DOI :10. 3969/J. ISSN. 1672-6693. 2009. 04. 014

# 具有 Beddington-DeAngelis 功能性反应的三维离散顺环捕食系统的持久性*

袁立伟, 杨志春
(重庆师范大学 数学与计算机科学学院, 重庆 400047)

**摘要** :研究一类具有 Beddington-DeAngelis 功能性反应的三维顺环捕食系统的持久性问题。首先,建立具有 B-D 功能性反应的三维顺环捕食系统的半离散化数学模型,具体为

$$\begin{cases} x_1(n+1)=x_1(n)\exp\left\{\left[r_1(n)-a_1(n)x_1(n)-\dfrac{b_1(n)x_2(n)}{c_1(n)+d_1(n)x_2(n)+x_1(n)}+\dfrac{k_3(n)b_3(n)x_3(n)}{c_3(n)+d_3(n)x_1(n)+x_3(n)}\right]\right\} \\ x_2(n+1)=x_2(n)\exp\left\{\left[r_2(n)-a_2(n)x_2(n)-\dfrac{b_2(n)x_3(n)}{c_2(n)+d_2(n)x_3(n)+x_2(n)}+\dfrac{k_1(n)b_1(n)x_1(n)}{c_1(n)+d_1(n)x_2(n)+x_1(n)}\right]\right\} \\ x_3(n+1)=x_3(n)\exp\left\{\left[r_3(n)-a_3(n)x_3(n)-\dfrac{b_3(n)x_1(n)}{c_3(n)+d_3(n)x_1(n)+x_3(n)}+\dfrac{k_2(n)b_2(n)x_2(n)}{c_2(n)+d_2(n)x_3(n)+x_2(n)}\right]\right\} \end{cases}。$$

然后,利用不等式技巧,得到系统永久持续生存性的一个充分条件,即:假设条件 $r_1^Lc_1^L>b_1^UM_2$,$r_2^Lc_2^L>b_2^UM_3$,$r_3^Lc_3^L>b_3^UM_1$ 成立,则此半离散化三维顺环捕食系统是永久持续生存的,其中 $M_1=\max\left\{\dfrac{r_1^U+k_3^Ub_3^U}{a_1^L},\dfrac{\exp(r_1^U-1+k_3^Ub_3^U)}{a_1^L}\right\}$,$M_2=\max\left\{\dfrac{r_2^U+k_1^Ub_1^U}{a_2^L},\dfrac{\exp(r_2^U-1+k_1^Ub_1^U)}{a_2^L}\right\}$,$M_3=\max\left\{\dfrac{r_3^U+k_2^Ub_2^U}{a_3^L},\dfrac{\exp(r_3^U-1+k_2^Ub_2^U)}{a_3^L}\right\}$均为正常数。所获得结论将连续情形推广到了半离散化模型。

**关键词** :持续生存 ;捕食系统 ;Beddington-DeAngelis 功能性反应
**中图分类号** :O175 **文献标识码** :A **文章编号** :1672-6693(2009)04-0070-04

## 1 预备知识

在生态动力学中,具有功能性反应的捕食系统一直备受关注,许多作者对此进行了研究[1-5]。1975 年,Beddington 和 DeAngelis 在捕食者-食饵模型中分别引入了 Beddington-DeAngelis 功能反应函数[6-7],最早建立了具有 B-D 功能反应的捕食-食饵模型。1992 年,Skalski 和 Gilliam 依据实验数据表明 Beddington-DeAngelis 功能反应在描述生态系统的某些动力学行为方面与实际数据更加吻合,同时还克服了低密度状态时的奇异行为。随后,许多学者对于具有 Beddington-DeAngelis 功能性反应的连续型系统模型的稳定性、持久性、周期性等动力学行为进行了研究[8-10]。但对于生态系统的半离散化模型及其稳定性、持续生存性、周期性等的研究成果相应不多。本文将讨论一类具有 B-D 功能性反应的三维顺环捕食系统的半离散化模型及其持续生存性。

考虑一类具有 Beddington-DeAngelis 功能性反应的三维顺环捕食系统

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt}=x_1(t)\left[r_1(t)-a_1(t)x_1(t)-\dfrac{b_1(t)x_2(t)}{c_1(t)+d_1(t)x_2(t)+x_1(t)}+\dfrac{k_3(t)b_3(t)x_3(t)}{c_3(t)+d_3(t)x_1(t)+x_3(t)}\right] \\ \dfrac{dx_2}{dt}=x_2(t)\left[r_2(t)-a_2(t)x_2(t)-\dfrac{b_2(t)x_3(t)}{c_2(t)+d_2(t)x_3(t)+x_2(t)}+\dfrac{k_1(t)b_1(t)x_1(t)}{c_1(t)+d_1(t)x_2(t)+x_1(t)}\right] \\ \dfrac{dx_3}{dt}=x_3(t)\left[r_3(t)-a_3(t)x_3(t)-\dfrac{b_3(t)x_1(t)}{c_3(t)+d_3(t)x_1(t)+x_3(t)}+\dfrac{k_2(t)b_2(t)x_2(t)}{c_2(t)+d_2(t)x_3(t)+x_2(t)}\right] \end{cases} \quad (1)$$

* 收稿日期 :2009-02-27 修回日期 :2009-04-02
基金资助 :重庆市自然科学基金科研项目(No. CSTC2008BB2364) ;重庆市教委科研项目(No. KJ080806) ;重庆师范大学科研项目(No. 08XLZ08)
作者简介 :袁立伟,女,硕士研究生,研究方向为微分方程的稳定性理论 ;通讯作者 :杨志春,E-mail :yangzhch@126. com

式中,种群 $x_2$ 捕食 $x_1$,$x_3$ 捕食 $x_2$,$x_1$ 捕食 $x_3$,均具有 Beddington-DeAngelis 功能性反应和密度制约,$r_i(t)$,$a_i(t)$,$b_i(t)$,$c_i(t)$,$d_i(t)$,$k_i(t)$ 均为$[0,+\infty)$上连续且非负的函数,$a_i(t)$,$c_i(t)$ 严格为正,其中 $i=1,2,3$。

利用文献[11]中离散化方法,获得下面具有 Beddington-DeAngelis 功能性反应的三维顺环捕食系统的离散模型

$$\begin{cases} x_1(n+1)=x_1(n)\exp\left\{\left[r_1(n)-a_1(n)x_1(n)-\dfrac{b_1(n)x_2(n)}{c_1(n)+d_1(n)x_2(n)+x_1(n)}+\dfrac{k_3(n)b_3(n)x_3(n)}{c_3(n)+d_3(n)x_1(n)+x_3(n)}\right]\right\} \\ x_2(n+1)=x_2(n)\exp\left\{\left[r_2(n)-a_2(n)x_2(n)-\dfrac{b_2(n)x_3(n)}{c_2(n)+d_2(n)x_3(n)+x_2(n)}+\dfrac{k_1(n)b_1(n)x_1(n)}{c_1(n)+d_1(n)x_2(n)+x_1(n)}\right]\right\} \\ x_3(n+1)=x_3(n)\exp\left\{\left[r_3(n)-a_3(n)x_3(n)-\dfrac{b_3(n)x_1(n)}{c_3(n)+d_3(n)x_1(n)+x_3(n)}+\dfrac{k_2(n)b_2(n)x_2(n)}{c_2(n)+d_2(n)x_3(n)+x_2(n)}\right]\right\} \end{cases} \quad (2)$$

鉴于生态意义,只在 $R_+^3=\{(x_1(n),x_2(n),x_3(n))^{\mathrm T}\mid x_i(n)\geqslant 0,i=1,2,3,n\in\mathbf N\}$ 上讨论系统(2)解的性态。显然,对任一初值 $X_0=(x_1(0),x_2(0),x_3(0))^{\mathrm T}$,系统(2)的解存在且唯一。并且,当初始值满足 $x_1(0)>0$,$x_2(0)>0$,$x_3(0)>0$,系统(2)的解恒正。

假设 $r_i(n)$,$a_i(n)$,$b_i(n)$,$c_i(n)$,$d_i(n)$,$k_i(n)$ $(i=1,2,3)$ 是有界非负序列,并且对于任意有界序列 $\{f(n)\}$,约定记号 $f^U=\sup\limits_{n\in\mathbf N}f(n)$,$f^L=\inf\limits_{n\in\mathbf N}f(n)$。

## 2 系统的永久持续生存性

**定义1** 如果存在正常数 $M$ 和 $m$,使得系统(2)的每个正解$(\{x_1(n),x_2(n),x_3(n)\})$满足 $m\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\inf x_1(n)\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\sup x_1(n)\leqslant M$,$m\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\inf x_2(n)\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\sup x_2(n)\leqslant M$,$m\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\inf x_3(n)\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\sup x_3(n)\leqslant M$,则系统(2)是永久持续生存的。

依据定义1,要想解决系统的永久持续生存性问题,需要找到 $M_1$,$M_2$,$M_3$ 和 $m_1$,$m_2$,$m_3$,满足$\lim\limits_{n\to\infty}\sup x_1(n)\leqslant M_1$,$\lim\limits_{n\to\infty}\sup x_2(n)\leqslant M_2$,$\lim\limits_{n\to\infty}\sup x_3(n)\leqslant M_3$,且,$m_1\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\inf x_1(n)$,$m_2\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\inf x_2(n)$,$m_3\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\inf x_3(n)$,然后再取 $M=\max\{M_1,M_2,M_3\}$,$m=\min\{m_1,m_2,m_3\}$。下面分别用引理1,2来证明。

**引理1** 对于系统(2)的每个解$(\{x_1(n),x_2(n),x_3(n)\})$,有

$$\lim_{n\to\infty}\sup x_1(n)\leqslant M_1,\lim_{n\to\infty}\sup x_2(n)\leqslant M_2,\lim_{n\to\infty}\sup x_3(n)\leqslant M_3$$

其中
$$M_1=\max\left\{\frac{r_1^U+k_3^Ub_3^U}{a_1^L},\frac{\exp(r_1^U-1+k_3^Ub_3^U)}{a_1^L}\right\},M_2=\max\left\{\frac{r_2^U+k_1^Ub_1^U}{a_2^L},\frac{\exp(r_2^U-1+k_1^Ub_1^U)}{a_2^L}\right\}$$
$$M_3=\max\left\{\frac{r_3^U+k_2^Ub_2^U}{a_3^L},\frac{\exp(r_3^U-1+k_2^Ub_2^U)}{a_3^L}\right\}。$$

**证明** 显然 $x_1(n)>0$,$x_2(n)>0$,$x_3(n)>0$,$n>0$,下证

$$\lim_{n\to\infty}\sup x_1(n)\leqslant M_1 \quad (3)$$

分以下两种情况证明。

(i) 假设存在一个 $1_0\in\mathbf N$,使得 $x_1(1_0+1)\geqslant x_1(1_0)$ 成立,则

$$r_1(1_0)-a_1(1_0)x_1(1_0)-\frac{b_1(1_0)x_2(1_0)}{c_1(1_0)+d_1(1_0)x_2(1_0)+x_1(1_0)}+\frac{k_3(1_0)b_3(1_0)x_3(1_0)}{c_3(1_0)+d_3(1_0)x_1(1_0)+x_3(1_0)}\geqslant 0$$

由于 $R_+^3$ 是系统(1)的正向不变集,所以有$\dfrac{k_3(1_0)b_3(1_0)x_3(1_0)}{c_3(1_0)+d_3(1_0)x_1(1_0)+x_3(1_0)}\leqslant k_3^Ub_3^U$,进而 $r_1^U-a_1^Lx_1(1_0)+k_3^Ub_3^U\geqslant 0$,得 $x_1(1_0)\leqslant\dfrac{r_1^U+k_3^Ub_3^U}{a_1^L}$,代入(2)式中第一个式子得

$$x_1(1_0+1)=x_1(1_0)\exp\left\{r_1(1_0)-a_1(1_0)x_1(1_0)-\frac{b_1(1_0)x_2(1_0)}{c_1(1_0)+d_1(1_0)x_2(1_0)+x_1(1_0)}+\frac{k_3(1_0)b_3(1_0)x_3(1_0)}{c_3(1_0)+d_3(1_0)x_1(1_0)+x_3(1_0)}\right\}\leqslant x_1(1_0)\exp\{r_1^U-a_1^Lx_1(1_0)+k_3^Ub_3^U\}=\frac{\exp(r_1^U-1+k_3^Ub_3^U)}{a_1^L}$$

下面假设$\lim\limits_{n\to\infty}\sup x_1(n)\leqslant M_1$ 成立。如果假设不成立,那么就存在一个 $p_0>1_0$,使得 $x(p_0)>M_1$ 成立,则

$p_0 \geqslant 1_0 + 2$。现令 $\tilde{p}_0 \geqslant 1_0 + 2$ 是 $x(\tilde{p}_0) > M_1$ 成立的最小整数,则 $x(\tilde{p}_0 - 1) < x(\tilde{p}_0)$。由上面的证明可以推出 $x(\tilde{p}_0) \leqslant M_1$,这就导致矛盾,故假设成立。

(ii) 假设对所有的 $n \in \mathbf{N}$,$x_1(n+1) < x_1(n)$ 成立。特别地,$\lim\limits_{n\to\infty} x_1(n)$ 存在,记为 $\bar{x}_1$,假设 $\bar{x}_1 \leqslant \dfrac{r_1^U + k_3^U b_3^U}{a_1^L}$ 成立。如果假设不成立,即 $\bar{x}_1 > \dfrac{r_1^U + k_3^U b_3^U}{a_1^L}$,对系统(2)式的第一个方程取极限,可得

$$\lim_{n\to\infty}\left\{r_1(n) - a_1(n)x_1(n) - \frac{b_1(n)x_2(n)}{c_1(n) + d_1(n)x_2(n) + x_1(n)} + \frac{k_3(n)b_3(n)x_3(n)}{c_3(n) + d_3(n)x_1(n) + x_3(n)}\right\} = 0$$

然而
$$\lim_{n\to\infty}\left\{r_1(n) - a_1(n)x_1(n) - \frac{b_1(n)x_2(n)}{c_1(n) + d_1(n)x_2(n) + x_1(n)} + \frac{k_3(n)b_3(n)x_3(n)}{c_3(n) + d_3(n)x_1(n) + x_3(n)}\right\} \leqslant r_1^U - a_1^L\bar{x}_1 + k_3^U b_3^U < 0, n \in \mathbf{N}$$

这是一个矛盾,故假设成立。注意到 $\dfrac{r_1^U + k_3^U b_3^U}{a_1^L} \leqslant M_1$,故(3)式成立。

同理可证 $\limsup\limits_{n\to\infty} x_2(n) \leqslant M_2$,$\limsup\limits_{n\to\infty} x_3(n) \leqslant M_3$。　　证毕

**引理 2**　假设条件 $r_1^L c_1^L > b_1^U M_2$,$r_2^L c_2^L > b_2^U M_3$,$r_3^L c_3^L > b_3^U M_1$ 成立,则

$$m_1 \leqslant \liminf_{n\to\infty} x_1(n), m_2 \leqslant \liminf_{n\to\infty} x_2(n), m_3 \leqslant \liminf_{n\to\infty} x_3(n)$$

且
$$m_1 = \min\left\{\frac{c_1^L r_1^L - b_1^U M_2}{a_1^U c_1^L}, \frac{c_1^L r_1^L - b_1^U M_2}{a_1^U c_1^L}\exp\left(r_1^L - a_1^U M_1 - \frac{b_1^U M_2}{c_1^L}\right)\right\}$$
$$m_2 = \min\left\{\frac{c_2^L r_2^L - b_2^U M_3}{a_2^U c_2^L}, \frac{c_2^L r_2^L - b_2^U M_3}{a_2^U c_2^L}\exp\left(r_2^L - a_2^U M_2 - \frac{b_2^U M_3}{c_2^L}\right)\right\}$$
$$m_3 = \min\left\{\frac{c_3^L r_3^L - b_3^U M_1}{a_3^U c_3^L}, \frac{c_3^L r_3^L - b_3^U M_1}{a_3^U c_3^L}\exp\left(r_3^L - a_3^U M_3 - \frac{b_3^U M_1}{c_3^L}\right)\right\}$$

其中 $M_1$,$M_2$,$M_3$ 与引理 1 中的相同。

**证明**　首先证明
$$m_1 \leqslant \liminf_{n\to\infty} x_1(n) \tag{4}$$

由引理 1 知,存在一个 $1^* \in \mathbf{N}$,使得 $x_1(n) \leqslant M_1 + \varepsilon$,$x_2(n) \leqslant M_2 + \varepsilon$,$x_3(n) \leqslant M_3 + \varepsilon$,$n \geqslant 1^*$

(i) 首先假设存在一个 $1_0 \geqslant 1^*$,使得 $x_1(1_0 + 1) \leqslant x(1_0)$ 成立,可得当 $n \geqslant 1_0$ 时,有

$$x_1(n+1) = x_1(n)\exp\left\{\left[r_1(n) - a_1(n)x_1(n) - \frac{b_1(n)x_2(n)}{c_1(n) + d_1(n)x_2(n) + x_1(n)} + \frac{k_3(n)b_3(n)x_3(n)}{c_3(n) + d_3(n)x_1(n) + x_3(n)}\right]\right\} \geqslant$$
$$x_1(n)\exp\left\{r_1(n) - a_1(n)x_1(n) - \frac{b_1(n)M_2}{c_1(n) + x_1(n)}\right\} \geqslant x_1(n)\exp\left\{r_1^L - a_1^U x_1(n) - \frac{b_1^U M_2}{c_1^L}\right\}$$

特别地,当 $n = 1_0$ 时,有 $r_1^L - a_1^U x_1(1_0) - \dfrac{b_1^U M_2}{c_1^L} \leqslant 0$,这就蕴含着 $x(1_0) \geqslant \dfrac{c_1^L r_1^L - b_1^U M_2}{a_1^U c_1^L}$,则

$$x_1(1_0 + 1) \geqslant \frac{c_1^L r_1^L - b_1^U M_2}{a_1^U c_1^L}\exp\left\{r_1^L - a_1^U x_1(n) - \frac{b_1^U M_2}{c_1^L}\right\} \geqslant \frac{c_1^L r_1^L - b_1^U M_2}{a_1^U c_1^L}\exp\left\{r_1^L - a_1^U(M_1 + \varepsilon) - \frac{b_1^U M_2}{c_1^L}\right\}$$

令 $x_{1\varepsilon} = \dfrac{c_1^L r_1^L - b_1^U M_2}{a_1^U c_1^L}\exp\left\{r_1^L - a_1^U(M_1 + \varepsilon) - \dfrac{b_1^U M_2}{c_1^L}\right\}$,假设 $\liminf\limits_{n\to\infty} x_1(n) \geqslant x_{1\varepsilon}$,当 $n \geqslant 1_0$ 时。如果假设不成立,则存在一个 $q_0 > 1_0$,使得 $x_1(q_0) < x_{1\varepsilon}$,则 $q_0 \geqslant 1_0 + 2$,令 $\tilde{q}_0 \geqslant 1_0 + 2$ 是使 $x_1(\tilde{q}_0) \leqslant x_{1\varepsilon}$ 成立的最小整数,则 $x_1(\tilde{q}_0 - 1) > x_1(\tilde{q}_0)$。由以上的证明可以推出 $x_1(\tilde{q}_0) \geqslant x_{1\varepsilon}$,这就导致了矛盾,故假设成立。

(ii) 下面假设,对所有的 $n \in \mathbf{N}$,有 $x_1(n+1) > x_1(n)$ 成立,特别地,$\lim\limits_{n\to\infty} x_1(n)$ 存在,记为 $\underline{x}_1$。可证得 $\underline{x}_1 \geqslant \dfrac{c_1^L r_1^L - b_1^U M_2}{a_1^U c_1^L}$。否则,可以假设 $\underline{x}_1 < \dfrac{c_1^L r_1^L - b_1^U M_2}{a_1^U c_1^L}$。对系统(2)的第一个方程取极限,得

$$\lim_{n\to\infty}\left\{r_1(n) - a_1(n)x_1(n) - \frac{b_1(n)x_2(n)}{c_1(n) + d_1(n)x_2(n) + x_1(n)} + \frac{k_3(n)b_3(n)x_3(n)}{c_3(n) + d_3(n)x_1(n) + x_3(n)}\right\} = 0$$

但是
$$\lim_{n\to\infty}\left\{r_1(n) - a_1(n)x_1(n) - \frac{b_1(n)x_2(n)}{c_1(n) + d_1(n)x_2(n) + x_1(n)} + \frac{k_3(n)b_3(n)x_3(n)}{c_3(n) + d_3(n)x_1(n) + x_3(n)}\right\} \geqslant$$

$$\lim_{n\to\infty}\left\{r_1(n)-a_1(n)x_1(n)-\frac{b_1(n)x_2(n)}{c_1(n)+d_1(n)x_2(n)+x_1(n)}\right\}\geqslant r_1^L-a_1^U\underline{x}_1-\frac{b_1^UM_2}{c_1^L}>0$$

这是一个矛盾,故假设成立。从而证明了(4)式成立。

对于 $m_2\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\inf x_2(n)$,$m_3\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\inf x_3(n)$ 的情形类似可得。 证毕

由引理 1,引理 2 可得判定具有 Beddington-DeAngelis 功能性反应的半离散化模型的三维顺环捕食系统永久持续生存的充分条件如下。

**定理** 假设条件 $r_1^Lc_1^L>b_1^UM_2$,$r_2^Lc_2^L>b_2^UM_3$,$r_3^Lc_3^L>b_3^UM_1$ 成立,则系统(2)是永久持续生存的。

## 参考文献:


[1] 杨志春. Volterra 型脉冲积分微分方程解的存在性和稳定性[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版),2008,25(1):1-4.

[2] 余长春,李培峦,曾宪武. 具有Ⅳ类功能反应的非自治捕食系统的持续性和周期解[J]. 数学杂志,2006,26(6):619-622.

[3] 樊晓明,王志刚,罗振江. 具功能反应的投放率的非自治捕食-食饵系统的周期解和持久性[J]. 数学的实践与认识,2008,38(9):123-130.

[4] 陈斯养,王东保. 一类具有时滞的离散 Lotka-Volterra 捕食系统的一致持久性[J]. 西南师范大学学报(自然科学版),2003,28(4):518-522.

[5] 申治华. 一类稀疏效应的捕食与食饵系统的定性分析[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版),2005,22(1):1-3.

[6] Beddington J R. Mutual interference between parasites or predators and its effect on searching efficiency[J]. Animal Ecol,1975,44(1):331-340.

[7] DeAngelis D L,Goldstein R A,Oneill R V. A model for trophic interaction[J]. Ecology,1975,(56):881-892.

[8] Wang H,Zhong S. Permanence and existence of periodic solutions of a predator-prey patch model with diapersal and delay[J]. Jounal of Biomathematics,2007,22(1):25-36.

[9] 赖尾英. 具有 Beddington-DeAngelis 功能性反应捕食链模型的持久性和全局吸引性[J]. 福建农林大学学报,2006,35(1):29-32.

[10] Xiao H. Postive equilibrium and its stability of the Beddington-DeAnglis' type predator-prey dynamical system[J]. Applied Mathematics:A Journal of Chinese Universities(Series B),2006,21(4):429-436.

[11] 江晓武,丁其科. 带有 Leslie-Gower 功能性反应的三维食物链模型研究[J]. 数学的实践与认识,2008,38(9):115-122.


# Permanence of a Three-Species Clockwise Chain Predator-Prey System with Beddington-DeAngelis Functional Response


*YUAN Li-wei, YANG Zhi-chun*

(College of Mathematics and Computer Science, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)



**Abstract**: This paper studies the permanence of a predator-prey system with three-species clockwise chain and Beddington-DeAngelis functional response. Firstly, A mathematical model of a predator-prey system with three-species clockwise chain and B-D functional response is formulated in the following form of semi-discretisations

$$\begin{cases}x_1(n+1)=x_1(n)\exp\left\{[r_1(n)-a_1(n)x_1(n)-\dfrac{b_1(n)x_2(n)}{c_1(n)+d_1(n)x_2(n)+x_1(n)}+\dfrac{k_3(n)b_3(n)x_3(n)}{c_3(n)+d_3(n)x_1(n)+x_3(n)}]\right\}\\ x_2(n+1)=x_2(n)\exp\left\{[r_2(n)-a_2(n)x_2(n)-\dfrac{b_2(n)x_3(n)}{c_2(n)+d_2(n)x_3(n)+x_2(n)}+\dfrac{k_1(n)b_1(n)x_1(n)}{c_1(n)+d_1(n)x_2(n)+x_1(n)}]\right\}\\ x_3(n+1)=x_3(n)\exp\left\{[r_3(n)-a_3(n)x_3(n)-\dfrac{b_3(n)x_1(n)}{c_3(n)+d_3(n)x_1(n)+x_3(n)}+\dfrac{k_2(n)b_2(n)x_2(n)}{c_2(n)+d_2(n)x_3(n)+x_2(n)}]\right\}\end{cases}$$

Then, a sufficientcondition ensuring the uniform permanence of the system is obtained by using some skills of inequalities, that is, the system with three-species clockwise chain in form of semi-discretisations is permanent provided that $r_1^Lc_1^L>b_1^UM_2$, $r_2^Lc_2^L>b_2^UM_3$, $r_3^Lc_3^L>b_3^UM_1$, where $M_1=\max\left\{\dfrac{r_1^U+k_3^Ub_3^U}{a_1^L},\dfrac{\exp(r_1^U-1+k_3^Ub_3^U)}{a_1^L}\right\}$, $M_2=\max\left\{\dfrac{r_2^U+k_1^Ub_1^U}{a_2^L},\dfrac{\exp(r_2^U-1+k_1^Ub_1^U)}{a_2^L}\right\}$, $M_3=\max\left\{\dfrac{r_3^U+k_2^Ub_2^U}{a_3^L},\dfrac{\exp(r_3^U-1+k_2^Ub_2^U)}{a_3^L}\right\}$ is positively invariant. The results of the corresponding continuous systems in some relevant references are extended to ones of the systems in form of semi-discretisations.



**Key words**: permanence; predator-prey system; Beddington-DeAngelis functional response


(责任编辑 黄 颖)