2012 年 9 月 重庆师范大学学报(自然科学版) Sep. 2012
第 29 卷 第 5 期 Journal of Chongqing Normal University (Natural Science) Vol. 29 No. 5

运筹学与控制论

DOI:CNKI:50-1165/N. 20120915. 2319. 001

总完工时间排序两人合作博弈的纳什博弈解*

窦文卿[1],顾燕红[2],唐国春[3]
(1. 上海第二工业大学 数学系,上海 201209;2. 深圳大学 数学与计算科学学院应用数学系,广东 深圳 518060;
3. 上海第二工业大学 经济管理学院,上海 201209)

摘要:研究合作加工一批工件,加工成本由最小的总完工时间决定的两台机器合作博弈问题。每一方都有一台机器用于加工工件,每个工件只需在两台机器中任何一台加工一次,而且加工时间都相等。要确定这批工件的一个划分以把这些工件分给这两台机器加工,使得相应的合作(加工)收益分配合理、能够被双方接受。本文研究在相同工件的情况下,以最小完工时间作为加工成本的两人合作博弈问题,并给出此合作博弈问题的纳什博弈解。

关键词:排序;博弈;合作;收益;分配
中图分类号:O221.7 **文献标志码**:A **文章编号**:1672-6693(2012)05-0001-05

实际经贸活动中由于资金、技术或规模等原因,存在着一个人无法承担一个项目中全部工件的加工任务,于是出现多人合作参与加工,共同完成这项任务的情况。为此,要确定这批工件的一个划分,使得相应的合作(加工)收益[1]分配方案能够使每人都满意。这里“人”的涵义很广泛,可以是一个公司,一个商业集团,或一个(地区或国家)政府[1]。

在经典排序问题中工件或者只需由一道工序就完成加工,或者需经多道工序加工才能完成,或者工件具有先后加工的约束;工件的参数有加工时间、就绪时间、交货期等。机器分为平行机和串联机。平行机按机器的速度可分为同型机、同类机和非同类机。串联机排序也称为多工序排序,也有 3 种基本类型:流水作业、异序作业和自由作业。排序问题常用的目标函数有最大完工时间 $C_{\max}$、总完工时间 $\sum C_j$、最大延迟 $L_{\max}$、最大延误 $T_{\max}$、总延误 $\sum T_j$、误工工件数 $\sum U_j$ 等等。

本文考虑两人合作完成一批工件的加工,每人有一台机器,每个工件只需在两台机器中任何一台加工一次,而且加工时间都相等。关于加工成本,比较简单的是取排序问题中常用的目标函数的最优值。例如,参考文献[1]中的加工成本是最小的 makespan(最大完工时间)$C_{\max}$。更为一般的加工成本可以是 $\min C_{\max}$ 的函数,如线性函数 $\lambda(\min C_{\max})+\mu$。本文研究总完工时间排序的合作博弈,加工成本是最小的总完工时间的函数,而且是线性函数 $\lambda(\min \sum C_j)+\mu$ 中最简单 $\lambda=1,\mu=0$ 的情况,即加工成本是最小的总完工时间 $\min \sum C_j$。每个人的(加工)收益定义为划分给他的工件所获得之毛利润的总和再减去加工成本 $\min \sum C_j$(在文献[1]中是减去 $\min C_{\max}$),而(加工)合作收益定义为(加工)收益减去此人参加这次合作的机会成本。

必须考虑工件的划分使得每个人相应的合作收益有相当的合理性,这样才能使得两人都接受合作收益所确定的收益分配方案,从而保证这个商业联盟能够成功。这是一个合作博弈问题。为了获得双方都满意的收益分配方案,本文的优化目标是使两位参与者的合作收益的乘积为最大。

这个合作收益的乘积为最大的优化目标首先由 Nash[2-3]提出并用于研究他定义的一类合作博弈问题[4]。Nash 的最优化(数学)模型(或问题)适用于一大批两人合作博弈问题,只要此问题存在一个帕累托有效的(Pareto efficient)可行效用(或是利益)分配方案子集、并且问题研究的目的是在这个子集中找到某一个或某一些相对合理的最终利益分配方案(集)。这样的最终方案(集)在本文中被称为(合作)博弈解(集)。Nash[3]验证当此帕累托有效的子集是某个闭区间上凹函数所确定的凹曲线段(Con-

* **收稿日期**:2012-04-23 **网络出版时间**:2012-9-15 23:19
作者简介:窦文卿,女,副教授,博士,研究方向为组合优化;**通讯作者**:顾燕红,E-mail:yhgu@szu.edu.cn;yanhonggu@hotmail.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20120915.2319.201205.1_001.html

cave Pareto efficient frontier)时,他的最优化问题的最优解是唯一的。他把这个最优解定义为博弈问题的博弈解。这个首创的博弈解一般称为纳什博弈(或讨价还价)解(Nash bargaining solution,NBS)。Nash[3]进一步证明了这个解也是满足他提出的若干个公理(或称为性质)的唯一博弈解。

有所不同的是本文研究的每个合作收益函数都取整数值,这是一个帕累托有效的子集离散化的情形。对这种情形的研究起源于文献[5],综述于文献[6],已经出现于文献[1,5-10]中。文献[5]一方面提出Nash最优化问题目标函数的修正方案以求解决上述离散情况下的新问题,另一方面对某些合作收益函数与工件排序有关的情况设计精确算法以得到修正的最优化问题的最优解。文献[1,10]主要是研究相应的排序合作博弈问题的博弈解(集),并且通过实例来说明博弈解(集)的合理性。本文沿用文献[5]中的离散化假定,与文献[1,10]的主要区别是所研究的合作收益函数中与工件排序有关的成本项不同。对更广义的离散化情形的定义和研究见参考文献[11-13]等。

1 问题与假定

把一批需要加工的工件集 $J=\{J_1, J_2, \cdots, J_n\}$ 简记为 $\{1,2,\cdots,n\}$,$n\geqslant 2$,每个工件只需加工一次,每个工件的加工时间 p_j 都为 p,即 $p_j=p$ $(j=1,2,\cdots,n)$。每个人都有一台机器来加工工件,需要由两人合作共同完成这 n 个工件的加工任务。这就要求把工件集 J 划分成两个互不相交的集合 X_1 和 X_2(即:$X_1\cup X_2=J, X_1\cap X_2=\varnothing$),分别给两台机器加工。假定加工单位时间的工件会给第 i 人带来 b_i $(i=1,2)$ 个单位的收益,那么收益函数 $u_i=b_i\sum\limits_{j\in X_i}p_j-f_i$,其中 f_i 是加工成本。本文考虑的加工成本 f_i 是最小的总完工时间 $\min\sum\limits_{j\in X_i}C_j$,$i=1,2$。根据文献[5]离散化的假设(亦可参见文献[1]),b_i,e_i 是取整数值,而 p 是取正整数值。由 $p_j=p$ 知,1) $b_i\sum\limits_{j\in X_i}p_j$ 的值仅由 X_i 中工件的个数所决定;2) SPT序(最小加工时间序)使 $\sum\limits_{j\in X_i}C_j$ 为最小,因而 $\min\sum\limits_{j\in X_i}C_j$ 与工件的次序无关,即 f_i 的值也只与 X_i 中工件个数有关。所以划分 J 时不必考虑分配给每个人哪些工件,而只需考虑分配给每个人多少个工件,从而可以把 X_1 和 X_2 记为 $X_1=\{1, 2, \cdots, k\}$ 和 $X_2=\{k+1, k+2, \cdots, n\}$ $(k=0, 1, \cdots, n)$,因而 k 是把工件集 J 划分成为两部分而分别给这两台机器加工的决策变量。此时,第1台机器加工的工件数是 k,第2台机器加工的工件数是 $n-k$。因此收益函数

$$u_1=u_1(k)=b_1kp-(1+2+\cdots+k)p$$

$$u_2=u_2(k)=b_2(n-k)p-[1+2+\cdots+(n-k)]p$$

其中,$u_1(0)$ 和 $u_2(n)$ 分别是第1台机器和第2台机器没有分配有利可图的对象(本文中是指那批需要加工的工件)时的收益值。

合作博弈论中的无协议点 (e_1, e_2) 是[4] $e_1\geqslant u_1(0)=0$,$e_2\geqslant u_2(n)=0$,其中 e_i 是第 i 人不参加这次合作而参与别的商业活动所能获得的最低收益,也就是第 i 人参加这个合作的机会成本。由此,只需要讨论 $1\leqslant k\leqslant n-1$ 的情况。

当 $b_1=1$ 时,收益函数 $u_1=u_1(k)=-[1+2+\cdots+(k-1)]p\leqslant 0$;$b_2=1$ 时,收益函数 $u_2=u_2(k)=-(1+2+\cdots+(n-k-1))p\leqslant 0$。此时,合作收益函数

$$v_1=v_1(k)=u_1(k)-e_1=-\frac{1}{2}pk^2+\left(b_1-\frac{1}{2}\right)pk-e_1$$

$$v_2=v_2(k)=u_2(k)-e_2=$$

$$-\frac{p}{2}k^2+\left(n+\frac{1}{2}-b_2\right)pk-\left[\frac{n^2}{2}-(b_2-\frac{1}{2})n\right]p-e_2$$

因为 $e_i\geqslant 0$,如果 $b_1=1$ 或者 $b_2=1$,那么 $v_1\leqslant 0$ 或者 $v_2\leqslant 0$,问题就没有研究的必要。所以必须 $b_i\geqslant 2$。由于 p 是取正整数,所以 v_i 是关于 k 的开口向下的抛物线。从而当判别式 $\Delta_i\leqslant 0$ 时,即使 k 取遍整个实数域,v_i 也取不到正值,问题也没有研究的必要。因此本文只考虑 $\Delta_i>0$,$i=1, 2$ 的情况,也就是要 $\left(b_i-\frac{1}{2}\right)^2>\frac{2e_i}{p}$,$i=1, 2$。综合所述,本文对(取整数值的)参数的基本假定为

$$e_i\geqslant 0, p\geqslant 1, b_i\geqslant 2, \left(b_i-\frac{1}{2}\right)^2>\frac{2e_i}{p}, 1\leqslant k\leqslant n-1, i=1, 2 \tag{1}$$

本文研究两人排序合作博弈问题是在相同工件的情况下,以最小的总完工时间作为加工成本,使目标 v_1v_2 为最大。该问题简称为相同工件总完工时间排序合作博弈问题。按参考文献[1]定义的三参数表示法,此问题可表示为 $G2|\ p_j=p\ |v_1v_2/\sum C_j$。

2 两人排序博弈的解

在假定(1)的前提下,v_i 可表为

$$v_1(k)=-\frac{1}{2}p(k-\alpha_1)(k-\alpha_2) \tag{2}$$

$$v_2(k)=-\frac{1}{2}p(k-\alpha_3)(k-\alpha_4) \tag{3}$$

其中 $\alpha_1=\left(b_1-\frac{1}{2}\right)-\sqrt{\left(b_1-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{2e_1}{p}}$，$\alpha_2=\left(b_1-\frac{1}{2}\right)+\sqrt{\left(b_1-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{2e_1}{p}}$，$\alpha_3=n-\left(b_2-\frac{1}{2}\right)-\sqrt{\left(b_2-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{2e_2}{p}}$，$\alpha_4=n-\left(b_2-\frac{1}{2}\right)+\sqrt{\left(b_2-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{2e_2}{p}}$。

如果问题有解，达成合作的合作收益函数 $v_i(k)$ 必须大于 0，即存在某个 k，$(k\in\{1,\cdots,n-1\})$使得

$$v_i(k)>0, i=1, 2 \tag{4}$$

此时若求得某个 $k^*\in\{1,\cdots,n-1\}$，使得

$$v_1(k^*)v_2(k^*)=\max\{v_1(k)v_2(k)\mid v_1(k),v_2(k)>0\}$$

则$(v_1(k^*),v_2(k^*))$就是这个排序合作博弈问题的一个博弈解。这意味着此问题就是求解这样的最优解 k^*，从而此问题可以在 $O(n)$时间内解决。下面 4 个性质表明还可以更简单地直接得到问题的最优解。

性质 1 在假定(1)成立时，问题解的可行域非空的充要条件是

$$\alpha_l\leqslant\alpha_r \tag{5}$$

其中 $\alpha_l=\lfloor\max\{\alpha_1,\alpha_3\}\rfloor+1$，$\alpha_r=\lceil\min\{\alpha_2,\alpha_4\}\rceil-1$。

证明 可行域非空就是(4)式成立，(4)式成立等价于$(\alpha_1,\alpha_2)\cap(\alpha_3,\alpha_4)\cap\{1,\cdots,n-1\}$非空。因为$(\alpha_1,\alpha_2)\cap(\alpha_3,\alpha_4)=(\max\{\alpha_1,\alpha_3\},\min\{\alpha_2,\alpha_4\})$，从而(4)式成立等价于

$$(\max\{\alpha_1,\alpha_3\},\min\{\alpha_2,\alpha_4\})\cap\{1,2,\cdots,n-1\}$$

非空。再从 $\alpha_2>\alpha_1\geqslant0$，$\alpha_3<\alpha_4\leqslant n$ 可知(4)式成立其实就等价于

$$(\max\{\alpha_1,\alpha_3\},\min\{\alpha_2,\alpha_4\})$$

中至少包含一个正整数，而这就是条件 $\alpha_l\leqslant\alpha_r$。

证毕

由于 $v_1(x)\cdot v_2(x)=\frac{1}{4}p^2(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)(x-\alpha_3)(x-\alpha_4)$是关于 x 的四次多项式，故$[v_1(x)\cdot v_2(x)]'=0$ 是关于 x 的三次多项式。因此，$[v_1(x)\cdot v_2(x)]'=0$ 有 3 个根，不妨设为 $\xi_1,\xi_2,\xi_3(\xi_1<\xi_2<\xi_3)$。因此，$\xi_1,\xi_2,\xi_3$ 是 $v_1(x)\cdot v_2(x)$的 3 个极值点，ξ_2 是 $v_1(x)\cdot v_2(x)$的唯一的极大值点。只需证明 $\xi_2\in(\max\{\alpha_1,\alpha_3\},\min\{\alpha_2,\alpha_4\})$，就可以得到 ξ_2 是 $v_1(x)\cdot v_2(x)$在区间$(\max\{\alpha_1,\alpha_3\},\min\{\alpha_2,\alpha_4\})$上的唯一极值点，也是最大值点。所以，$k^*=\lfloor\xi_2\rfloor$或$\lceil\xi_2\rceil$。

性质 2 在条件 1)和 5)成立时，ξ_2 在

$$I=(\max\{\alpha_1,\alpha_3\},\min\{\alpha_2,\alpha_4\})$$

内。

证明 由(5)式可知 α_3 与(α_1,α_2)的关系是

$$\alpha_1<\alpha_3<\alpha_2, \alpha_1=\alpha_3<\alpha_2, \alpha_3<\alpha_1<\alpha_2$$

这 3 种中的某一种，而同时 α_4 与(α_1,α_2)满足 $\alpha_4<\alpha_2$，$\alpha_4=\alpha_2$，$\alpha_4>\alpha_2$ 中的一个条件。若令

$$\beta_1=\min\{\alpha_1,\alpha_3\}, \beta_2=\max\{\alpha_1,\alpha_3\}$$

$$\beta_3=\min\{\alpha_2,\alpha_4\}, \beta_4=\max\{\alpha_2,\alpha_4\}$$

则不论以上 9 种情况中的哪一种，都有 $\beta_1\leqslant\beta_2<\beta_3\leqslant\beta_4$。事实上这是 α_i 的升序排列，所以有

$$v_1(x)\cdot v_2(x)=\frac{1}{4}p^2(x-\beta_1)(x-\beta_2)(x-\beta_3)(x-\beta_4)$$

又由于 $\xi_1,\xi_2,\xi_3(\xi_1<\xi_2<\xi_3)$是 $[v_1(x)\cdot v_2(x)]'=0$ 的 3 个根，因此，$\beta_2<\xi_2<\beta_3$，即

$$\max\{\alpha_1,\alpha_3\}<\xi_2<\min\{\alpha_2,\alpha_4\}$$

从而，$\xi_2\in I$。 证毕

综合以上 2 个性质，容易得到以下性质。

性质 3 当(5)式成立时，合作博弈问题 $G2\mid p_j=p\mid v_1v_2/\sum C_j$ 的博弈解(集)存在，且可以由下列各式得到：a) 如果$\lfloor\xi_2\rfloor\in I$ 和$\lceil\xi_2\rceil\notin I$，那么 $k^*=\lfloor\xi_2\rfloor$；b) 如果$\lfloor\xi_2\rfloor\notin I$ 和$\lceil\xi_2\rceil\in I$，那么 $k^*=\lceil\xi_2\rceil$；c) 如果$\lfloor\xi_2\rfloor\in I$ 和$\lceil\xi_2\rceil\in I$，那么当

$$v_1(\lfloor\xi_2\rfloor)\cdot v_2(\lfloor\xi_2\rfloor)\geqslant v_1(\lceil\xi_2\rceil)\cdot v_2(\lceil\xi_2\rceil)$$

时，$k^*=\lfloor\xi_2\rfloor$；当

$$v_1(\lfloor\xi_2\rfloor)\cdot v_2(\lfloor\xi_2\rfloor)\leqslant v_1(\lceil\xi_2\rceil)\cdot v_2(\lceil\xi_2\rceil)$$

时，$k^*=\lceil\xi_2\rceil$。

性质 4 当(5)式成立时，合作博弈问题 $G2\mid p_j=p\mid v_1v_2/\sum C_j$的不同博弈解最多有 2 个。

3 实例分析

例 1 $b_1=4$，$b_2=5$，$e_1=5$，$e_2=7$，$n=10$，$p=1$，$\alpha_1=2$，$\alpha_2=5$，$\alpha_3=3$，$\alpha_4=8$；$I=(3,5)$，$4<\xi_2<5$，$\lfloor\xi_2\rfloor\in I$，$\lceil\xi_2\rceil\notin I$，$k^*=\lfloor\xi_2\rfloor=4$。性质 3 中结论 a)的情况在此例中出现(如图 1)。

例 2 $b_1=5$，$b_2=9$，$e_1=9$，$e_2=30$，$n=10$，$p=1$，$\alpha_1=3$，$\alpha_2=6$，$\alpha_3=-2$，$\alpha_4=5$；$I=(3,5)$，$3<\xi_2<4$，$\lfloor\xi_2\rfloor\notin I$，$\lceil\xi_2\rceil\in I$，$k^*=\lceil\xi_2\rceil=4$。这是性质 3 结论 b)的一个实现(如图 2)。由 b_i 和 e_i 的情况看，第二人的赢利能力要比第一人强很多，但是运用 Nash 的目标函数仍然得到和前例一样的结果。这说明两合作收益函数的乘积这一目标函数在保证博弈解的

Pareto 有效性外还能通过适度地不过分地鼓励赢利能力较强的合作者来保障相对赢利能力较弱一方的合作收益。

例 3 $b_1=6, b_2=5, e_1=12, e_2=4, n=10, p=1, \alpha_1=3, \alpha_2=8, \alpha_3=2, \alpha_4=9$；$I=(3,8), \xi_2=\frac{11}{2}$，$\lfloor\xi_2\rfloor, \lceil\xi_2\rceil\in I, k^*=5$ 或 6。这个实例中的最优解不唯一，出现了一个最优解集{5,6}(如图 3)，即此例是性质 3 结论(c)中

$$v_1(\lfloor\xi_2\rfloor)\cdot v_2(\lfloor\xi_2\rfloor)=v_1(\lceil\xi_2\rceil)\cdot v_2(\lceil\xi_2\rceil)>0$$

的情况，但却仅有一个博弈解(3,6)。

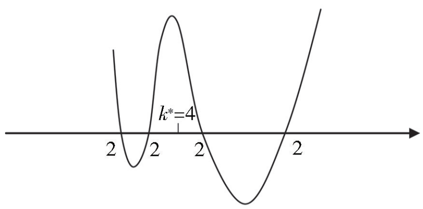

图 1 性质 3 中结论 a)的情况

Fig. 1 An example for Result a) in Property 3

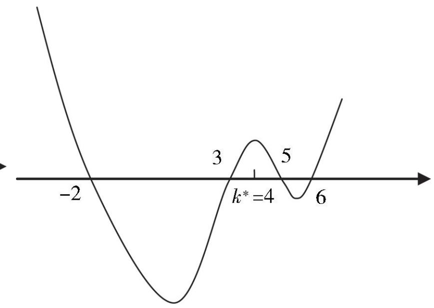

图 2 性质 3 结论 b)的一个实现

Fig. 2 An example for Result b) in Property 3

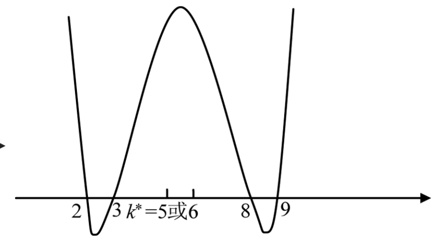

图 3 性质 3 结论 c)中最优解不唯一，博弈解唯一

Fig. 3 The scenario with several optimal solutions and a unique bargaining solution for Result c) in Property 3

例 4 $b_1=8, b_2=5, e_1=22, e_2=4, n=10, p=1, \alpha_1=4, \alpha_2=11, \alpha_3=2, \alpha_4=9$；$I=(4,9), \xi_2=\frac{13}{2}$，$\lfloor\xi_2\rfloor, \lceil\xi_2\rceil\in I, k^*=6$ 或 7。同例 3 类似，这个实例中的最优解也不唯一，出现了一个最优解集{6,7}(如图 4)，即此例也是性质 3 结论 c)中 $v_1(\lfloor\xi_2\rfloor)\cdot v_2(\lfloor\xi_2\rfloor)=v_1(\lceil\xi_2\rceil)\cdot v_2(\lceil\xi_2\rceil)>0$ 的情况，但本例却有两个不同的博弈解(5,6)和(6,5)。

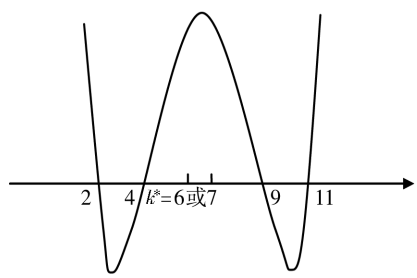

图 4 性质 3 结论 c)中最优解和博弈解都不唯一

Fig. 4 The scenario with several opimal solutions and bargaining ones for Result c) in Property 3

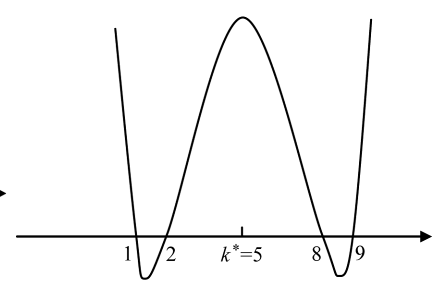

图 5 $\max v_1(x)\cdot v_2(x)$ **和** $\max v_1(x)+v_2(x)$ **同解的情形**

Fig. 5 The scenario with the same optimal solutions to $\max v_1(x)\cdot v_2(x)$ and $\max v_1(x)+v_2(x)$

例 5 $b_1=b_2=5, e_1=e_2=4, n=10, p=1, \alpha_1=1, \alpha_2=8, \alpha_3=2, \alpha_4=9$；$I=(2,8), \xi_2=5, \lfloor\xi_2\rfloor=\lceil\xi_2\rceil\in I, k^*=5$(如图 5)。值得注意的是 $k^*=5$ 也是 $\max v_1(k)+v_2(k)$ 的一个最优解。由此例可看出，此问题当合作双方效率完全相同时，Nash 的最优化模型得到的解可使合作双方的总(合作)收益最大化。事实上，可以证明：当

$$\min\{\alpha_1,\alpha_3\}+\max\{\alpha_2,\alpha_4\}=\frac{1}{2}(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4)$$

时，$\frac{1}{4}(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4)$ 是 $\max v_1(x)\cdot v_2(x)$ 的最优解，即 $\max v_1(x)\cdot v_2(x)$ 和 $\max v_1(x)+v_2(x)$ 同解。

4 总结

本文研究相同工件总完工时间排序的合作博弈问题，给出此合作博弈问题的纳什博弈(或讨价还价)解，并用算例说明当两人商业联盟在商讨利益分配时是有必要知道 Nash 博弈(讨价还价)解(集)的。至于此解(集)何时可以成为唯一需要考虑的解(集)这个问题，在本文的后续研究工作中已经得到相当地重视和研究。

致谢： 本文中的研究工作由陈全乐博士提议和大力资助，对此我们深表感谢！我们也感谢上海第二工业大学排序研究室师生的参与、讨论和帮助。

参考文献：

[1] 金霁，顾燕红，唐国春. 最大完工时间排序的两人合作博弈[J]. 上海第二工业大学学报，2011，28(1)：14-17.

[2] Nash J F. The bargaining problem [J]. Econometrica, 1950, 18(2): 155-162.

[3] Nash J F. Two person cooperative games [J]. Econometrica, 1953, 21(1): 128-140.

[4] Muthoo A. Bargaining theory with applications [M]. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 1999.

[5] Chen Q L. A new discrete bargaining model on job partition between two manufacturers [D]. Hongkong: The Chinese University of Hong Kong, 2006.

[6] 顾燕红，唐国春. 排序博弈：合作博弈的新发展 [J]. 重庆师范大学学报：自然科学版，2012，29(2)：1-6.

[7] Gan X B, Gu Y H, Vairaktarakis G L, et al. A scheduling problem with one producer and the bargaining counterpart with two producers [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2007, 4614: 305-316.

[8] Gu Y H, Goh M, Chen Q L, et al. A new two-party bargaining mechanism [J]. Journal of Combinatorial Optimization, In Press.

[9] Gu Y H, Fan J, TangG C, et al. Maximum latency scheduling problem on two-person cooperative games [J]. Journal of Combinatorial Optimization, In Press.

[10] 顾燕红，金霁，唐国春. 加工时间可变最大流程时间排序的纳什合作博弈 [J]. 重庆师范大学学报：自然科学版，2012，29(4)：18-23.

[11] Lahiri S. Axiomatic characterization of the Nash and Kalai-Smorodinsky solutions for discrete bargaining problems [J]. Pure Mathematics and Applications, 2003, 14(3): 207-220.

[12] Mariotti M. Nash bargaining theory when the number of alternatives can be finite [J]. Social Choice and Welfare, 1998, 15(3): 413-421.

[13] Nagahisa R, Tanaka M. An axiomatization of the Kalai-Smorodinsky solution when the feasible sets can be finite [J]. Social Choice and Welfare, 2002, 19(4): 751-761.

Operations Research and Cybernetics

The Nash Bargaining Solution(s) of Two-Person Cooperative Games on Total Completion Time Scheduling

DOU Wen-qing[1], GU Yan-hong[2], TANG Guo-chun[3]

(1. Dept. of Mathematics, Shanghai Second Polytechnic University, Shanghai 201209;

2. Dept. of Applied Mathematics, Shenzhen University, Shenzhen 518060;

3. School of Economics and Management, Shanghai Second Polytechnic University, Shanghai 201209, China)

Abstract: This paper considers a (two-party) Nash bargaining problem involving job scheduling. In this problem, each party can only offer one machine to process jobs so that the cooperation between them is necessary. It implies two parties should first negotiate a reasonable partition of all the jobs to make the corresponding cooperative (processing) profit allocation scheme, i. e. the bargaining solution, acceptable to each party. This paper derives the Nash bargaining solution(s) of the case where the processing time of each job is the same and each party's processing cost is determined by his total completion time.

Key words: scheduling; bargaining; cooperation; profit; allocation

(责任编辑　黄　颖)