱼状态 R_{max} , 如果 $F(R_{max}) > F(R_i)$, 则 $R_{i,next} = R_i + \text{Random}(0, \text{Step}) \times \frac{R_{max} - R_i}{d_{i,max}}$, 否则, 执行觅食行为。

其中 $d_{i,max}$ 表示人工鱼状态 R_i 与 R_{max} 之间的距离。

2.3 公告板^[4-5]

公告板用来记录群体寻优过程中的最优人工鱼状态和该状态的食物浓度, 每条人工鱼在执行完一次行为以后, 都与公告板的记录进行比较, 若状态优于公告板记录状态, 则替换公告板记录。

2.4 行为选择^[6]

本文中的行为选择采用的是择优原则, 即每条人工鱼分别模拟聚群行为和追尾行为, 选择其中最优化行为作为最终的执行行为, 觅食行为和随机行为为缺省行为。

2.5 算法的执行步骤

Step1 输入群体规模 N , 可视距离 Visual, 移动步长 Step, 觅食行为中的最大试探次数 Try_number 和最大迭代次数 Num;

Step2 由最小二乘法(因为最小二乘法的优点是计算量相对简单)得到一组近似值, 作为一个人工鱼状态, 然后在其周围随机的产生 $N-1$ 个人工鱼状态, 构成初始群体;

Step3 找出群体中最优的人工鱼状态记入公告板;

Step4 每条人工鱼分别模拟聚群行为和追尾行为(觅食行为和随机行为为缺省行为), 选择最优行为作为最终执行行为, 并与公告板记录状态进行比较, 若优于公告板记录状态, 则替换之;

Step5 终止条件: 判断是否达到最大迭代次数 Num, 若达到, 则输出公告板记录, 算法终止, 否则转入 Step4。

3 实例仿真

现有美国马萨诸塞州 1820—1926 年的产值、资金投入和劳动力投入 3 个经济指数统计数据^[7], 如表 1 所示。Douglas 生产函数模型中, 产值 y 、资金投入 x_1 和劳动力投入 x_2 之间的关系为

$$y = ax_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} e^{\mu} \quad (2)$$

该生产函数回归方程的回归残差平方和最小值约为 0.824 1。笔者利用生产函数中参数估计的人工鱼群算法对(2)中的参数进行估计, 算法中的参数取值分别为 $N = 50$, Visual = 1, Step = 0.3, Num = 50, Try_number = 5。将求出的生产函数参数估计值、回归方程的回归残差平方和以及与文献[8]中所用方法的比较结果见表 2 所示。

表1 美国马萨诸塞州 1820—1926 年的产值、资金投入和劳动力投入统计数据(以 1899 年为 1.00)

| t | y | x_1 | x_2 | t | y | x_1 | x_2 | t | y | x_1 | x_2 |
|------|------|-------|-------|------|------|-------|-------|------|------|-------|-------|
| 1890 | 0.72 | 0.95 | 0.78 | 1903 | 1.30 | 1.22 | 1.22 | 1915 | 2.00 | 3.24 | 1.62 |
| 1891 | 0.78 | 0.96 | 0.81 | 1904 | 1.30 | 1.27 | 1.17 | 1916 | 2.09 | 3.61 | 1.86 |
| 1892 | 0.84 | 0.99 | 0.85 | 1905 | 1.42 | 1.37 | 1.30 | 1917 | 1.96 | 4.10 | 1.93 |
| 1893 | 0.73 | 0.96 | 0.77 | 1906 | 1.50 | 1.44 | 1.39 | 1918 | 2.20 | 4.36 | 1.96 |
| 1894 | 0.72 | 0.93 | 0.72 | 1907 | 1.52 | 1.53 | 1.47 | 1919 | 2.12 | 4.77 | 1.95 |
| 1895 | 0.83 | 0.86 | 0.84 | 1908 | 1.46 | 1.57 | 1.31 | 1920 | 2.16 | 4.75 | 1.90 |
| 1896 | 0.81 | 0.82 | 0.81 | 1909 | 1.60 | 2.05 | 1.43 | 1921 | 2.08 | 4.54 | 1.58 |
| 1897 | 0.93 | 0.92 | 0.89 | 1910 | 1.69 | 2.51 | 1.58 | 1922 | 2.24 | 4.54 | 1.67 |
| 1898 | 0.96 | 0.92 | 0.91 | 1911 | 1.81 | 2.63 | 1.59 | 1923 | 2.56 | 4.58 | 1.82 |
| 1899 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1912 | 1.93 | 2.74 | 1.66 | 1924 | 2.34 | 4.58 | 1.60 |
| 1900 | 1.05 | 1.04 | 1.05 | 1913 | 1.95 | 2.82 | 1.68 | 1925 | 2.45 | 4.58 | 1.61 |
| 1901 | 1.18 | 1.06 | 1.08 | 1914 | 2.01 | 3.24 | 1.65 | 1926 | 2.58 | 4.54 | 1.64 |
| 1902 | 1.29 | 1.16 | 1.18 | | | | | | | | |

表2 本文算法求得的结果与传统方法的比较

| 方法 | a | α_1 | α_2 | S_2 |
|-----------|---------|------------|------------|---------|
| 文献[8]中方法1 | 1.006 8 | 0.218 2 | 0.845 7 | 1.017 8 |
| 文献[8]中方法2 | 1.003 4 | 0.218 2 | 0.845 7 | 1.017 0 |
| 文献[8]中方法3 | 1.003 9 | 0.218 2 | 0.845 7 | 1.017 0 |
| 文献[8]中方法4 | 1.031 6 | 0.360 9 | 0.439 8 | 0.824 1 |
| 本文算法 | 1.031 7 | 0.359 4 | 0.443 2 | 0.824 1 |

从表2可以看出,本文算法的参数估计结果明显优于文献[8]中的前3种方法参数估计结果,虽然文献[8]中的方法4使得回归方程具有最小的回归残差平方和,但该方法有一个较大的限制条件——要求目标函数具有连续可微性。人工鱼群算法迭代50次就可以求出最优值,速度很快,而且该算法对目标函数没有特定的要求,也可以用于其它模型的参数估计,具有较强的自适应能力。图1(虚线对应值为该生产函数回归方程的回归残差平方和的最小值)给出了本文算法估计生产函数中参数的迭代过程,从图1可以看出本文算法收敛速度很快。

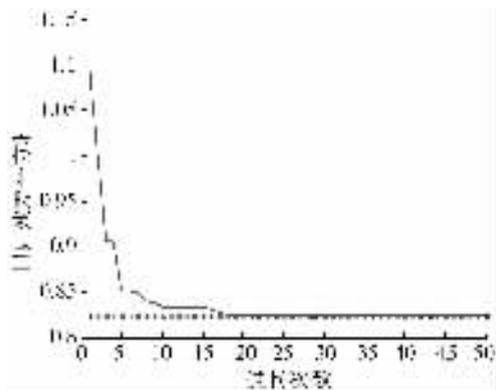


图1 算法迭代过程

4 结语

生产函数^[9]中参数估计的传统方法存在着一定的缺点,或是求得的回归方程的回归残差平方和相对较大,或是要求目标函数具有连续可微性。但人工鱼群算法克服了这些缺点,从仿真实例可以看出在较少的迭代次数下,该算法就可以求出最优值。由于该算法对目标函数没有特定的要求,自适应能力强,因此该算法对其它模型中的参数估计也是通用的。

参考文献:

- [1] 陈鹤琴. 经济计量学[M]. 北京:中国商业出版社,1989:6-198.
- [2] 姜启源. 数学实验[M]. 北京:高等教育出版社,1989:180-204.
- [3] Wang D, Zhou Y, Cao D. Artificial fish-school algorithm for solving nonlinear equations[J]. Journal of Information and Computational Science 2007, 4(1):281-289.
- [4] 李晓磊,路飞,田国会,等. 组合优化问题的人工鱼群算法应用[J]. 山东大学学报(工学版),2004,30(5):64-67.
- [5] 范玉军,王冬冬,孙明明. 改进的人工鱼群算法[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版)2007,24(3):23-26.
- [6] 王冬冬,周永权. 一种求解多项式根最大模的人工鱼群算法[J]. 计算机工程 2008,34(7):194-196.
- [7] Murakami K. Constrained parameter estimation with applications to blending operations[J]. Journal of Process Control, 2000,10(2):195-202.

- [8] 宋海洲. 生产函数中参数估计方法的进一步改进 [J]. 华侨大学学报(自然科学版) 2005 26(1) 23-26. 关系的实证研究 ,西南大学学报(自然科学版) 2008 30(1) :160-164.
- [9] 许秀川 ,罗倩文. 重庆市产业结构、能源消费与经济增长

Artificial Fish School Algorithm for Estimating Parameters in Production Function

LI Zhe¹ , WANG Dong-dong^{1,2} , LIANG Li¹ , ZHOU Yong-quan²

(1. Basic Science Department of Qingdao Binhai University , Qingdao Shandong 266555 ;

2. College of Mathematics and Computer Science , Guangxi University for Nationalities , Nanning 530006 , China)

Abstract : Production function is very important in the life , so choosing the reasonable mothed for estimating parameters of production function is very necessary. Usually , Cobb-Douglas production function is multivariable nonlinear function , and most of traditional methods have some limitations in estimating parameters. A new method for estimating parameters is proposed due to the characteristics of artificial fish school algorithm such as overcoming the local optimal value and robustness. Firstly , the parameters of production function are constructed in the artificial fish and residual sum of squares is designed in the function of food consistence. Secondly , the parameters of production function are estimated by the random behavior , preying behavior , swarming behavior and following behavior. The simulation studies are carried out for getting the accurate parameters of the production function. The simulation results show that this algorithm has fast optimization speed and which possesses minimum regression residual sum of squares.

Key words : production function ; parameter estimation ; artificial fish school algorithm ; residual sum of squares

(责任编辑 游中胜)