运筹学与控制论

DOI:10. 11721/cqnuj20130505

供应链排序中的外包问题*

陈立忠，杨　栋，张玉忠
(曲阜师范大学 管理学院，山东 日照 276826)

摘要:为了更好地将供应链排序和现实生活结合以体现其应用价值,文章研究了一类可以外包的供应链排序模型。外包即指为了提升效率,节省总费用,而采取将工件由其它制造商代替加工的现象。所有的工件均可以在制造商内部加工也可以进行外包加工,外包工件加工完成后必须分批运回制造商才算完工。所研究的模型中有一个制造商和一个外包商,制造商的加工环境为 m 台平行机,外包商为单台机器。因此在模型中要考虑外包费用、运输延迟以及运输费用,所要做的就是确定外包工件以及工件的加工顺序和外包工件的配送顺序。对于该问题,本文主要研究了目标函数分别为总完工时间、最大延迟以及误工总数的情形;分析了问题的复杂性,运用动态规划的技巧给出了最优算法且分析了算法的时间复杂性。

关键词:供应链排序;外包;动态规划,最优算法;计算复杂性
中图分类号:O226　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2013)05-0021-06

随着全球化的不断发展,外包在所有的制造业领域变得越来越普遍。从战略层面看,外包可以减少操作成本;从战术层面看,则解决了面临客户临时有大量需求的问题。当制造商自身加工能力有限时,外包常常被看作一种互补资源;当需求超出了自身的加工能力,制造商就会考虑选择一些订单由外包商去加工,以使所有订单尽可能早完工。这样做的话,制造商将会支付外包商一定的外包费用,并且外包工件加工完成后必须运回制造商,因此将会出现一些可能的运输延迟以及运输费用,问题就是如何更有效地协调内部生产和外包加工。本文所要研究的就是这类外包问题。具体地,在机器排序意义下考虑内部生产和外包加工的集成模型。对于给定的工件要做的决策包括:外包工件的选择、工件的加工顺序以及外包工件的配送方案。

Chung 等人[1]在 2005 年研究了流水作业排序模型,其中工件可以由制造商内部加工也可以花费一定的额外费用进行外包加工;但是模型没有考虑由外包引起的运输因素。Chen 和 Li[2]在 2008 年研究了带有外包选择的排序问题,但他们没有考虑外包工件的排序。Cai、Lee 和 Vairaktarakis[3]研究了第三方机器的排序问题,加工完成后工件需要从第三方运回;但是他们假设所有的工件均由第三方机器来加工。本文的模型集成了上述文章分别考虑的几个因素:内部加工和外包的选择、工件的加工顺序以及外包工件的运输。

还有一些文献在库存管理方面研究了内部加工与外包的协同问题,比如文献[4-7]。在这些模型中,他们假设工件完全一样而且顾客的重要性程度一致;而在本文模型中,基于订单的加工时间和工期的不同顾客是有区别的。因此,必须决定哪些订单进行外包,哪些订单由制造商内部加工来完成。

传统的机器排序模型的关注点仅在于如何将工件分配给有限的机器资源上进行加工;而本文研究了集成排序,同时考虑了工件运输因素。关于集成排序,很多文献对一系列的模型进行了研究,比如工件由机器加工完成后配送到客户。其中有一个通常的假设:完工的工件分批配送给客户,配送费用取决于如何分批[8-15]。还有一类文章研究了流水作业间的协同问题,即工件加工的 2 个阶段处于不同的地理位置,在第一阶段加工完后应配送至第二阶段继续加工[16-17]。

2008 年 Qi[18]研究了制造商和外包商都具有单机时的情形,给出了问题的动态规划算法并分析算法复杂性;Chen 与 Li[2]和 Lee 与 Sung[19]研究了工件外包时其完工时间固定的情形,这样就不用考虑外包工件的加工工序,可以直接考虑配送方案;2011 年 Qi[20]又研究了两阶段流水作业的情形,外包工件加工完后运回制造商进行

* **收稿日期**:2012-11-20　**修回日期**:2012-12-05　**网络出版时间**:2013-09-17　17:38
资助项目:国家自然科学基金(No. 11071142);山东省自然科学基金(No. ZR2010AM034)
作者简介:陈立忠,男,硕士研究生,研究方向为组合优化和供应链排序,E-mail:lizhong8729@126. com;**通讯作者**:张玉忠,E-mail:yuzhongrz@163. com
网络出版地址:http://www. cnki. net/kcms/detail/50. 1165. N. 20130917. 1738. 201305. 21_001. html

第二阶段的加工,目标函数为极小化最大完工时间以及外包费用之和;2011年Choi和Chung[21]同样研究了两阶段流水作业问题。本文在文献[18]的基础上研究了制造商具有多台平行机的环境,对总完工时间、最大延迟以及总误工数问题给出了动态规划算法并分析了算法复杂性。

1 问题描述

假设有n个工件需要在m台平行机上进行加工,对于每个工件J_j都有一个加工时间p_j和工期d_j。所有的工件均可在零时刻进行加工,并且加工不允许中断,只需在一台平行机上加工即可。为了使工件尽可能地早的完工,考虑制造商可以选择将一些工件进行外包加工,并且假设外包商具有单台加工机器。外包的同时将会产生一些新的概念,比如外包费用、运输延迟以及运输费用。

如果工件J_j进行外包,那么它在外包商处的加工时间为αp_j,其中α代表不同的机器速度。同时,外包工件也会产生一个额外的费用βp_j,它是加工时间的一个比例函数。这个费用就称为外包费用,即制造商需要支付给外包商的费用。

在大多数情况下,外包商并不和制造商的工厂在同一位置,而是相距一定的距离;并且只有当外包的工件从外包商回到原工厂时,才认为工件完成了加工。因此,当工件在外包商处加工完成后,由于运输可能会引起一个τ单位时间的延迟,也可称τ为工件从制造商到工厂的运输时间。

外包的同时,在外包工件运输过程中同样会产生运输费用。为了尽可能地减少运输费用,可以将加工完成的外包工件进行分批运输到制造商,每批的费用为一个常数K。如果一批包含了多个工件,那么在这一批中先完成的工件需要进行等待,直到最后一个工件加工完成后再进行运输。

在研究带外包的供应链问题时,目标函数一般包含工件的完工时间(排序费用)、外包费用和运输费用3部分。因此本文主要研究以下几部分:1)哪些工件需要被外包商进行加工;2)制造商处的工件如何进行加工;3)怎样安排外包商的工件进行加工;4)如何安排外包工件进行分批运输以减少费用。只有合理地解决了上述4项决策,目标才算完成。需要注意的是尽管外包工件的加工顺序是由外包商来决定的,仍需要为外包商设计一个排序以至于对所有n个工件它是最优的,这时可以引导外包商沿着给定的顺序进行加工和配送。

在本文中需要用到的符号:P_m表示m台平行机;N表示工件集合,其中$N=\{1,2,\cdots,n\}$;J_j表示工件j;p_j表示工件J_j的加工时间;$P_j=\sum\limits_{i=1}^{j}p_i$则为前$j$个工件的加工时间之和;$P=P_n$;$d_j$指工件$J_j$的交货期,即工件应该结束的时刻;$\alpha p_j$即为若工件$J_j$进行外包,在外包商处的加工时间;$\beta p_j$为工件$J_j$的外包费用;$\tau$为工件从外包商到制造商处的运输时间;$K$表示从外包商到制造商处每批工件的运输费用;$C_j$表示工件$J_j$的完工时间,若工件外包则为到达制造商处的时间;$\sum C_j$表示工件的总完工时间;$L_j=C_j-d_j$为工件$J_j$的延迟时间;$L_{\max}=\max\{L_j,j=1,2,\cdots,n\}$表示工件的最大延迟时间;$T_j=\max\{L_j,0\}$指工件$J_j$的延误;$T_{\max}=\max\{T_j\}$指工件的最大延误;$U_j=\begin{cases}0,\text{若 } T_j\leqslant 0\\1,\text{若 } T_j>0\end{cases}$则为误工计数;$\sum U_j$为总的误工工件数。

用经典三参数法,该问题可以表示为$P_m+1||f$。其中P_m表示制造商的加工环境为m台平行机;“1”表示有一个外包商且外包商的加工环境为单机;f则表示所要求的目标函数。对于目标函数f,需要极小化2个不同的部分;第一部分是工件完工时间的函数,第二部分指外包费用和运输费用。由于每个情形都考虑外包和运输费用且表达方式相同,所以为了更简单地描述问题,只在目标函数f中具体地指明第一部分。例如,对于问题$P_m+1||\sum C_j$,极小化的是总完工时间以及工件的外包费用、运输费用之和。本文共讨论3种通常意义下的排序目标函数,分别为总完工时间、最大延迟以及总误工数。通过上面的说明,所讨论的问题可以具体表示为:$P_m+1||f,\ f\in\left\{\sum C_j,L_{\max},\sum U_j\right\}$。容易得到下面的引理。

引理1 对于任一问题$P_m+1||f$存在最优序满足:1)在制造商和外包商处加工时,机器不存在空闲时间直到所有的工件加工完成;2)外包商每批工件的配送一定发生在某个工件的完工时间处。

引理2 对于问题$P_m+1||L_{\max}$和$P_m+1||\sum U_j$,至少为一般意义下的NP-难。

证明 由于当不存在运输费用以及运输时间时,即$K=\tau=0$时,问题转化为传统的平行机排序,此时显然为NP的,则所要研究的问题至少为一般意义下的NP-难。 证毕

在下面的研究过程中,只针对制造商的加工环境为2台平行机的情况,不难发现,本文所给出的算法可以推广到任意一个机器台数为常数的问题上。

2 最优算法

2.1 极小化总完工时间的伪多项式算法

首先研究问题 $P_2+1 || \sum C_j$,在这一部分假设所有的工件满足 SPT 序,即 $p_1 \leqslant p_2 \leqslant \cdots \leqslant p_n$。因此可以得出下面的定理。

定理 1　对于问题 $P_2+1 || \sum C_j$,存在最优序使得在制造商和外包商的机器上,工件均按 SPT 序进行加工。

证明　设存在一个最优序 π 不满足定理的条件。对于制造商处的 2 台机器,可以看做传统的平行机排序问题,如果存在某个机器上的工件加工顺序不满足 SPT 序,容易通过交换法进行证明。现在假设外包商的机器上存在 2 个相邻的工件 J_i 和 J_j,使得 J_i 在 J_j 的前面进行加工且 $p_i > p_j$。如果 2 个工件在同一批中运输,易知它们的加工顺序不影响目标函数值,所以可以对它们重新按 SPT 序进行排序不改变目标值。而如果 J_i 和 J_j 不在一批中运输,此时由于运输批无容量限制,交换 J_i 和 J_j 的加工顺序,记新排序为 π'。设 J_i 和 J_j 的配送时间分别为 t_i 和 t_j,交换后的配送时间为 t_i' 和 t_j',原来 J_i 所在批中的工件完工时间均减少 $p_i - p_j$,J_j 所在批的工件完工时间不变。

$$f(\pi') - f(\pi) \leqslant (C_i' + C_j') - (C_i + C_j) = (t_j + t_i + p_j - p_i) - (t_j + t_i) = p_j - p_i < 0$$

因此 π' 为最优序,与 π 为最优序矛盾。　证毕

基于定理 1,按照 SPT 序的性质,构造动态规划算法来解决问题 $P_2+1 || \sum C_j$。

算法 1　考虑工件 $1,2,\cdots,j$,定义状态变量 (j,t_1,t_2,h),其中:1) 在制造商处,第一台机器和第二台机器的总加工时间分别为 t_1 和 t_2,外包商的总加工时间为 $\alpha(P_j - t_1 - t_2)$;2) 外包商最后一批配送的工件个数为 h;变量满足 $j=1,2,\cdots,n$,$t_1=0,1,\cdots,P_j$,$t_2=0,1,\cdots,P_j$,$h=0,1,\cdots,j$。

记 $f(j,t_1,t_2,h)$ 为由状态 (j,t_1,t_2,h) 描述的部分序的最小费用。由定理 1 知,在这个部分序中,工件 j 要么在制造商中的某一台机器上最后一个加工,要么在外包商处最后一个加工和配送。如果工件 j 由制造商自己加工,那么它对目标函数的贡献取决于它所在机器的总加工时间;如果工件 j 进行外包,对目标函数将会产生外包费用和运输延迟。

当 $h>1$ 时,迭代形式可以表示如下

$$f(j,t_1,t_2,h) = \min \begin{cases} f(j-1,t_1-p_j,t_2,h)+t_1 \\ f(j-1,t_1,t_2-p_j,h)+t_2 \\ f(j-1,t_1,t_2,h-1)+(\alpha(P_j-t_1-t_2)+\tau)+\alpha(h-1)p_j+\beta p_j \end{cases} \tag{1}$$

其中第一项表示工件 j 在制造商的第一台机器上进行加工;第二项表示工件 j 在制造商的第二台机器上进行加工;最后一项表示对工件 j 进行外包,由于 $h>1$,所以增加工件 j 时将会使同一批中的 $h-1$ 个工件的完工时间均顺延 αp_j 个单位,$\alpha(P_j-t_1-t_2)+\tau$ 表示工件 j 的完工时间,βp_j 表示工件 j 的外包费用。

当 $h=1$ 时,若工件 j 进行外包,则工件 j 和之前的所有工件均不在同一批里面,在这种情况下将会产生一批的运输费用 K。因此得到

$$f(j,t_1,t_2,1) = \min \begin{cases} f(j-1,t_1-p_j,t_2,1)+t_1 \\ f(j-1,t_1,t_2-p_j,1)+t_2 \\ \min\limits_{0\leqslant h'\leqslant j-1}\{f(j-1,t_1,t_2,h')\}+(\alpha(P_j-t_1-t_2)+\tau)+K+\beta p_j \end{cases} \tag{2}$$

这种情况和 $h>1$ 时相比,当工件 j 由制造商加工时完全一样,不同的是当工件 j 进行外包加工的情形,此时将会产生运输费用 K,$\min\limits_{0\leqslant h'\leqslant j-1}\{f(j-1,m,t_1,t_2,h')\}$ 为前一状态的最优值。

当 $h=0$ 时,所有的工件均不外包,此时有

$$f(j,t_1,t_2,0) = \min \begin{cases} f(j-1,t_1-p_j,t_2,0)+t_1 \\ f(j-1,t_1,t_2-p_j,0)+t_2 \end{cases} \tag{3}$$

下面分析问题的初始状态 $f(1,t_1,t_2,h) = \begin{cases} (\alpha p_1+\tau)+\beta p_1+K, h=1, t_1=t_2=0 \\ p_1, t_1=p_1, h=t_2=0 \text{ 或 } t_2=p_1, h=t_1=0 \\ +\infty, \text{其它} \end{cases}$,则问题的最优形式为 $\min\limits_{t_1,t_2,h}\{f(n,t_1,t_2,h) \mid t_1,t_2=0,1,\cdots,P; h=0,1,\cdots,n\}$。

定理 2 对于问题 $P_2+1||\sum C_j$，可以利用算法 1 在 $O(n^2P^2)$时间内得到最优解。

证明 由于当 $h>1$ 时，$j=1,2,\cdots,n,t_1=0,1,\cdots,P_j,t_2=0,1,\cdots,P_j,h=2,\cdots,j$，状态$(j,t_1,t_2,h)$共有 $O(n^2P^2)$个，而每一个状态只需常数次计算；当 $h=1$ 时，状态$(j,t_1,t_2,1)$共有 $O(nP^2)$个，而每个状态需要计算 $O(n)$次；当 $h=0$ 时，状态$(j,t_1,t_2,0)$共有 $O(nP^2)$个，且每个状态只需计算常数次；综上所述，算法 1 的时间复杂性为 $O(n^2P^2)$，为伪多项式时间算法。 证毕

2.2 极小化最大延迟的最优算法

现在研究目标函数为极小化外包费用、运输费用以及最大延迟之和的问题 $P_2+1||L_{\max}$，其中 $L_{\max}=\max\limits_j\{L_j\}=\max\limits_j\{C_j-d_j\}$。在这一部分假设 $d_1\leqslant d_2\leqslant\cdots\leqslant d_n$。

定理 3 对于问题 $P_2+1||L_{\max}$，存在最优序使得在制造商的每台机器和外包商的机器上工件均按 EDD 序进行加工。

证明 假设问题存在最优序，记为 π。若在制造商的某个机器上存在工件 J_i 和 J_j 不满足 EDD 序，则可将 J_i 和 J_j 的顺序交换，容易证得 $L_{\max}$不增加。下面假设在外包商处存在 2 个相邻的工件 J_i 和 J_j 不满足 EDD 序，即工件 J_i 在 J_j 的前面加工且 $d_i>d_j$。如果工件 J_i 和 J_j 在同一批运输，此时交换 J_i 和 J_j 对目标函数没有影响。若工件 J_i 和 J_j 不在一批运输，分别假设运输时刻为 t_i 和 t_j；此时将工件 J_i 放在 J_j 的后面进行一批加工，称新排序为 π'。新排序 π'中 J_i 和 J_j 的配送时刻均为 t_j，在排序 π 中和 J_j 在同一批的工件延迟不变，而和 J_i 在同一批的工件延迟减小。

$$L_i=t_i-d_i,L_j=t_j-d_j,L_i'=t_j-d_i,L_j'=t_j-d_j$$

由于 $d_i>d_j$，显然 $L_j\geqslant\max\{L_i',L_j'\}$，所以 $L_{\max}'\leqslant L_{\max}$，与 π 为最优序矛盾。 证毕

基于 EDD 性质的最优性，首先将工件按 EDD 序进行重新排序，然后运用动态规划的技巧构造问题 $P_2+1||L_{\max}$的最优算法。

算法 2 对于工件 $j=1,2,\cdots,n,t_1=0,1,\cdots,P_j,t_2=0,1,\cdots,P_j,t=P_j-t_1-t_2,\cdots,P,h=0,1,\cdots,j$，定义状态变量$(j,t_1,t_2,t,h)$满足：1) 已经安排加工、配送的工件为 $1,2,\cdots,j$；2) 制造商在第一台机器上的总加工时间为 t_1；3) 制造商在第二台机器上的总加工时间为 t_2；4) 外包商最后一批的配送时间为 αt；5) 外包工件共需要配送 h 批。对于所有由(j,t_1,t_2,t,h)定义的子排序，记 $L(j,t_1,t_2,t,h)$为满足上述条件的最小 $L_{\max}$，则可以有下面的迭代表达式。当 $h\geqslant1$ 时，有

$$L(j,t_1,t_2,t,h)=\min\begin{cases}\max\{L(j-1,t_1-p_j,t_2,t,h),t_1-d_j\}\\\max\{L(j-1,t_1,t_2-p_j,t,h),t_2-d_j\}\\\max\begin{cases}\alpha t+\tau-d_j\\\min\begin{cases}L(j-1,t_1,t_2,t,h)\\L(j-1,t_1,t_2,P_{j-1}-t_1-t_2,h-1)\end{cases}\end{cases}\end{cases}\tag{4}$$

其中第一项表示工件 j 在制造商的第一台机器上加工时的迭代；第二项表示工件 j 在制造商的第二台机器上加工时的迭代；而第三项表示工件 j 在外包商处加工，并且有 2 种情况，工件 j 是单独一批配送还是和前面的工件组成一批进行配送。当 $h=0$ 时，$L(j,t_1,t_2,0,0)=\min\begin{cases}\max\{L(j-1,t_1-p_j,t_2,0,0),t_1-d_j\}\\\max\{L(j-1,t_1,t_2-p_j,0,0),t_2-d_j\}\end{cases}$；初始条件为：$L(1,t_1,t_2,t,h)=\begin{cases}p_1-d_1,\text{若 } t_1=p_1,t_2=t=h=0 \text{ 或 } t_2=p_1,t_1=t=h=0\\\alpha t+\tau-d_1,\text{若 } t_1=t_2=0,t\geqslant p_1,h=1\\+\infty,\text{其它}\end{cases}$；问题的最优形式：$\min\limits_{t_1,t_2,h}\{L(n,t_1,t_2,P_n-t_1-t_2,h)+\beta(P_n-t_1-t_2)+hK\mid t_1,t_2=0,1,\cdots,P;h=0,1,\cdots,n\}$。

定理 4 算法 2 给出了问题 $P_2+1||L_{\max}$的最优排序，其时间复杂性为 $O(n^2P^3)$。

证明 由于当 $h\geqslant1$ 时，$j=1,2,\cdots,n,t_1=0,1,\cdots,P_j,t_2=0,1,\cdots,P_j,t=0,1,\cdots,P_j,h=1,\cdots,j$，所以状态$(j,t_1,t_2,t,h)$共有 $O(n^2P^3)$个，而每一个状态仅需计算常数次；当 $h=0$ 时，状态$(j,t_1,t_2,0,0)$共有 $O(nP^2)$个，每个状态需要计算常数次。综上所述，算法 2 的时间复杂性为 $O(n^2P^3)$，为伪多项式算法。因此问题 $P_2+1||L_{\max}$一般意义下是 NP-难的。 证毕

2.3 极小化总误工数的最优算法

最后讨论目标函数为外包费用、运输费用以及总误工数之和的问题 $P_2+1||\sum U_j$，在这一部分仍然假设

工件满足 EDD 序，即 $d_1 \leqslant d_2 \leqslant \cdots \leqslant d_n$。

定理 5 对于问题 $P_2+1 \mid\mid \sum U_j$，存在最优序使得在制造商和外包商的每台机器上按时完工的工件均按 EDD 序进行加工，并且所有误工的工件均在制造商处待所有按时完工工件加工完之后再进行加工。

证明 EDD 性质的证明和定理 3 的方法类似，在此省略。误工工件不进行外包是为了尽可能地节省外包费用以及运输费用。 证毕

基于 EDD 性质的最优性，首先将工件按工期的非减序进行重新排序，然后构造问题 $P_2+1 \mid\mid \sum U_j$ 的最优动态规划算法。

算法 3 对于 $j=1,2,\cdots,n, t_1=0,1,\cdots,P_j, t_2=0,1,\cdots,P_j, t_3=0,1,\cdots,P_j, t=t_3,t_3+1,\cdots,P$，定义状态变量 (j,t_1,t_2,t_3,t) 满足：1）到目前共安排加工工件 $1,2,\cdots,j$；2）制造商第一台机器上按时完工工件的总加工时间为 t_1；3）制造商第二台机器上按时完工工件的总加工时间为 t_2；4）外包商按时完工工件的总加工时间为 αt_3；5）外包商最后一个按时完工工件的配送时间为 αt。对于所有由状态 (j,t_1,t_2,t_3,t) 定义的子排序，用 $V(j,t_1,t_2,t_3,t)$ 表示状态 (j,t_1,t_2,t_3,t) 下的最小目标函数值。$V^0(j,t_1,t_2,t_3,t)$ 表示工件 j 外包时的最优值，$V^I(j,t_1,t_2,t_3,t)$ 表示工件 j 由制造商进行加工并按时完成的最优值，$V^T(j,t_1,t_2,t_3,t)$ 表示工件 j 误工时的最优目标函数值。显然 $V(j,t_1,t_2,t_3,t)=\min\{V^0(j,t_1,t_2,t_3,t), V^I(j,t_1,t_2,t_3,t), V^T(j,t_1,t_2,t_3,t)\}$，因此有下面的迭代。

对于 $V^0(j,t_1,t_2,t_3,t)$，如果 $\alpha t+\tau \leqslant d_j$，则 $V^0(j,t_1,t_2,t_3,t)=\min\begin{cases}V(j-1,t_1,t_2,t_3-p_j,t)+\beta p_j \\ V(j-1,t_1,t_2,t_3-p_j,t_3-p_j)+\beta p_j+K\end{cases}$；

如果 $\alpha t+\tau > d_j$，记 $V^0(j,t_1,t_2,t_3,t)=+\infty$。对于 $V^I(j,t_1,t_2,t_3,t)$，如果 $d_j \geqslant \min\{t_1,t_2\}$，则

$$V^I(j,t_1,t_2,t_3,t)=\begin{cases}\min\begin{cases}V(j-1,t_1-p_j,t_2,t_3,t) \\ V(j-1,t_1,t_2-p_j,t_3,t)\end{cases}, \text{如果 } d_j \geqslant \max\{t_1,t_2\} \\ V(j-1,t_1-p_j,t_2,t_3,t), \text{如果 } t_1 \leqslant d_j < t_2 \\ V(j-1,t_1,t_2-p_j,t_3,t), \text{如果 } t_2 \leqslant d_j < t_1\end{cases}$$

如果 $d_j < \min\{t_1,t_2\}$，则 $V^I(j,t_1,t_2,t_3,t)=+\infty$。

对于 $V^T(j,t_1,t_2,t_3,t)$，则有 $V^T(j,t_1,t_2,t_3,t)=V^T(j-1,t_1,t_2,t_3,t)+1$。

下面给出初始化状态：$V(1,t_1,t_2,t_3,t)=\begin{cases}0, \text{若 } t_1=p_1, t_2=t_3=t=0, p_1 \leqslant d_1 \\ 0, \text{若 } t_2=p_1, t_1=t_3=t=0, p_1 \leqslant d_1 \\ K+\beta p_1, \text{若 } t_1=t_2=0, t_3=p_1, \alpha t+\tau \leqslant d_1 \\ 1, \text{若 } t_1=t_2=t_3=t=0 \\ +\infty, \text{其它}\end{cases}$，问题的最优形式为 $\min\limits_{t_1,t_2,t_3}\{V(n,t_1,t_2,t_3,t_3) \mid t_1,t_2,t_3=0,1,\cdots,P_n\}$。

定理 6 算法 3 给出了问题 $P_2+1 \mid\mid \sum U_j$ 的最优序，其时间复杂性为 $O(nP^4)$。

证明 由于 $j=1,2,\cdots,n, t_1=0,1,\cdots,P_j, t_2=0,1,\cdots,P_j, t_3=0,1,\cdots,P_j, t=0,1,\cdots,P_j$，所以状态 (j,t_1,t_2,t_3,t) 有 $O(nP^4)$ 个，而对于每一个状态，$V^0(j,t_1,t_2,t_3,t)$、$V^I(j,t_1,t_2,t_3,t)$、$V^T(j,t_1,t_2,t_3,t)$ 的计算次数均为常数次，因此算法 3 的复杂性为 $O(nP^4)$，为伪多项式算法，故问题 $O(nP^4)$ 在一般意义下是 NP-难的。 证毕

3 结论

本文研究了几个可以外包的供应链排序模型，其目标函数中均包含了外包费用和运输费用。为了更好地减少运输费用，采用分批运输的模式。对于所研究的几个问题，运用动态规划的技巧均给出了伪多项式时间算法，并分析了算法的时间复杂性。

参考文献：

[1] Chung D, Lee K, Shin K, et al. A new approach to job shop scheduling problems with due date constraints considering operation subcontracts[J]. International Journal of Production Economics, 2005, 98(2): 238-250.

[2] Chen Z L, Li C L. Scheduling with subcontracting options [J]. IIE Transactions, 2008, 40(12): 1171-1184.

[3] Cai X, Lee C Y, Vairaktarakis G L. Optimization of processing and delivery decisions involving third-party ma-

chines[J]. Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, 2005, 63(5/6/7): 2269-2278.

[4] Atamturk A, Hochbaum D S. Capacity acquisition, subcontracting, and lot sizing[J]. Management Science, 2001, 47(8): 1081-1100.

[5] Bradley J R. A Brownian approximation of a production-inventory system with a manufacturer that subcontracts[J]. Operation Research, 2004, 52(5): 765-784.

[6] Van Mieghem J A. Coordinating investment, production, and sub-contracting[J]. Management Science, 1999, 45(7): 954-971.

[7] Yang J, Qi X, Xia Y. A production-inventory system with Markovian capacity and outsourcing option[J]. Operation Research, 2005, 53(2): 328-349.

[8] Chang Y C, Lee C Y. Machine scheduling with job delivery coordination[J]. European Journal of Operation Research, 2004, 158(2): 470-487.

[9] Chen Z L. Scheduling and common due date assignment with earliness-tardiness penalties and batch delivery costs [J]. European Journal of Operation Research, 1996, 93(1): 49-60.

[10] Chen Z L, Vairaktarakis G L. Integrated scheduling of production and distribution operations[J]. Management Science, 2005, 51(4): 614-628.

[11] Cheng T C E, Gordon V S, Kovalyov M Y. Single machine scheduling with batch deliveries[J]. European Journal of Operation Research, 1996, 94(2): 277-283.

[12] Hall N G, Potts C N. The coordination of scheduling and batch deliveries[J]. Annals of Operations Research, 2005, 135(1): 41-64.

[13] Herrmann J W, Lee C Y. On scheduling to minimize earliness-tardiness and batch delivery costs with a common due-date[J]. European Journal of Operation Research, 1993, 70(3): 272-288.

[14] Li C L, Vairaktarakis G, Lee C Y. Machine scheduling with deliveries to two customer locations[J]. European Journal of Operation Research, 2005, 164(1): 39-51.

[15] Wang H, Lee C Y. Production and transport logistics scheduling with two transport mode choices[J]. Naval Research Logistics, 2005, 52(8): 796-809.

[16] Cheng T C E, Kovalyov M Y. Single supplier scheduling for multiple deliveries[J]. Annals of Operations Research, 2001, 107(1/2/3/4): 51-63.

[17] Hall N G, Potts C N. Supply chain scheduling: batching and delivery[J]. Operations Research, 2003, 51(4): 566-584.

[18] Qi X T. Coordinated logistics scheduling for in-house production and outsourcing[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2008, 5(1): 188-192.

[19] Lee I S, Sung C S. Single machine scheduling with outsourcing allowed[J]. International Journal of Production Economics, 2008, 111(2): 623-634.

[20] Qi X T. Outsourcing and production scheduling for a two-stage flow shop[J]. International Journal of Production Economics, 2011, 129(1): 43-50.

[21] Choi B C, Chung J. Two-machine flow shop scheduling problem with an outsourcing option[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 213(1): 66-72.

Operations Research and Cybernetics

The Outsourcing Problem in Supply Chain Scheduling

CHEN Li-zhong, YANG Dong, ZHANG Yu-zhong

(School of Management, Qufu Normal University, Rizhao Shandong 276826, China)

Abstract: In this paper, in order to combine the supply chain scheduling with real life to reflect its application value, we study the model of supply chain scheduling with outsourcing. Outsourcing is a phenomenon in which manufacture chooses some jobs to be processed by other manufactures in order to improve the efficiency and save the total cost. All jobs can be either processed by the manufacture in-house or subcontracted to a subcontractor, and when the outsourced jobs had been processed, they must be transported to manufacture. In our model, there is one manufacture and one subcontractor, the manufacture has m machines and the subcontractor has only one machine. So, the outsourcing costs, transportation delay and transportation costs should be taken into consideration. What we must do is to determine what jobs to be subcontracted and the order of job processing and the transportation of outsourcing jobs. With this problem, we analyze the situations when the objective is total completion time, maximum lateness and the number of tardy jobs respectively. Then we analyze the computational complexity of the model, and adopt the technique of dynamic programming to give their optimal algorithms.

Key words: supply chain scheduling; outsourcing; dynamic programming; optimal algorithm; computational complexity

(责任编辑　黄　颖)