DOI:CNKI:50-1165/N. 20120704. 1115. 009

二阶线性系统族的共同二次 Lyapunov 函数*

赵 军[1],高 岩[2]

(1. 湖北医药学院 数理教研室,湖北 十堰 442000;2. 上海理工大学 管理学院,上海 200093)

摘要:研究了二阶线性系统族共同二次 Lyapunov 函数的存在性问题。系统模型为 $\sum \boldsymbol{A}_i: x(t)=\boldsymbol{A}_i x(t)$,其中 $\boldsymbol{A}_i \in \mathbf{R}^{2\times 2}$ 为 Hurwitz 常矩阵。借助 Lyapunov 稳定性理论和矩阵理论,对子系统矩阵包含有限个对角阵和有限个具有复数特征值矩阵的二阶系统族,分 3 种情况证明了其存在共同二次 Lyapunov 函数,将存在共同二次 Lyapunov 函数的充分条件转化为若干个代数不等式,并基于定理的证明过程给出了一个共同二次 Lyapunov 函数的求法。验证该充分条件容易在计算机上编程实现,从而具有较强的工程实用性。最后通过数值算例来验证了该充分条件的有效性以及更低的保守性。

关键词:共同二次 Lyapunov 函数;线性系统族;切换系统

中图分类号:O231. 2　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2012)04-0052-05

近年来,切换系统共同 Lyapunov 函数的存在问题是一个研究热点[1-10]。在切换系统稳定性分析中,首要的问题是当切换序列不受限制时系统能保持稳定。常用的处理方法是构造共同 Lyapunov 函数。文献[1-2]给出了共同二次 Lyapunov 函数存在的 Lie 代数条件;文献[3]给出了平面系统具有共同二次 Lyapunov 函数的充分必要条件;文献[4]基于矩阵的凸组合稳定性分析对两个二阶线性时不变系统存在共同 Lyapunov 函数提出了充分必要条件;关于切换线性系统的稳定性问题,文献[5]对近期研究所得到的主要成果作出了综述和总结;文献[6]对给定的稳定三阶系统给出了寻找二次 Lyapunov 函数集的方法;文献[7]对于包含有限个线性时不变子系统的切换系统给出了存在共同二次 Lyapunov 函数的必要条件;Margaliot 等[8]在继承变分思想的基础上,精确描述了二阶双线性系统与切换系统的稳定性之间的内在联系;文献[9]基于相平面的极坐标表示,给出了实现二阶切换系统指数镇定的两种策略,并对偶地考虑了反切换镇定问题;文献[10]给出了二阶和三阶正线性系统族共同 Lyapunov 函数的存在条件。

本文按照子系统矩阵特征值的不同情况给出了具有代表性的几类二阶线性系统族存在共同 Lyapunov 函数的充分条件,并提出了寻找共同二次 Lyapunov 函数的方法。给出的条件易于构造,方法易于在计算上编程实现,从而具有较强的工程实用性。

1 问题描述

考虑如下的线性系统族

$$\sum \boldsymbol{A}_i: \dot{x}(t)=\boldsymbol{A}_i x(t), \tag{1}$$

其中 $t\geqslant 0$,$\boldsymbol{A}_i \in \mathbf{R}^{n\times n}$ 为常矩阵,$i=1,2,\cdots,N$,N 为有限的整数。

本文研究系统族(1)的共同二次 Lyapunov 函数问题,其中 $\boldsymbol{A}_i \in \mathbf{R}^{2\times 2}$,$i=1,2,\cdots,N$。众所周知,存在这样的共同二次 Lyapunov 函数能保证切换系统 $\dot{x}=\boldsymbol{A}_{\sigma(t)}x$ 在任意切换序列作用下渐近稳定。其中 $\sigma(t)$:

* **收稿日期**:2011-03-24　**修回日期**:2011-12-06　**网络出版时间**:2012-07-04 11:15:00

资助项目:国家自然科学基金(No. 10671126);上海市研究生创新基金(No. JWCXSL0901)

作者简介:赵军,男,讲师,硕士,研究方向为混杂系统控制论。

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20120704.1115.201204.52_009.html

$[0,+\infty)\to\boldsymbol{\Lambda}=\{\boldsymbol{A}_1,\boldsymbol{A}_2,\cdots,\boldsymbol{A}_N\}$。

关键问题是判断系统是否存在共同二次 Lyapunov 函数以及如何构造该函数。

2 主要结果

定理 1　对于系统族(1)，若 $\boldsymbol{A}_i\in\mathbf{R}^{2\times 2}$，$i\in\{1,2,\cdots,N\}$，且有 m 个系统矩阵为形如 $\boldsymbol{A}_r=\begin{pmatrix}a_r & \xi_r\\ 0 & b_r\end{pmatrix}$ 的上三角阵，l 个系统矩阵形如 $\boldsymbol{A}_q=\begin{pmatrix}\alpha_q & \beta_r\\ \gamma_q & \alpha_q\end{pmatrix}$，其中 $r=1,\cdots,m$，$q=1,\cdots,l$ 且 $m+l=N$，参数 $a_r,b_r,\alpha_q<0$，$\beta_q\gamma_q<0$，若下式成立，则系统族存在共同二次 Lyapunov 函数。

$$\max\left\{\frac{\xi_r^2}{4a_rb_r},\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\,\middle|\,r=1,\cdots,m;q=1,\cdots,l\right\}<\min\left\{\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\,\middle|\,q=1,\cdots,l\right\},\tag{2}$$

式中 $\omega_q=\sqrt{-\beta_q\gamma_q}$。

证明　对于 $\boldsymbol{A}_r=\begin{pmatrix}a_r & \xi_r\\ 0 & b_r\end{pmatrix}$，$r=1,\cdots,m$，其特征值为 a_r,b_r，构造正定矩阵 $\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & \mu\end{pmatrix}$，则

$$\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_r=\begin{pmatrix}a_r & 0\\ \xi_r & \mu b_r\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a_r & \xi_r\\ 0 & \mu b_r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a_r & \xi_r\\ \xi_r & 2\mu b_r\end{pmatrix}。$$

令 $|\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_r|>0$，解得当 $\mu\in\boldsymbol{I}_r=\left(\frac{\xi_r^2}{4a_rb_r},+\infty\right)$ 时，$\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{T}}\mathbf{A}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_r<0$；对于 $\boldsymbol{A}_q=\begin{pmatrix}\alpha_q & \beta_r\\ \gamma_q & \alpha_q\end{pmatrix}$，$q=1,\cdots,l$，其特征值为 $\alpha_q\pm j\omega_q$，构造正定矩阵 $\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & \mu\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}_q^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_q=\begin{pmatrix}2\alpha_q & \gamma_q\mu+\beta_q\\ \gamma_q\mu+\beta_q & 2\alpha_q\mu\end{pmatrix}$。令 $|\boldsymbol{A}_q^{\mathrm{T}}\mathbf{A}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_q|>0$，解之得当

$$\mu\in\boldsymbol{I}_q=\left(\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2},\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\right)$$

时，$\boldsymbol{A}_q^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_q<0$。

所以当

$$\max\left\{\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2},q=1,\cdots,l\right\}<\min\left\{\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2},q=1,\cdots,l\right\}\tag{3}$$

时，$\bigcap_{q=1}^{l}\boldsymbol{I}_q\neq\varnothing$；

而当

$$\max\left\{\frac{\xi_r^2}{4a_rb_r},r=1,\cdots,m\right\}<\min\left\{\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2},q=1,\cdots,l\right\}\tag{4}$$

时，$(\bigcap_{r=1}^{m}\boldsymbol{I}_r)\cap(\bigcap_{q=1}^{l}\boldsymbol{I}_q)\neq\varnothing$。

当(2)式成立时，(3)式与(4)式同时成立。任取 $\mu\in(\bigcap_{r=1}^{m}\boldsymbol{I}_r)\cap(\bigcap_{q=1}^{l}\boldsymbol{I}_q)$ 可得到系统族的一个共同二次 Lyapunov 函数 $V(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & \mu\end{pmatrix}\boldsymbol{x}$。　　证毕

若定理 1 中具有负实数特征值的系统矩阵全为下三角阵，则有下面的定理。定理的证明过程与定理 1 相似，故略去不写。

定理2　对于系统族(1)，若 $\boldsymbol{A}_i \in \mathbf{R}^{2\times 2}$，$i\in\{1,2,\cdots,N\}$，且有 m 个系统矩阵为形如 $\boldsymbol{A}_r=\begin{pmatrix} a_r & 0 \\ \xi_r & b_r \end{pmatrix}$ 的下三角阵，l 个系统矩阵形如 $\boldsymbol{A}_q=\begin{pmatrix} \alpha_q & \beta_r \\ \gamma_q & \alpha_q \end{pmatrix}$，其中 $r=1,\cdots,m$，$q=1,\cdots,l$ 且 $m+l=N$，参数 $a_r,b_r,\alpha_q<0$，$\beta_q\gamma_q<0$，若下式成立，则系统族存在共同二次 Lyapunov 函数。

$$\max\left\{\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\middle| q=1,\cdots,l\right\}<\min\left\{\frac{\xi_r^2}{4a_rb_r},\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\middle| r=1,\cdots,m;q=1,\cdots,l\right\},\tag{5}$$

式中 $\omega_q=\sqrt{-\beta_q\gamma_q}$。

更一般地，在定理1和定理2的基础上，有下面的定理。

定理3　对于系统族(1)，若 $\boldsymbol{A}_i \in \mathbf{R}^{2\times 2}$，$i\in\{1,2,\cdots,N\}$，且有 m 个系统矩阵形如 $\boldsymbol{A}_r=\begin{pmatrix} a_r & c_r \\ d_r & b_r \end{pmatrix}$，$l$ 个系统矩阵形如 $\boldsymbol{A}_q=\begin{pmatrix} \alpha_q & \beta_r \\ \gamma_q & \alpha_q \end{pmatrix}$，其中参数 $a_r,\alpha_q<0$，$c_rd_r>0$，$a_rb_r-c_rd_r>0$，$\beta_q\gamma_q<0$，$r=1,\cdots,m$，$q=1,\cdots,l$ 且 $m+l=N$，若下式成立，则系统族存在共同二次 Lyapunov 函数。

$$\begin{aligned}&\max\left\{\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)-2\eta_r}{d_r^2},\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\middle| r=1,\cdots,m;q=1,\cdots,l\right\}<\\&\min\left\{\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)+2\eta_r}{d_r^2},\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\middle| r=1,\cdots,m;q=1,\cdots,l\right\},\end{aligned}\tag{6}$$

式中 $\eta_r=\sqrt{a_rb_r(a_rb_r-c_rd_r)}$，$\omega_q=\sqrt{-\beta_q\gamma_q}$。

证明　对于 $\boldsymbol{A}_r=\begin{pmatrix} a_r & c_r \\ d_r & b_r \end{pmatrix}$，$r=1,\cdots,m$，设其特征值为 λ',λ''，构造正定矩阵 $\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix}$，则

$$\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_r=\begin{pmatrix} a_r & \mu d_r \\ c_r & \mu b_r \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} a_r & c_r \\ \mu d_r & \mu b_r \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2a_r & c_r+\mu d_r \\ c_r+\mu d_r & 2\mu b_r \end{pmatrix}。$$

令 $|\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_r|>0$，有 $4\mu a_rb_r-(c_r+\mu d_r)^2>0$，即

$$d_r^2\mu^2-(4a_rb_r-2c_rd_r)\mu+c_r^2<0。\tag{7}$$

令 $\eta_r=2\sqrt{a_rb_r(a_rb_r-c_rd_r)}$，注意到 $a_r<0$，$c_rd_r>0$，$a_rb_r-c_rd_r>0$，有 $a_rb_r(a_rb_r-c_rd_r)>0$，即 λ',λ'' 都是实数。解不等式(7)，可得当 $\mu\in\boldsymbol{I}_r=\left(\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)-2\eta_r}{d_r^2},\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)+2\eta_r}{d_r^2}\right)$ 时，$\boldsymbol{A}_r^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_r<0$。所以当

$$\max\left\{\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)-2\eta_r}{d_r^2},r=1,\cdots,m\right\}<\min\left\{\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)+2\eta_r}{d_r^2},r=1,\cdots,m\right\}$$

时，$\bigcap\limits_{r=1}^{l}\boldsymbol{I}_r\neq\varnothing$；

对于 $\boldsymbol{A}_q=\begin{pmatrix} \alpha_q & \beta_r \\ \gamma_q & \alpha_q \end{pmatrix}$，$q=1,\cdots,l$，其特征值为 $\alpha_q\pm j\omega_q$，构造正定矩阵 $\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}_q^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_q=\begin{pmatrix} 2\alpha_q & \gamma_q\mu+\beta_q \\ \gamma_q\mu+\beta_q & 2\alpha_q\mu \end{pmatrix}$，令 $|\boldsymbol{A}_q^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_q|>0$，解得当

$$\mu\in\boldsymbol{I}_q=\left(\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2},\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\right)$$

时，$\boldsymbol{A}_q^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_q<0$。所以当

$$\max\left\{\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2},q=1,\cdots,l\right\}<\min\left\{\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2},q=1,\cdots,l\right\}$$

时，$\bigcap_{q=1}^{l}\boldsymbol{I}_q\neq\varnothing$；

而当(6)式成立时，有$\left(\bigcap_{r=1}^{m}\boldsymbol{I}_r\right)\cap\left(\bigcap_{q=1}^{l}\boldsymbol{I}_q\right)\neq\varnothing$，系统族必存在共同二次 Lyapunov 函数。　　证毕

3 算例

例 1　在系统族(1)中，考虑 $k=2$ 的情况。并设 $\boldsymbol{A}_1=\begin{pmatrix}-0.1 & 0.6\\ 0 & -3\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{A}_2=\begin{pmatrix}-2 & -3\\ 0.5 & -2\end{pmatrix}$，根据定理 1，计算对应的各个参数，$m=l=1$，$a_1=-0.1$，$b_1=-3$，$\xi_1=0.6$，$\alpha_1=-2$，$\beta_1=-3$，$\gamma_1=0.5$，$\omega_q=\sqrt{-\beta_q\gamma_q}=1.5$。为了验证不等式(2)，计算

$$\frac{\xi_r^2}{4a_rb_r}=\frac{0.6^2}{4(-0.1)(-3)}=0.3,\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\approx0.4767,\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}\approx75.5233。$$

所以 $\boldsymbol{I}_r=(0.3,+\infty)$，$\boldsymbol{I}_q=(0.4776,75.5233)$。$\left(\bigcap_{r=1}^{m}\boldsymbol{I}_r\right)\cap\left(\bigcap_{q=1}^{l}\boldsymbol{I}_q\right)\neq\varnothing$，故不等式(2)成立。因此，系统族必存在共同二次 Lyapunov 函数。实际上，若取 $\mu=1$，则得到系统族的一个共同二次 Lyapunov 函数 $V(x)=x_1^2+x_2^2$。

例 2　在系统族(1)中，考虑 $k=2$ 的情况。并设 $\boldsymbol{A}_1=\begin{pmatrix}-0.5 & 0.2\\ 0.3 & -0.2\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{A}_2=\begin{pmatrix}-0.6 & -0.2\\ 0.5 & -0.6\end{pmatrix}$，根据定理 3，计算对应的各个参数，$m=l=1$，$a_1=-0.5$，$b_1=-0.2$，$c_1=0.2$，$d_1=0.3$，$\alpha_1=-0.6$，$\beta_1=-0.2$，$\gamma_1=0.5$；$\eta_r=\sqrt{a_rb_r(a_rb_r-c_rd_r)}=\sqrt{0.004}$，$\omega_q=\sqrt{-\beta_q\gamma_q}=\sqrt{0.1}$。

为了验证不等式(6)，计算

$$\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)-2\eta_r}{d_r^2}=\frac{0.2-0.06-2\sqrt{0.004}}{0.04}\approx0.3377,$$

$$\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)+2\eta_r}{d_r^2}=\frac{0.2-0.06-2\sqrt{0.004}}{0.04}\approx6.6623,$$

$$\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}=\frac{0.72+0.1-1.2\sqrt{0.36+0.1}}{0.25}\approx0.0245,$$

$$\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}=\frac{0.72+0.1+1.2\sqrt{0.36+0.1}}{0.25}\approx6.5355。$$

所以有

$$\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)-2\eta_r}{d_r^2}<\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2},\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}<\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2-2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2},$$

$$\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)-2\eta_r}{d_r^2}<\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)+2\eta_r}{d_r^2},\frac{2\alpha_q^2+\omega_q^2+2\alpha_q\sqrt{\alpha_q^2+\omega_q^2}}{\gamma_q^2}<\frac{(2a_rb_r-c_rd_r)+2\eta_r}{d_r^2}。$$

不等式(6)成立。由定理 3，系统族必存在共同二次 Lyapunov 函数。实际上，若取 $\mu=2$，则得到系统族的一个共同二次 Lyapunov 函数 $V(x)=x_1^2+2x_2^2$。

4 结论

探讨了二阶系统族存在共同二次 Lyapunov 函数问题。本文的主要贡献是证明了在适当条件下二阶系统族存在共同 Lyapunov 函数，对给定的二阶系统族提供了寻找共同二次 Lyapunov 函数的方法。给出的方法易于在计算上编程实现，具有较强的工程实用性。文中给出实例用以验证结果。

参考文献:

[1] Agrachev A A,Liberzon D. Lie-algebraic stability criteria for switched systems[J]. SIAM J of Control Optimization,2001,40(1):253-270.

[2] Liberzon D,Hespanha J P,Morse A. Stability of switched linear systemsa Lie-algebrraic condition[J]. Systems & Control Letters,1999,37(3):117-122.

[3] Cheng D,Guo L,Huang J. On quadratic Lyapunov function[J]. IEEE Transon Automatic Control,2003,48(5):885-890.

[4] Yedavallir K,Sparks A. Condition for the existence of a common Quadratic Lyapunov function via stability analysis of matrix families[C]//Proc of American Control Conference, Anchorage,Alaska:IEEE Press,2006:1296-1301.

[5] Lin H,Antsaklis P J. Stability and stabilizability of switched linear systemsa survey of recent results[J]. IEEE Transon Automatic Control,2009,54(2):308-322.

[6] 董亚丽,秦化淑.三阶系统族的共同二次 Lyapunov 函数[J].控制理论与应用,2006,23(2):235-239.

[7] Laffey T,Smigoc H. Tensor conditions for the existence of a common solution to the Lyapunov equation[J]. Linear Algebra and its Applications,2007,420(3):672-685.

[8] Margaliot M,Branicky M S. Nice reachability for planar bilinear control systems with applications to planar linear switched systems[J]. IEEE Transon Automatic Control,2009,54(6):1430-1435.

[9] 丛屾,刁翔,邹云.二阶线性切换系统指数镇定的充要条件数[J].自动化学报,2010,36(8):1195-1199.

[10] 陈征,高岩.关于正切换系统的共同线性 copositive Lyapunov 函数[J].控制工程,2010,17(S_0):14-17.

Common Quadratic Lyapunov Functions for Second Order Linear Systems

ZHAO Jun[1,2], GAO Yan[1]

(1. Dept. of Mathematics and Physics, Hubei University of Medicine, Shiyan Hubei 442000;

2. Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: The existence of the common quadratic Lyapunov functions of a set of second order linear systems is investigated. For a set of given second order linear systems $\sum \mathbf{A}_i : x(t) = \mathbf{A}_i x(t)$, where $\mathbf{A}_i \in \mathbf{R}^{2\times 2}$ is Hurwitz matrix, it is proved that there exist common quadratic Lyapunov functions. The proposed sufficient conditions of the existence of common quadratic Lyapunov functions are obtained in form of algebra inequalities. And the method of seeking a common quadratic Lyapunov function is also given. It is convenient to verify the conditions by computer programming. Finally, numerical examples are given to show the effectiveness of the obtained results.

Key words: common quadratic Lyapunov functions; linear systems; switched linear systems

(责任编辑 黄 颖)