运筹学与控制论

DOI:CNKI:50-1165/N.20110707.1744.002

退化条件下具有维修活动的单机排序问题*

刘春来,赵传立
(沈阳师范大学 数学与系统科学学院,沈阳 110034)

摘要:在现实的环境中,工件的加工时间可能与其在机器上的开工时间有关,工件的开工时间越晚其加工时间越长,这种现象称为"退化效应"(Deteriorateing effect)。针对机器具有退化效应和维修活动(Rate-modifying activity,RMA)的单机排序模型,考虑一个序列无关的,在简单线性退化条件下工件的加工时间与工件所处的位置有关的,并且可以在任务序列中安排多个维修活动(RMAs)的单机极小化最大完工时间问题。在这一问题中,机器在加工过程中产生退化使效率降低;然而,对机器进行维修活动能使机器的加工效率得到恢复,从而能够使排在维修活动后的工件的加工时间缩短。在对本文问题的模型进行分析和适当的假设后,利用分组平衡原则,证明了当维修活动的次数确定时,最优排序满足分组平衡原则;最后,在满足一定的条件下,解决了是否安排维修活动、安排的次数以及安排在工件排序中的位置以便使最大完工时间最小这一问题,并提出了一个多项式最优算法。本文的结果推广和改进了已有文献中的结论。

关键词:排序;单机;维修活动;退化;最大完工时间
中图分类号:O223 文献标志码:A 文章编号:1672-6693(2011)04-0006-05

大量排序问题的研究中都假定工件的加工时间是一个常数,但是在现实的环境中,机器的效率可能由于机器使用时间的增加而降低,从而导致工件的加工时间可能随着开工时间的增加而增加,这种现象被称之为退化现象。Browne 和 Yechiali[1] 首先研究了具有退化工件的排序问题,即工件的实际加工时间是其开始时间的线性递增函数。对目标函数为极小化最大完工时间期望的单机排序问题给出了最优排序。近年来,具有退化效应的排序问题已经受到了广泛关注,并取得了许多研究成果。Mosheiov[2] 考虑了简单线性退化的排序问题,证明了最大完工时间、加权总完工时间、最大延误等目标函数都是多项式可解。Gordon[3] 等人讨论了工件的加工时间既与它在排序中的位置有关又与它的开始加工时间有关的各种常见经典目标函数的单机排序问题。Cheng[4] 等人总结了加工时间与开工时间相关的排序问题的最新研究,同时也提出了一些尚未解决的问题。Mosheiov[5] 讨论了一个单机极小化总完工时间问题,证明了最优排序具有 V 形性质。另一方面,在排序中安排维修活动(Rate-modifying activity,RMA)的排序问题也受到了一定的关注。Lee 和 Leon[6] 首先将维修活动这一概念引入到排序问题中,并且讨论了单机环境中的许多目标函数(极小化时间表长,流时间,加权流时间和最大延迟)。Mosheiov 和 Sidney[7] 讨论了带有优先约束极小化最大完工时间、带有学习效应极小化最大完工时间和极小化总误工数的排序问题。Mosheiov 和 Oron[8] 在 Panwalkar[9] 的基础上考虑具有维修活动和公共工期的单机排序问题,并给出一个多项式时间算法。Zhao[10] 等人讨论了具有维修活动的两台平行机排序问题,对极小化总完工时间问题和极小化加权总完工时间问题分别给出了一个多项式时间算法和一个拟多项式时间算法。Zhao 和 Tang[11] 讨论了加工时间函数为 $p_j^r = p_j r^{a_j}$ 的退化效应和具有维修活动的极小化最大完工时间的单机排序问题,通过将问题转化为指派问题,证明了此问题是多项式时间可解。Lodree[12] 考虑同时具有退化工件与维修活动的排序模型,讨论了单机排序在简单线性退化(Simple linear deterioration,SLD)条件下在排序中安排维修活动的最优位置问题,并且在某些特定假设下证明了最优策略是将维修活动放在排序的中间位置。

---

* 收稿日期:2011-04-05 网络出版时间:2011-07-07 17:44:00
资助项目:国家自然科学基金(No. 10471096)
作者简介:刘春来,男,硕士研究生,研究方向为排序理论与算法。
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20110707.1744.201104.6_002.html

本文扩展了上述文献[12]中的模型，考虑工件的加工时间是与位置有关的且在排序中可以安排多个维修活动的单机极小化最大完工时间问题，给出了一个多项式时间算法。

1 问题描述

设有 n 个工件的集合为 $\{J_1, J_2, \cdots, J_n\}$，工件在加工过程中都是不可中断的且在开始时间为零时都已到达。所有工件的基本加工时间相同，设为 1。假设机器可以被维修多次（设为 k）且每次维修的时间为 t（常量）。在维修期间，机器不能使用，生产也将停止。对于一个任意给定的排序 $\prod = (J_{[1]}, J_{[2]}, \cdots, J_{[n]})$，当维修的次数 k 的值固定后，则所有的工件分成了 $(k+1)$ 组，设每一组有 n_i 个工件，其中 $i = 1, 2, \cdots, k+1$。令 $i[j]$ 表示第 i 组中的第 j 个位置，$J_{i[j]}$ $(j = 1, \cdots, n_i)$ 表示第 i 组中第 j 个位置上的工件，$C_{i[j]}$ 表示工件 $J_{i[j]}$ 的完工时间。因此，排序 $\prod$ 中包含了一系列工件（共 n 个）和维修活动（共 k 个）。在排序 $\prod$ 中，连续加工的工件形成一组，定义为工件组 G。所以，排序 $\prod$ 可记为

$$\prod = [G_1, RMA, G_2, RMA, \cdots, RMA, G_{k+1}]$$

其中 RMA 表示维修活动，k（需要确定的变量）表示维修活动的次数。

令 $[j]$ 表示机器没有维修活动发生时排序中的第 j 个位置，那么在位置相关的简单线性退化条件下，工件的实际加工时间可以写为[12]

$$p_{[j]} = \begin{cases} 1, & j = 1 \\ \alpha_{[j]} s_{[j]}, & j = 2, \cdots, n \end{cases} \tag{1}$$

其中 $\alpha_{[j]}$ 表示被加工工件在第 j 个位置上的退化参数（位置退化率），$s_{[j]}$ 表示相应工件的开工时间。与文献[12]相同，笔者设退化参数 $\alpha_{[j]} \geqslant 1$。因此，引用文献[11]中的标记法，模型可以写为 $1 \mid p_{[j]} = \alpha_{[j]} s_{[j]}, RMA = k \mid C_{\max}$。

目标是确定安排 RMA 的次数以及安排 RMA 在排序中的位置，从而使目标函数值（即最大完工时间）最小。

对这一问题沿用文献[12]中的假设。

假设 1　$\alpha_{[1]} = 0$，但 $p_{[1]} = \alpha_{[1]} s_{[1]} = 1$。

由假设 1，经直接计算可得：在简单线性退化条件下，没有维修活动进行时处在第 j 个位置的工件的完工时间可以写为

$$C_{[j]} = \prod_{r=1}^{j} (1 + \alpha_{[r]}) \tag{2}$$

除了以前关于 RMA 问题的传统假设（如工件加工时不可中断、在维修活动进行期间机器不能加工工件，维修时间是常量）外，笔者还引入以下假设。

假设 2　维修活动（RMA）完全恢复工件的加工时间。

假设 3　排在 RMA 之后的工件获得原始的退化率。

综合假设 2 和假设 3，可得出维修活动后的工件的加工时间与维修活动前相应位置上的工件的加工时间相等，那么第 i 组中第 j 个位置上的工件 $J_{i[j]}$ $(i = 1, \cdots, k+1; j = 1, \cdots, n)$ 的加工时间表示为

$$p_{i[j]} = \begin{cases} \alpha_{[j]} s_{[j]}, & i = 1; j = 1, 2, \cdots, n_1 \\ p_{i-1,[j]}, & i = 2, \cdots, k+1; j = 1, \cdots, n_i \end{cases} \tag{3}$$

给定一排序 $\prod = [G_1, RMA, G_2, RMA, \cdots, RMA, G_{k+1}]$，对于第一组工件，由(2)式可得

$$p_{1[j]} = \begin{cases} 1, & j = 1 \\ \alpha_{[j]} \prod_{r=1}^{j-1} (1 + \alpha_{[r]}), & j = 2, \cdots, n_1 \end{cases} \tag{4}$$

类似地，对于第 i 组工件 $(i = 2, \cdots, k+1)$，由(3)式和(4)式可得

$$p_{i[j]}=\begin{cases}1, j=1; i=2,\cdots,k+1\\ \alpha_{[j]}\prod_{r=1}^{j-1}(1+\alpha_{[r]}), j=2,\cdots,n_i; i=2,\cdots,k+1\end{cases} \tag{5}$$

当一个工件的排序$\prod$给定,安排维修活动的次数k确定时,工件$J_{i[j]}(i=1,\cdots,k+1; j=1,\cdots,n_i)$的完工时间$C_{i[j]}$表示为

$$C_{1[1]}=p_{1[1]}$$

$$\cdots$$

$$C_{1[r]}=C_{1[r-1]}+p_{1[r]}=\prod_{j=1}^{r}(1+\alpha_{[j]}), r=2,3,\cdots,n_1$$

$$C_{2[r]}=C_{2[r-1]}+t+p_{2[r]}=t+\prod_{j=1}^{n_1}(1+\alpha_{[j]})+\prod_{j=1}^{r}(1+\alpha_{[j]}), r=1,2,\cdots,n_2$$

$$\cdots$$

$$C_{i[r]}=C_{i[r-1]}+(i-1)t+p_{i[r]}=(i-1)t+\sum_{l=1}^{i-1}\Big(\prod_{j=1}^{n_l}(1+\alpha_{[j]})\Big)+\prod_{j=1}^{r}(1+\alpha_{[j]}), r=1,2,\cdots,n_i$$

$$\cdots$$

$$C_{k+1,[r]}=C_{k+1,[r-1]}+kt+p_{k+1,[r]}=kt+\sum_{l=1}^{k}\Big(\prod_{j=1}^{n_l}(1+\alpha_{[j]})\Big)+\prod_{j=1}^{r}(1+\alpha_{[j]}), r=1,2,\cdots,n_{k+1}$$

$$\cdots$$

$$C_{k+1,[n_{k+1}]}=C_{k+1,[n_{k+1}-1]}+kt+p_{k+1,[n_{k+1}]}=kt+\sum_{l=1}^{k+1}\Big(\prod_{j=1}^{n_l}(1+\alpha_{[j]})\Big)。$$

2 主要结果

从上面的推导过程来看,$1\mid p_{[j]}=\alpha_{[j]}s_{[j]}, RMA=k\mid C_{\max}$显然是一个与工件加工顺序无关的问题,对于一个固定的k值,笔者要做的是确定这k个RMA在排序中的位置以便使最大完工时间最小。

引理1 将RMA放在排序的开始位置时不会产生最优排序。

引理2 在最优排序中机器不会有空闲。

引理3 在最优排序中,不会有两个或两个以上的RMA相邻。

证明 考虑一排序$\prod=[\prod_1, RMA, RMA, G_i, G_j, RMA, \prod_2]$,其中$\prod_1,\prod_2$是序列$\prod$的部分排序。构造得到另外一个排序$\prod^*=[\prod_1, RMA, G_i, GMA, G_j, RMA, \prod_2]$,那么有

$$C_{\max}(\prod)-C^*_{\max}(\prod)=\prod_{j=1}^{n_i+n_j}(1+\alpha_{[j]})-\prod_{j=1}^{n_i}(1+\alpha_{[j]})-\prod_{j=1}^{n_j}(1+\alpha_{[j]})>0$$

成立。由此可见,维修活动分开时的目标函数值优于连续进行维修活动时的目标函数值。 证毕

引理4 如果排序中没有安排RMA,对问题$1\mid p_{[j]}=\alpha_{[j]}s_{[j]}, RMA=0\mid C_{\max}$,工件的任意排序均是最优排序。

引理5 用$C^k_{\max}$表示在排序中安排k次维修活动的最优排序的目标函数值,则

$$C^k_{\max}=kt+\sum_{i=1}^{k+1}\Big(\prod_{j=1}^{n_i}(1+\alpha_{[j]})\Big)=kt+\sum_{i=1}^{k+1}\sum_{j=1}^{n_i}p_{i[j]} \tag{6}$$

分组平衡原则 假定在一个排序中安排k个RMA,即机器进行了k次维修,工件被分成了$(k+1)$组:$G_1, G_2,\cdots,G_{k+1}$,设每组G_i中有n_i个工件$(i=1,2,\cdots,k+1)$,那么有$[n/(k+1)]\leqslant n_i\leqslant[n/(k+1)]+1$。

定理1 对于问题$1\mid p_{[j]}=\alpha_{[j]}s_{[j]}, RMA=k\mid C_{\max}$,如果$k$值是固定的,那么在最优排序中,每组工件的个数满足分组平衡原则。

证明 考虑一最优排序$\prod$,其中安排了k个RMA,则有$(k+1)$组工件。用$G_1, G_2,\cdots,G_{k+1}$表示这些工

件组，假如这些组中的工件数不满足分组平衡原则，那么至少存在两组工件 G_i 和 G_j，其工件数分别为 n_i 和 n_j，使得 $n_i > n_j$ 且 $n_i - n_j > 1$。令 $\prod = [\prod_1, G_i, \prod_2, G_j, \prod_3]$，其中 $\prod_1, \prod_2, \prod_3$ 是排序 $\prod$ 的部分排序。假设工件组 G_i 和 G_j 分别为

$$G_i = [J_{i[1]}, J_{i[2]}, \cdots, J_{i[n_i]}], G_j = [J_{j[1]}, J_{j[2]}, \cdots, J_{j[n_j]}]$$

为了方便起见，将工件 $J_{i[n_i]}$ 记为 J_j，把组 G_i 中的工件 J_j 移动到组 G_j 中的最后位置，得到一个新的排序 $\prod^* = [\prod_1, G_i^*, \prod_2, G_j^*, \prod_3]$，其中

$$G_i^* = [J_{i[1]}, J_{i[2]}, \cdots, J_{i[n_i-1]}], G_j^* = [J_{j[1]}, J_{j[2]}, \cdots, J_{j[n_j]}, J_j]$$

则

$$C_{\max}(\prod) - C_{\max}^*(\prod) = \left(\sum_{j=1}^{n_i} p_{i[j]} + \sum_{j=1}^{n_j} p_{j[j]}\right) - \left(\sum_{j=1}^{n_i-1} p_{i[j]} + \sum_{j=1}^{n_j+1} p_{j[j]}\right) = p_{i[n_i]} - p_{j[n_j+1]} =$$
$$\alpha_{[n_i]} \prod_{j=1}^{n_i-1}(1 + \alpha_{[j]}) - \alpha_{[n_j+1]} \prod_{j=1}^{n_j}(1 + \alpha_{[j]})$$

由于 $n_i - n_j > 1$，即 $n_i - 1 > n_j$。可得

$$\alpha_{[n_i]} \prod_{j=1}^{n_i-1}(1 + \alpha_{[j]}) - \alpha_{[n_j+1]} \prod_{j=1}^{n_j}(1 + \alpha_{[j]}) = [\alpha_{[n_i]}(1 + \alpha_{[n_j+1]})\cdots(1 + \alpha_{[n_i-1]}) - \alpha_{[n_j+1]}] \prod_{j=1}^{n_j}(1 + \alpha_{[j]})$$

又由于退化参数 $\alpha_{[j]} \geqslant 1$，所以

$$\alpha_{[n_i]}(1 + \alpha_{[n_j+1]})\cdots(1 + \alpha_{[n_i-1]}) - \alpha_{[n_j+1]} > 0$$

从而有

$$\alpha_{[n_i]} \prod_{j=1}^{n_i-1}(1 + \alpha_{[j]}) - \alpha_{[n_j+1]} \prod_{j=1}^{n_j}(1 + \alpha_{[j]}) > 0$$

因此排序 $\prod^*$ 的目标函数值小于排序 $\prod$ 的目标函数值，这与排序 $\prod$ 是最优排序矛盾，定理得证。　证毕

对于问题 $1 \mid p_{[j]} = \alpha_{[j]} s_{[j]}, RMA = k \mid C_{\max}$，笔者给出一个多项式时间算法。

算法 1

步骤 1　令 $\Omega = \{0, 1, 2, \cdots, n-1\}$；

步骤 2　对每一个 $k \in \Omega$，按照分组平衡原则将工件分组，计算相应的目标函数值记为 $C_{\max}^k$；

步骤 3　取 $C_{\max}^* = \min\{C_{\max}^k, (k = 0, 1, \cdots, n-1)\}$，得到 k 的最优值。

定理 2　对于问题 $1 \mid p_{[j]} = \alpha_{[j]} s_{[j]}, RMA = k \mid C_{\max}$，算法 1 能够在 $O(n\log n)$ 时间内找到目标函数的最优值。

证明　由以上的讨论，对每个固定的 k，第 2 步能在 $O(n)$ 时间内解决，第 1 步执行了 n 次，第 3 步能在 $O(n\log n)$ 时间内解决，所以算法 1 的计算复杂性为 $O(n\log n)$。　证毕

定理 3　对于问题 $1 \mid p_{[j]} = \alpha_{[j]} s_{[j]}, RMA = k \mid C_{\max}$，当安排 RMA 的次数 k 确定时，$k \in \{1, 2, \cdots, n-1\}$，按分组平衡原则分组后，若 $t < \frac{1}{k}\left\{\prod_{j=1}^{n}(1 + \alpha_{[j]}) - \sum_{i=1}^{k+1}\left(\prod_{j=1}^{n_i}(1 + \alpha_{[j]})\right)\right\}$，则 RMA 安排在各分组的相应位置；否则，排序中不安排 RMA。

证明　让 $C_{\max}^0$ 表示排序中没有安排 RMA 的最大完工时间，$C_{\max}^k$ 表示安排 k 个 RMA 的最大完工时间，那么(2) 式给出了 $C_{\max}^0$ 的表达式。因此，只有当 $C_{\max}^k < C_{\max}^0$ 时才安排 k 个 RMA，利用(2) 式和(6) 式，上式 $C_{\max}^k < C_{\max}^0$ 变为 $\prod_{j=1}^{n}(1 + \alpha_{[j]}) > \sum_{i=1}^{k+1}\left(\prod_{j=1}^{n_i}(1 + \alpha_{[j]})\right) + kt$，即 $t < \frac{1}{k}\left\{\prod_{j=1}^{n}(1 + \alpha_{[j]}) - \sum_{i=1}^{k+1}\left(\prod_{j=1}^{n_i}(1 + \alpha_{[j]})\right)\right\}$。按照分组平衡原则安排 RMA 的位置的最优性由定理 1 直接得出。　证毕

推论 1　满足定理 3 的条件，则在排序中安排 k 个 RMA 时：当 $\bmod \frac{n}{k+1} = 0$，有一种安排方法，即 C_{k+1}^0 种；当 $\bmod \frac{n}{k+1} = 1$，有 $(k+1)$ 种安排方法，即 C_{k+1}^1 种；当 $\bmod \frac{n}{k+1} = 2$，有 $\frac{k(k+1)}{2}$ 种安排方法，即 C_{k+1}^2 种；

当 $\bmod \frac{n}{k+1} = i$,有 $\frac{(k+1)\times k\times\cdots\times(k-i+2)}{i(i-1)\cdots 1}$ 种安排方法,即 C_{k+1}^{i} 种;当 $\bmod \frac{n}{k+1} = k$,有 $(k+1)$ 种安排方法,即 C_{k+1}^{k} 种。

注1 对于定理3,当条件 $\alpha_{[j]} \geqslant 1$ 不满足时,即使 $k = 1$(文献[12]中讨论的情况),结论也不再成立。下面给出一个反例。

例1 设 $n = 6$,位置退化率分别为:$\alpha_{[1]} = 0$,$\alpha_{[2]} = 2$,$\alpha_{[3]} = 1$,$\alpha_{[4]} = \frac{1}{6}$,$\alpha_{[5]} = 1$,$\alpha_{[6]} = 1$,机器维修一次,维修时间 $t = 10$。

解 根据定理3,有

$$t = 10 < \prod_{j=1}^{6}(1+\alpha_{[j]}) - 2\prod_{j=1}^{3}(1+\alpha_{[j]}) = 16$$

维修活动应安排在工件排序的正中间,即加工完一半工件后的第4个位置,$C_{\max}^{1} = 22$。然而,如果将维修活动安排在工件排序的第2个位置后进行,那么

$$t = 10 < \prod_{j=1}^{6}(1+\alpha_{[j]}) - \prod_{j=1}^{2}(1+\alpha_{[j]}) - \prod_{j=1}^{4}(1+\alpha_{[j]}) = 18, C_{\max}^{1} = 20$$

优于将维修活动放在排序的正中间,定理的结论不再成立。因此条件 $\alpha_{[j]} \geqslant 1$ 必须满足。

3 结束语

现实生活中,人们总是希望机器能够保持效率连续工作。但事实上经常会出现机器需要维修来提高效率。本文探讨了与位置相关的具有退化效应的单机排序问题。在笔者的模型中,维修活动可以安排多次,在维修活动之后,机器能够恢复到初始的状态。要达到的目标是决定是否安排维修活动,安排几次,以及安排在工件排序中的位置以便使最大完工时间最小。对这一问题,笔者给出了多项式时间最优算法。这一模型的其他目标函数以及加工环境等问题有待进一步研究。

参考文献:

[1] Browne S, Yechiali U. Scheduling deteriorating jobs on a single processing[J]. Operations Research, 1900, 38: 495-498.

[2] Mosheiov G. Scheduling jobs under simple linear deterioration[J]. Computers and Operations Research, 1994, 21(6): 653-659.

[3] Gordon V S, Potts C N, Strusevich V A, et al. Single machine scheduling models with deterioration and learning: handling precedence constraints via priority generation[J]. J Sched, 2008, 11: 357-370.

[4] Cheng T C E, Ding Q, Lin B M T. A concise survey of scheduling with time-dependent processing times[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 152(1): 1-13.

[5] Mosheiov G. A note on scheduling deteriorating jobs[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2005, 41: 883-886.

[6] Lee C Y, Leon V. Machine scheduling with a rate-modifying activity[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 128: 119-128.

[7] Mosheiov G, Sidney J B. New results on sequencing with rate modifications[J]. INFOR, 2004, 41: 155-163.

[8] Mosheiov G, Oron D. Due-date assignment and maintenance activity scheduling problem[J]. Mathematical and Computer Modeling, 2006, 44: 1053-1057.

[9] Panwalkar S S, Smith M L, Seidmann A. Common due date assignment to minimize total penalty for the one machine scheduling problem[J]. Operations Research, 1982, 30: 391-399.

[10] Zhao C L, Tang H Y, Cheng C D. Two-parallel machines scheduling with rate-modifying activities to minimize total completion time[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 198: 354-357.

[11] Zhao C L, Tang H Y. Single machine scheduling with general job-dependent aging effect and maintenance activities to minimize makespan[J]. Applied Mathematical Modelling, 2010, 34: 837-841.

[12] Lodree J R E J, Geiger C D. A note on the optimal sequence position for a rate-modifying activity under simple linear deterioration[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 201: 644-648.

[13] 金霁. 链约束下资源有限的单机排序问题[J]. 重庆师范大学学报:自然科学版, 2010, 27(5): 9-13.

Operations Research and Cybernetics

The Problems of Single-machine Scheduling with Rate-modifying Activities Under Deterioration

LIU Chun-lai, *XIANG Chang-he*, *ZHAO Chuan-li*

(School of Mathematics and Systems Science, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China)

Abstract: In the real word, the processing time of a job may be dependent on its starting time in a schedule and the later a job starts, the longer it takes to process, this phenomenon is called " deteriorateing effect ". Aiming at the single-machine scheduling model, which is the integration of scheduling models with deteriorateing effect and scheduling models with a rate-modifying activity (RMA), we explore a sequence-independent, single processor makespan problem with position-dependent processing times and several rate-modifying activities. In the model, the machine deteriorates during the processing procedure making the efficiency of processing jobs lower. However, the rate-modifying activity restores the processing efficiency of the machine so that the processing times of the jobs scheduled after the RMAs is shortened. After the analysis of this problem model and appropriate assumptions, we prove that when determining the number of rate-modifying activities, the optimal scheduling to meet the group balance principle. Finally, we resolve the question of whether to arrange RMA, the times of RMAs, and the position of RMA in the scheduling in order to minimize the makespan under certain conditions and provide a polynomial-time optimal algorithm. The results of this paper generalize and improve the conclusions of the existing reference.

Key words: single-machine; rate-modifying activities; deterioration; makespan

(责任编辑　游中胜)