

# 康普顿散射中的‘反冲电子’\*

罗光

(重庆师范大学 物理与工程学院,重庆 400047)

**摘要** :文章对康普顿散射后电子的状态进行讨论。依据散射电子所获得的能量分析散射后电子所处的状态,并按相对论效应和非相对论效应分别得到散射电子的速度表达式。根据电子获得的能量,讨论了散射电子的可能状态有:当所获得的能量为零时,电子保持原状态;当  $\cos \theta > 1 - \frac{E_{if}m_0c^2}{(hv_0 - E_{if})hv_0}$  时,电子保持原态并电离出获得的能量;当  $\cos \theta = 1 - \frac{E_{if}m_0c^2}{(hv_0 - E_{if})hv_0}$  时,电子发生跃迁;当  $\cos \theta < 1 - \frac{E_{if}m_0c^2}{(hv_0 - E_{if})hv_0}$  根据量子力学中的选择定则,电子将保持原态并辐射出所获能量;当  $\cos \theta < 1 - \frac{Wm_0c^2}{(hv_0 - W)hv_0}$  时,电子电离并反冲出原子。

**关键词** :康普顿散射;反冲电子;跃迁;电离

中图分类号 :O411

文献标识码 :A

文章编号 :1672-6693(2011)02-0062-03

对于光子散射后的状况,作者曾经有过相关的论述<sup>[1-3]</sup>,且散射后的光子数与散射体的电子密度有关系,相应地也提出了很多应用方面的研究<sup>[4-7]</sup>,甚至有些应用已经非常成熟<sup>[8]</sup>。但是对于散射后电子的状态,目前还没有较为全面的讨论。一般认为,电子被光子散射,由于获得的能量特别大,直接反冲出原子的束缚,因而就此定义它为反冲电子<sup>[9]</sup>。实际上,‘反冲电子’的叫法值得商榷。本文针对散射后电子的状态,从电子获得的能量来分析电子的最终状态。根据能量动量守恒,讨论散射后电子获得的能量,并按相对论效应和非相对论效应计算散射电子的速度,然后根据电子获得的能量,讨论了散射电子的可能状态与入射光的能量以及散射角的关系。

## 1 散射电子获得的能量以及散射速度

康普顿散射如1图所示,  $hv_0$ 、 $hv$  分别为入射、散射光子的能量,  $c$  为光在真空中的速度,  $m_0$  为电子静质量,  $\theta$ 、 $\varphi$  分别为散射光子、散射电子与入射方向所成的角,  $u$  为反冲电子的速度。利用能量守恒和动量守恒定律可以得到(1)式<sup>[4]</sup>。

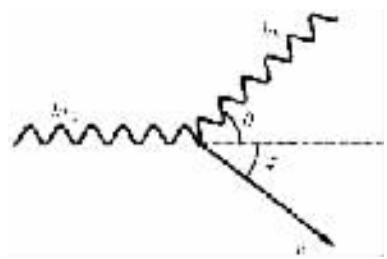


图1 康普顿散射图

$$\begin{cases} \frac{hv_0}{c} = \frac{hv}{c} \cos \theta + \frac{m_0c}{\sqrt{c^2 - u^2}} u \cos \varphi \\ 0 = \frac{hv}{c} \sin \theta + \frac{m_0c}{\sqrt{c^2 - u^2}} u \sin \varphi \\ hv_0 + m_0c^2 = hv + \frac{m_0c^2}{\sqrt{c^2 - u^2}} \end{cases} \quad (1)$$

据(1)式导出康普顿散射公式

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \theta) \quad (2)$$

根据能量守恒关系式以及(1)式,还可得到散射电子获得的能量为

$$\Delta E = hv_0 - hv = \frac{(hv_0)^2 (1 - \cos \theta)}{m_0c^2 + hv_0 (1 - \cos \theta)} \quad (3)$$

由此可以作出  $\Delta E$  与  $\theta$  间的关系曲线示意图,如图2

\* 收稿日期 2010-08-17 修回日期 2010-11-02

资助项目 :重庆市教委科学技术研究项目( No. KJ080825 ) ;重庆师范大学自然科学基金项目( No. 08XLB015 )

作者简介 :罗光,男,副教授,研究方向为现代材料测试技术和理论物理。

所示。由图 2 可以看出,由于散射角  $\theta$  的影响,散射电子获得的能量可以从 0 一直到  $\Delta E_{\max}$ ,当  $\theta = 0$  时,电子获得能量为零,此时光子的能量和出射方向不发生任何变化;当  $\theta = \pi$  时,散射电子获得的能量  $\Delta E$  达到最大。

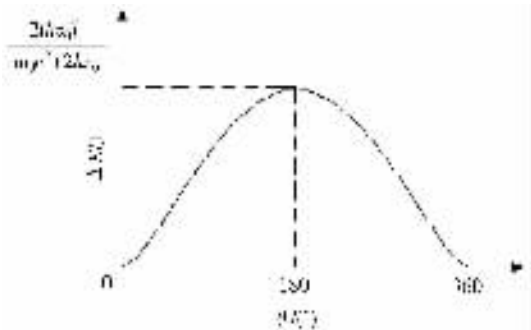


图 2  $\Delta E$  与  $\theta$  间的关系曲线

$$\Delta E_{\max} = \frac{2(h\nu_0)^2}{m_0c^2 + 2h\nu_0}$$

此时散射光子的能量达到最小

$$(h\nu)_{\min} = \frac{h\nu_0 m_0 c^2}{m_0 c^2 + 2h\nu_0}$$

例如,当入射光子为 Cs-137 辐射的能量  $h\nu_0 = 0.662 \text{ Mev}$  时,反冲电子获得的能量  $\Delta E$  为  $0 \sim 0.478 \text{ Mev}$ 。显然,反冲电子的速度可以在以下两种情况中近似求得:

1) 电子获得低能量时(几或者几十 eV,这时的散射角度极小),可以不考虑相对论效应,以简便地求得电子的速度

$$u = \sqrt{\frac{2(h\nu_0)^2(1 - \cos \theta)}{m_0(m_0c^2 + h\nu_0(1 - \cos \theta))}}$$

2) 如果电子获得能量较高时,大角度散射较大,在散射角度为  $180^\circ$  时,可获得的最大能量为  $0.478 \text{ Mev}$ ,此时可得电子的反冲速度约为  $2.576 \times 10^8 \text{ m/s}$ ,显然接近光速了,这时应该考虑相对论效应,根据(3)式,可得反冲电子的速度

$$u = \frac{h\nu_0 c \sqrt{2m_0^2 c^4(1 - \cos \theta) + h\nu_0(2m_0c^2 + h\nu_0)(1 - \cos \theta)^2}}{m_0^2 c^4 + h\nu_0(m_0c^2 + h\nu_0)(1 - \cos \theta)}$$

## 2 ‘反冲电子’可能状态的讨论

一般认为,未发生康普顿散射之前,电子绕核在一定轨道上运动,电子的能量状态是量子化的,不同能级上电子的能量状态不同。发生康普顿散射之后,电子获得一定的能量,这个能量值由(3)式确定。因此反冲电子的状态也就由所获得的能量值决定。笔者经分析,主要有以下几种情况。

1) 如果所获得的能量为零(对应散射角度为  $0$ ) ,此时电子将保持原有状态。

2) 假定跃迁所需能量为  $E_{ij}$ ,当光子散射角  $\theta$  满足

$$\cos \theta > 1 - \frac{E_{ij}m_0c^2}{(h\nu_0 - E_{ij})h\nu_0}$$

这时散射电子所获得的能量将低于跃迁所需要的能量值,考虑到原子具有再生性特点,散射电子将把在散射中获得的能量以电磁辐射的形式辐射出去,并恢复到原来状态。

3) 当散射角  $\theta$  满足

$$\cos \theta = 1 - \frac{E_{ij}m_0c^2}{(h\nu_0 - E_{ij})h\nu_0}$$

此时,电子所获得的能量满足跃迁所需能量,电子可能跃迁至激发态。由于入射光子的扰动,处于激发态的光子仍有可能跃迁回原稳定态,同时辐射  $E_{ij}$  的能量。

4) 当散射角  $\theta$  满足

$$\cos \theta < 1 - \frac{E_{ij}m_0c^2}{(h\nu_0 - E_{ij})h\nu_0}$$

电子所获得的能量超过跃迁所需能量,电子的行为可能表现为跃迁至激发态,同时把多余的能量辐射出去。由于入射光子的扰动,处于激发态的光子仍有可能跃迁回原稳定态,同时辐射  $E_{ij}$  的能量。不过,从量子力学角度看,由于电子跃迁到更高能级必须遵循一定的选择定则,而电子所获能量无法满足该要求,因此,电子所处状态应该与情形(1)一致:散射电子将把在散射中获得的能量以电磁辐射的形式辐射出去,并恢复原状,而不是发生跃迁。

5) 当散射角  $\theta$  满足

$$\cos \theta < 1 - \frac{Wm_0c^2}{(h\nu_0 - W)h\nu_0}$$

电子获得的能量超过电子的逸出功  $W$  (电离能),可以逃离原子的束缚,从而被散射出来,真正成为反冲电子。当入射光子能量较高,反冲电子获得的能量可能远大于逸出功,此时就可以认为电子被反冲出原子的束缚,而忽略逸出功的影响。另外,由于  $|\cos \theta| \leq 1$ , 则入射光的能量应满足

$$\sqrt{\frac{Wm_0c^2}{2} + \frac{W^2}{4}} + \frac{W}{2} < h\nu_0 \quad (4)$$

由于原子中电子逸出功只有几 eV 或十几 eV,因此可得入射光的能量最低量级为 KeV。比如,铝金属  $W$  为  $2.50 \sim 3.60 \text{ eV}$ ,如取  $2.50 \text{ eV}$ ,而电子的静能量为  $0.511 \text{ MeV}$ ,代入可得  $0.800 \text{ KeV} < h\nu_0$ 。此不等式表示,只有入射光子的能量高于  $0.800 \text{ KeV}$  时,电子才可能因为获得了入射光的部分能量

而产生逸出原子外的情况。因此,如果入射光的能量不满足(4)式,不管散射角多大,散射电子都不会逸出原子的束缚,无法成为反冲电子。

当电子被反冲出原子的束缚时,这种散射与光电效应的光电子有相似之处,电子逃离原子的初动能等于获得的能量减去逸出功。但更重要的是与光电效应相区别:1)光电效应对入射光子能量的全部吸收,整个过程遵循能量守恒,康普顿散射则是部分的获得入射光子的能量。在整个过程中,康普顿散射既遵循能量守恒也遵循动量守恒。2)光电效应中无散射光,而康普顿散射中有散射光,且(当散射角不为零时)散射光的能量比入射光低。3)光电效应中,入射光的能量大于等于逸出功,就可以得到光电子,而康普顿散射中,要使电子逸出,能量与逸出功之间必须满足(4)式。4)光电效应中,电子获得能量大于逸出功时,电子要逃离原子束缚成为光电子,而康普顿散射中,由前面分析可知,电子散射后可能出现的状态为保持原状态,保持原状态并电离出获得的能量,跃迁,电离并以较高速度反冲出原子(获得的能量远高于逸出功时)等可能的状态。

### 3 结论

通过上述的分析可知,康普顿散射中,电子不一定获得高能量成为反冲电子脱离原子的束缚,散射后的具体状态决定于散射中获得的能量,散射中获得的能量与散射角度存在一定的关系,甚至还与入射光的能量有关。这些都将决定电子散射后可能出

现的状态:保持原状态,保持原状态并电离出获得的能量,跃迁,电离并以较高速度反冲出原子(获得的能量远高于逸出功时)。

参考文献:

- [1] 马文蔚,解希顺,周雨青.物理学(第五版)(下册)[M].北京:高等教育出版社,2006:316-319.
- [2] 罗光,周上祺,肖广渝,等.浅析影响康普顿谱线位置的因素[J].大学物理,2007(3):31-34.
- [3] 罗光,周上祺,肖广渝,等.二次康普顿散射和产生双光子的康普顿散射[J].重庆师范大学学报:自然科学版,2007(1):52-55.
- [4] Sharaf J M. Practical aspects of Compton scatter densitometry [J]. Applied Radiation and Isotopes, 2001, 54(5): 801-809.
- [5] Kalliat M, Kwak C Y, Schmidt P W, et al. Small angle X-ray scattering measurement of porosity in wood following pyrolysis [J]. Wood Science and Technology, 1983, 17(4): 241-257.
- [6] Itou M, Sakurai Y, Ohata T, et al. Fermi surface signatures in the Compton profile of Be [J]. Journal of Physics and Chemistry of Solids, 1998, 59(1): 99-103.
- [7] Zhu P, Pei X G, Babot D, et al. In-line density measurement system using X-ray Compton scattering [J]. NDT and E International, 1995, 28(1): 3-7.
- [8] Zhu P, Duvauchelle P, Pei X G, et al. X-ray Compton back-scattering techniques for process tomography: imaging and characterization of materials [J]. Measurement Science and Technology, 1996, 7(3): 281-286.
- [9] 杨福家.原子物理学(第四版)[M].北京:高等教育出版社,2008:280-286.

## An Analysis of 'Recoil Electron' in Compton Scattering

LUO Guang

(College of Physics and Electronic Engineering, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

**Abstract:** The state of the scattered electron in Compton scattering was discussed in this article. The final state of the scattered electron was analyzed according to its acquired energy in the Compton scattering. The expressions of velocity of the scattering electron have been deduced under the relativistic or non-relativistic approximations respectively. And then according to electron acquired energy in the Compton scattering, the possible state of the electron was described: when the scattered angle was zero, i. e. the acquired energy was zero, the electron would keep initial state; when  $\cos \theta > 1 - \frac{E_{ij} m_0 c^2}{(h\nu_0 - E_{ij}) h\nu_0}$ , the acquired energy would be radiated out and the electron would keep initial state; when  $\cos \theta = 1 - \frac{E_{ij} m_0 c^2}{(h\nu_0 - E_{ij}) h\nu_0}$ , the electron would occur transition; when  $\cos \theta < 1 - \frac{E_{ij} m_0 c^2}{(h\nu_0 - E_{ij}) h\nu_0}$ , the acquired energy would be radiated out and the electron would keep initial state according to the selection rules in Quantum mechanics; when  $\cos \theta < 1 - \frac{W m_0 c^2}{(h\nu_0 - W) h\nu_0}$ , the electron would be ionized and became a recoil electron.

**Key words:** Compton scattering; recoil electron; transition; ionization