运筹学与控制论

DOI:10.11721/cqnuj20140202

带有拒绝工件和机器具有不可用区间的单机排序问题*

赵升华，罗成新
(沈阳师范大学 数学与系统科学学院，沈阳 110034)

摘要:本文考虑带有拒绝工件和机器具有不可用区间的单机排序问题。目标是最小化被接受工件的特定加权总完工时间与被拒绝工件总费用的和。工件有不同的释放时间和权，权等于它们的加工时间。这个问题是一般 NP-难的。为了能在较少的运行时间内得到该问题较好的近似解，利用削减状态空间的方法得到了一个全多项式时间近似方案(FPTAS)，该 FPTAS 是一个具有强多项式运行时间的较优近似方案，其时间复杂性为 $O(n^3/\varepsilon^2)$，其中 n 为输入工件的个数，ε 是误差界。

关键词:释放时间;拒绝工件;不可用区间;特定加权流时间;全多项式近似方案

中图分类号:O223　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2014)02-0005-05

经典的排序问题要求工件都必须进行加工，然而在实际生活中由于工件本身和其它原因工件可以不加工。例如，某一工件的加工时间非常大或加工该工件所需费用高，则可以通过支付一定的费用并送到外边“外加工”，此类问题称为工件可拒绝的排序问题。需要研究如何选择工件被接受或拒绝，及确定接受工件的最优排序从而使目标函数最优。Zhang 等[1]研究了带有释放时间和拒绝的单机排序问题，目标函数是最小化最大完工时间，这个问题是一般 NP-难的，给出了一个全多项式时间近似方案(FPTAS)，其时间复杂性为 $O(n^3/\varepsilon)$。Shabtay 等[2]研究了带有拒绝和位置权函数的单机排序问题，目标函数是最小化接受工件集和拒绝工件集产生的总费用。Lu 等[3]讨论了工件可拒绝的单机排序问题，目标函数是最小化接受工件的最大完工时间和拒绝工件的费用。Gerstl 和 Mosheiov[4]研究了工件的加工时间与位置有关，工件可拒绝的平行机排序问题。Cheng 和 Sun[5]研究了带有线性退化和拒绝工件的单机排序问题，目标函数是最小化最大完工时间，加权总完工时间以及拒绝工件集的最大误工费用。Li 和 Yuan[6]研究了带有退化效应和拒绝的平行机排序问题，其中工件的加工时间是与开工时间有关的线性非减函数，目标为最小化被接受工件的最大完工时间与被拒绝工件总费用之和。

在加工工件过程中，通常会因为机器故障等其它原因造成机器在某一时间段内不可用。由于该问题的实用性，带有不可用区间的排序问题得到了越来越多人的关注。Kacem[7]研究了带有不可用区间的单机排序问题，每个工件有不同的尾，目标函数是最小化最大完工时间，利用削减状态空间方法得到了一个全多项式时间近似方案，其时间复杂性为 $O(n^3/\varepsilon^2)$。Kacem 和 Kellerer[8]研究了带有释放时间和不可用区间的单机排序问题，每个工件有不同的权，其中权等于它们各自的加工时间，目标函数是最小化特定加权总完工时间。并提出了一个全多项式时间近似方案，其时间复杂性为 $O(n^3/\varepsilon^2)$。文献[9]研究了总的加权延误问题。带有不可用区间的排序问题在文献[10−16]中得到了研究。

本文考虑的是机器带有不可用区间且工件可拒绝的单机排序问题。每个工件有不同的释放时间和权。一般情况下，权只与工件自身有关，而本文考虑的权与工件的加工时间有关，特定的权等于工件的加工时间。目标是最小化接受工件的特定加权总完工时间与被拒绝工件总费用的和。对该问题利用削减状态空间方法给出了一个全多项式时间近似方案，其时间复杂性为 $O(n^3/\varepsilon^2)$。

1 问题描述

设有 n 个独立的工件组成集合 $J=\{1,2,\cdots,n\}$ 要在一台机器上加工，机器一次只能加工一个工件，任务加工

* **收稿日期**:2013-03-18　　**修回日期**:2013-05-17　　**网络出版时间**:2014-03-10 19:23
资助项目:国家自然科学基金(No. 11171050)
作者简介:赵升华，女，研究方向为排序理论，E-mail: 53510809@qq.com;**通讯作者**:罗成新，E-mail:luochengxin@163.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20140310.1923.002.html

不允许中断，$[T_1, T_2]$ 为不可用区间，即在此区间内机器不能加工工件。p_j 表示第 j 个工件的加工时间，每个工件有不同的释放时间和权，权等于它的加工时间，r_j 为第 j 个工件的释放时间，C_j 表示第 j 个接受工件的完工时间，$w_j>0$ 表示工件被拒绝时承担的费用，即若工件 J_j 被拒绝，则厂家必须支付拒绝费用 w_j。不失一般性，假设所有数据都是整数，将工件按 SRT 规则(最小到达时间优先)排列，即 $r_1 \leqslant r_2 \leqslant \cdots \leqslant r_n$。假设 $r_j+p_j \leqslant T_1(j=1,2,\cdots,n)$，$r_j<r_1+\sum_{i=1}^{j-1} p_i(j=2,3,\cdots,n)$。本文考虑所有的工件不能在 T_1 之前加完工。目标是使函数 $\varphi(Q)=\sum_{J_j \in A} p_j C_j+\sum_{J_j \in R} w_j$ 最小，h_1 表示不可用区间，其中 $\varphi^*(Q)$ 表示问题 Q 的最优目标值，R 为被拒绝工件集，A 为接受加工工件集。使用三参数[14]表示法可将问题表示为 $1, h_1 \mid r_j, recj \mid \sum_{J_j \in A} p_j C_j+\sum_{J_j \in R} w_j$。

利用动态规划算法 B 得到该问题的最优解，算法 B 中每次迭代得到一些状态向量，VS_k 表示第 k 次迭代时产生的状态向量组成的集合。VS_k 中每一个状态向量 $[t, v, f+C]$ 都对应前 k 个接受工件的一个可行排序，其中 t 表示排在 T_1 之前的最后一个工件的完工时间，f 表示被接受工件的特定加权总完工时间，C 表示被拒绝工件的总费用，v 表示排在 T_2 之后工件总的加工时间。

2 近似算法

首先给出一个动态规划算法 B。此动态规划算法考虑工件被接受和工件被拒绝 2 种情形。对于接受工件，如果可以在 T_1 之前加工完，则排在 T_1 之前加工，否则排在 T_2 之后加工。

算法 B　第 1 步，令 $VS_1=\{[r_1+p_1, 0, p_1(r_1+p_1)+0],[0, p_1, p_1(T_2+p_1)+0],[0,0,0+w_1]\}$。

第 2 步，对于每次迭代 $k \in\{2,3, \cdots, n\}$，由 VS_{k-1} 中的每一个向量 $[t, v, f+C]$ 按下述方法构造 VS_k。1)若 J_k 被接受：如果 $\max\{r_k, t\}+p_k>T_1$，则将 $[t, v+p_k, f+p_k(T_2+v+p_k)+C]$ 加入 VS_k 中；如果 $\max\{r_k, t\}+p_k \leqslant T_1$，则将 $[\max\{r_k, t\}+p_k, v, f+p_k(\max\{r_k, t\}+p_k)+C]$ 加入 VS_k 中。2)若 J_k 被拒绝，则将$[t, v, f+C+w_k]$加入 VS_k 中。删除 VS_{k-1}。

第 3 步，$\varphi^*(Q)=\min_{[t, v, f+C] \in VS_n}\{f+C\}$。

记 L_1 表示排在 T_2 之后工件总的加工时间上界，L_2 表示被接受工件的特定加权总完工时间与被拒绝工件总费用和的上界。假设对于每一个向量 $[t, v, f+C] \in VS_k$，均有 $v \leqslant L_1$，$f+C \leqslant L_2$，当 $t, v, f+C$ 为整数时，最多用 $T_1 L_1 L_2$ 个状态向量去构造 VS_k，算法 B 的时间复杂性与 $\sum_{j=1}^n\left|VS_k\right|$ 成正比，则算法 B 的运算时间一定以$O(nT_1 L_1 L_2)$ 为界。而通过在每次迭代中，对于状态 $[t, v, f+C]$ 取最小的 $f+C$ 值可使算法的时间复杂性减少为 $O(nT_1 L_1)$。

下面先给出这个问题的一个 4-因子近似算法 H，利用这个上界给出一个 FPTAS。构造 4-因子近似算法的具体思想是对问题 $1, h_1 \mid r_j \mid \sum p_j C_j$ 所给出的一个 2-因子近似算法[8]进行了改进。具体算法如下。

算法 H　第 1 步，令 $l=0$，$N(l)=\{1,2, \cdots, n\}$，$S(l)=\varnothing$，$T(l)=T_1$。

第 2 步，对于工件集 $N(l)$ 中的工件按 SRT 规则(即 $r_1 \leqslant r_2 \leqslant \cdots \leqslant r_n$)排列。不可用区间为 $[T(l), T_2]$，$s(l)$表示T_2 之后第一个被加工的工件，$M_1(l)$和 $M_2(l)$表示工件 $s(l)$之前和之后加工的工件集。通过合并排在 $N(l)$和 $S(l)$中的工件，对$\{1,2, \cdots, n\}$构造 一个排序 $\sigma(l)$。

第 3 步，如果 $r_{s(l)}+p_{s(l)} \leqslant T(l)$，加工工件 $s(l)$在时间区间 $[T(l)-p_{s(l)}, T(l)]$，$N(l+1)=N(l) \backslash\{s(l)\}$，$S(l+1)=S(l) \cup\{s(l)\}$，$T(l+1)=T(l)-p_{s(l)}$，$l=l+1$，返回第 2 步。否则转到第 4 步。

第 4 步，$\lambda_H(Q)=\min_{0 \leqslant h \leqslant l}\{\lambda_{\sigma(h)}(Q)\}$，$\lambda_{\sigma(h)}(Q)=\sum_{j \in \sigma(h)} p_j C_j$，将其对应的排序记为 π_H。

第 5 步，将第 4 步中得到的排序 π_H 中满足 $p_j C_j \leqslant w_j(j=1, \cdots, n)$ 的工件按原有顺序排在机器上进行加工记为 π_H'，将不满足条件的工件拒绝并将其放入 R 中，置 $\varphi_H(Q)=\sum_{J_j \in \pi_H'} p_j C_j+\sum_{J_j \in R} w_j$。

引理 1　算法 H 的运行时间为 $O(n^2)$。

注　算法 H 时间复杂性是结合参考文献[8]计算得来。

引理 2　由算法 H 得到的目标函数值 $\varphi_H(Q)$，满足 $\varphi_H(Q)\leqslant 4\varphi^*(Q)$。

证明　由算法 H 前 4 步得到的 λ_H 与问题 $1,h_1\mid r_j\mid \sum p_jC_j$ 的最优排序 $\pi^{*\prime}$ 对应的最优目标值 λ^* 满足 $\lambda_H\leqslant 2\lambda^*$。问题 $1,h_1\mid r_j,recj\mid \sum_{J_j\in A}p_jC_j+\sum_{J_j\in R}w_j$ 对应的最优排序 π^* 中被拒绝工件在 $\pi^{*\prime}$ 中也相应被拒绝，且放入 R'，并将剩下的被接受工件按 $\pi^{*\prime}$ 中原有的顺序排列，将其排列记为 $\pi^{*\prime\prime}$。则有

$$\lambda_H=\sum_{J_j\in\pi_H}p_jC_j=\sum_{J_j\in\pi_H'}p_jC_j+\sum_{J_j\in R}p_jC_j\geqslant\sum_{J_j\in\pi_H'}p_jC_j+\sum_{J_j\in R}w_j=\varphi_H(Q)$$

而

$$\lambda_H=\sum_{J_j\in\pi_H}p_jC_j\leqslant 2\lambda^*=2\Big(\sum_{J_j\in\pi^{*\prime}}p_jC_j\Big)=2\Big(\sum_{J_j\in\pi^{*\prime\prime}}p_jC_j+\sum_{J_j\in R'}p_jC_j\Big)\leqslant$$

$$2\Big(\sum_{J_j\in\pi^{*\prime\prime}}p_jC_j+\sum_{J_j\in R'}\max\{p_jC_j,w_j\}\Big)\leqslant 2(\varphi^*(Q)+\varphi^*(Q))=4\varphi^*(Q)$$

即 $\varphi_H(Q)\leqslant 4\varphi^*(Q)$。　　证毕

引理 3[8]　v^* 表示在最优排序中排在 T_2 之后工件的总的加工时间，满足 $v^*<\sqrt{2\varphi_H(Q)}$。

对于任意 $\varepsilon>0$，定义 $LB=\dfrac{\varphi_H(Q)}{4}$，$L_1=\sqrt{2\varphi_H(Q)}$，$L_2=\varphi_H(Q)$，$q_1=\left\lceil\dfrac{16n}{\varepsilon}\right\rceil$，$q_2=\left\lceil\dfrac{8n}{\varepsilon}\right\rceil$，$\beta=\dfrac{L_1}{q_1}$，$\gamma=\dfrac{L_2}{q_2}$。将矩形 $[0,L_1]\times[0,L_2]$ 中区间 $[0,L_1]$ 分割成 q_1 个长度为 β 的子区间 $I_a^1=[(a-1)\beta,a\beta]_{1\leqslant a\leqslant q_1}$，将区间 $[0,L_2]$ 分割成 q_2 个长度为 γ 的子区间 $I_b^2=[(b-1)\gamma,b\gamma]_{1\leqslant b\leqslant q_2}$，用算法 A_ε 中削减后向量集 $VS_k^\#$ 来取代向量集 VS_k。

算法 A_ε　第 1 步，令 $VS_1^\#=\{[r_1+p_1,0,p_1(r_1+p_1)+0],[0,p_1,p_1(T_2+p_1)+0],[0,0,0+w_1]\}$。

第 2 步，对于每次迭代 $k\in\{2,3,\cdots,n\}$，由 $VS_{k-1}^\#$ 中的每一个向量 $[t,v,f+C]$ 按下述方法构造 $VS_k^\#$。1）若 J_k 被接受。如果 $\max\{r_k,t\}+p_k>T_1$，则将 $[t,v+p_k,f+p_k(T_2+v+p_k)+C]$ 加入 $VS_k^\#$ 中；如果 $\max\{r_k,t\}+p_k\leqslant T_1$，则将 $[\max\{r_k,t\}+p_k,v,f+p_k(\max\{r_k,t\}+p_k)+C]$ 加入 $VS_k^\#$ 中。2）若 J_k 被拒绝，则将 $[t,v,f+C+w_k]$ 加入 $VS_k^\#$ 中。删除 $VS_{k-1}^\#$。若向量 $[t,v,f+C]_{a,b}$ 是 $VS_k^\#$ 中满足 $v\in I_a^1$，$f+C\in I_b^2$，t 值最小的状态向量(如果 t 值相同，取 $f+C$ 的最小值)，则令 $VS_k^\#=\{[t,v,f+C]_{a,b}\mid 1\leqslant a\leqslant q_1,1\leqslant b\leqslant q_2\}$。

第 3 步，$\varphi_{A_\varepsilon}(Q)=\min_{[t,v,f+C]\in VS_n^\#}\{f+C\}$。

引理 4　对任意的向量 $[t,v,f+C]\in VS_k$，总存在 $[t^\#,v^\#,f^\#+C^\#]\in VS_k^\#$，使得

$$t^\#\leqslant t,v^\#\leqslant v+k\beta,f^\#+C^\#\leqslant f+C+k\gamma+vn\beta$$

证明　用数学归纳法。当 $k=1$ 时，有 $VS_1=VS_1^\#$，引理显然成立。

假设 $(k-1)$ 次迭代时引理成立。则第 k 次迭代时，对于 $[t,v,f+C]\in VS_k$ 分如下 3 种情况加以证明。

1）$[t,v,f+C]=[\max\{r_k,t'\}+p_k,v',f'+p_k(\max\{r_k,t'\}+p_k)+C']$。由假设知对 $[t',v',f'+C']\in VS_{k-1}$，总存在 $[t'^\#,v'^\#,f'^\#+C'^\#]\in VS_{k-1}^\#$，使得 $t'^\#\leqslant t'$，$v'^\#\leqslant v'+(k-1)\beta$，$f'^\#+C'^\#\leqslant f'+C'+(k-1)\gamma+v'n\beta$，且 $[\max\{r_k,t'^\#\}+p_k,v'^\#,f'^\#+p_k(\max\{r_k,t'^\#\}+p_k)+C'^\#]\in VS_k^\#$，而该向量是算法 A_ε 在第 k 次迭代得到的，所以当削减向量集时它可能被删除，设 $[\theta_1,\theta_2,\theta_3+\theta_4]\in VS_k^\#$ 是与

$$[\max\{r_k,t'^\#\}+p_k,v'^\#,f'^\#+p_k(\max\{r_k,t'^\#\}+p_k)+C'^\#]$$

在同一矩形 $I_a^1\times I_b^2$ 中且保留在集合 $VS_k^\#$ 中的向量。则有

$$\theta_1\leqslant\max\{r_k,t'^\#\}+p_k\leqslant\max\{r_k,t'\}+p_k=t,\theta_2\leqslant v'^\#+\beta\leqslant v'+(k-1)\beta+\beta=v'+k\beta=v+k\beta$$

$$\theta_3+\theta_4\leqslant f'^\#+p_k(\max\{r_k,t'^\#\}+p_k)+C'^\#+\gamma\leqslant f'+C'+(k-1)\gamma+v'n\beta+p_k(\max\{r_k,t'\}+p_k)+\gamma=$$

$$f'+C'+v'n\beta+p_k(\max\{r_k,t'\}+p_k)+k\gamma=f+C+k\gamma+vn\beta$$

2）$[t,v,f+C]=[t',v'+p_k,f'+p_k(T_2+v'+p_k)+C']$。由假设知对于 $[t',v',f'+C']\in VS_{k-1}$，总存在 $[t'^\#,v'^\#,f'^\#+C'^\#]\in VS_{k-1}^\#$，使得 $t'^\#\leqslant t'$，$v'^\#\leqslant v'+(k-1)\beta$，$f'^\#+C'^\#\leqslant f'+C'+(k-1)\gamma+v'n\beta$，且 $[t'^\#,v'^\#+p_k,f'^\#+p_k(T_2+v'^\#+p_k)+C'^\#]\in VS_k^\#$，而该向量是算法 A_ε 在第 k 次迭代得到的，所以当削减向量集时它可能被删除，设 $[\theta_1',\theta_2',\theta_3'+\theta_4']\in VS_k^\#$ 是与 $[t'^\#,v'^\#+p_k,f'^\#+p_k(T_2+v'^\#+p_k)+C'^\#]$ 在同一矩形 $I_a^1\times I_b^2$ 中且保留在集合 $VS_k^\#$ 中的向量。则有

$$\theta_1'\leqslant t'^\#\leqslant t'=t,\theta_2'\leqslant v'^\#+p_k+\beta\leqslant v'+(k-1)\beta+p_k+\beta=v'+k\beta+p_k=v+k\beta$$

$$\theta_3'+\theta_4'\leqslant f'^{\#}+p_k(T_2+v'^{\#}+p_k)+C'^{\#}+\gamma\leqslant f'+C'+(k-1)\gamma+v'n\beta+p_k(T_2+v'+(k-1)\beta+p_k)+\gamma=$$
$$f'+C'+v'n\beta+p_k(T_2+v'+p_k)+p_k(k-1)\beta+k\gamma<f'+C'+v'n\beta+p_k(T_2+v'+p_k)+p_kn\beta+k\gamma=$$
$$f'+C'+(v'+p_k)n\beta+p_k(T_2+v'+p_k)+k\gamma=f+C+k\gamma+vn\beta$$

3) $[t,v,f+C]=[t',v',f'+C'+w_k]$。由假设知对 $[t',v',f'+C']\in VS_{k-1}$,总存在 $[t'^{\#},v'^{\#},f'^{\#}+C'^{\#}]\in VS_{k-1}^{\#}$,使得 $t'^{\#}\leqslant t'$,$v'^{\#}\leqslant v'+(k-1)\beta$,$f'^{\#}+C'^{\#}\leqslant f'+C'+(k-1)\gamma+v'n\beta$。且 $[t'^{\#},v'^{\#},f'^{\#}+C'^{\#}+w_k]\in VS_k^{\#}$,而该向量是算法 A_ε 在第 k 次迭代得到的,所以当削减向量集时它可能被删除,设 $[\theta_1'',\theta_2'',\theta_3''+\theta_4'']\in VS_k^{\#}$ 是与 $[t'^{\#},v'^{\#},f'^{\#}+C'^{\#}+w_k]$ 在同一矩形 $I_a^1\times I_b^2$ 中且保留在集合 $VS_k^{\#}$ 中的向量。则有

$$\theta_1''\leqslant t'^{\#}\leqslant t'=t,\theta_2''\leqslant v'^{\#}+\beta\leqslant v'+(k-1)\beta+\beta=v'+k\beta=v+k\beta$$
$$\theta_3''+\theta_4''\leqslant f'^{\#}+C'^{\#}+\gamma+w_k\leqslant f'+C'+(k-1)\gamma+v'n\beta+w_k+\gamma=f+C+k\gamma+vn\beta$$

综上所述,命题对任意 k 都成立。 证毕

定理 1 对于任意 $\varepsilon>0$,由算法 A_ε 得到的目标值 $\varphi_{A_\varepsilon}(Q)$ 满足 $\varphi_{A_\varepsilon}(Q)\leqslant(1+\varepsilon)\varphi^*(Q)$。

证明 由定义得,$\varphi^*(Q)=f^*+C^*=\min\limits_{[t,v,f+C]\in VS_n}\{f+C\}$。由引理 4 知,存在 $[t^{\#},v^{\#},f^{\#}+C^{\#}]\in VS_n^{\#}$,使得

$$f^{\#}+C^{\#}\leqslant f^*+C^*+n\gamma+v^*n\beta=\varphi^*(Q)+n\frac{L_2}{q_2}+v^*n\frac{L_1}{q_1}\leqslant\varphi^*(Q)+n\frac{\varphi_H(Q)}{\frac{8n}{\varepsilon}}+v^*n\frac{L_1}{\frac{16n}{\varepsilon}}<$$
$$\varphi^*(Q)+\varepsilon\frac{\varphi_H(Q)}{8}+\varepsilon\sqrt{2\varphi_H(Q)}\frac{\sqrt{2\varphi_H(Q)}}{16}\leqslant(1+\varepsilon)\varphi^*(Q)$$

由于 $\varphi_{A_\varepsilon}(Q)\leqslant f^{\#}+C^{\#}$,所以 $\varphi_{A_\varepsilon}(Q)\leqslant(1+\varepsilon)\varphi^*(Q)$。 证毕

定理 2 对任意 $\varepsilon>0$,算法 A_ε 的运行时间为 $O(n^3/\varepsilon^2)$。

证明 由于算法 A_ε 中得到的每一个向量集 $VS_k^{\#}$ 的基数不会超过 q_1q_2,即 $|VS_k^{\#}|\leqslant q_1q_2$,所以

$$\sum_{j=1}^{n}|VS_k^{\#}|\leqslant n\left\lceil\frac{16n}{\varepsilon}\right\rceil\left\lceil\frac{8n}{\varepsilon}\right\rceil\leqslant n\left(\frac{16n}{\varepsilon}+1\right)\left(\frac{8n}{\varepsilon}+1\right)$$

又由于算法 H 得到该问题上界的时间复杂性为 $O(n^2)$,所以算法 A_ε 的运行时间为 $O(n^3/\varepsilon^2)$。 证毕

结合定理 1 和定理 2,算法 A_ε 是求解问题$1,h_1|r_j,recj|\sum\limits_{J_j\in A}p_jC_j+\sum\limits_{J_j\in R}w_j$ 的一个 FPTAS。

3 结论

本文考虑的是带有拒绝工件和机器具有不可用区间的单机排序问题,每个工件有不同的释放时间和权,权等于它们的加工时间。目标是使被接受工件的特定加权总完工时间与被拒绝工件总费用和最小。对于该问题给出了 4-因子近似算法,动态规划算法及全多项式时间近似方案,此全多项式时间近似方案的时间复杂性为 $O(n^3/\varepsilon^2)$。

参考文献:

[1] Zhang L Q,Lu L F,Yuan J J. Single machine scheduling with release dates and rejection[J]. European Journal of Operational Research,2009,198(3):975-978.

[2] Shabtay D,Gaspar N,Yedidsion L. A bicriteria approach to scheduling a single machine with job rejection and positional penalties[J]. Journal of Combinatorial Optimization,2012,23(4):395-424.

[3] Lu L F,Ng C T,Zhang L Q. Optimal algorithms for single-machine scheduling with rejection to minimize the makespan [J]. International Journal of Production Economics,2011(130):153-158.

[4] Gerstl E,Mosheiov G. Scheduling on parallel identical machines with job-rejection and position-dependent processing times [J]. Information Processing Letters,2012,112(19):743-747.

[5] Cheng Y S,Sun S J. Scheduling linear deteriorating jobs with rejection on a single machine [J]. European Journal of Operational Research,2009,194(1):18-27.

[6] Li S S,Yuan J J. Parallel-machine scheduling with deteriorating jobs and rejection[J]. Theoretical Computer Science,2010,411(40/41/42):3642-3650.

[7] Kacem I. Approximation algorithms for the makespan min-

imization with positive tails on a single machine with a fixed non-availability interval [J]. Journal of Combinatorial Optimization, 2009, 17(2): 117-133.

[8] Kacem I, Kellerer H. Fast approximation algorithms to minimize a special weighted flow-time criterion on a single machine with a non-availability interval and release dates [J]. Journal of Scheduling, 2011, 14(3): 257-265.

[9] Kacem I. Fully polynomial time approximation scheme for the total weighted tardiness minimization with a common due date [J]. Discrete Applied Mathematics, 2010, 158(9): 1035-1040.

[10] Kacem I, Mahjoub A R. Fully polynomial time approximation scheme for the weighted flow-time minimization on a single machine with a fixed non-availability interval[J]. Computers and Industrial Engineering, 2009, 56(4): 1708-1712.

[11] Kacem I, Chu C B, Souissi A. Single-machine scheduling with an availability constraint to minimize the weighted sum of the completion times [J]. Computers and Operations Research, 2008, 35(3): 827-844.

[12] Sadfi C, Penz B, Rapine C, et al. An improved approximation algorithm for the single machine total completion time scheduling problem with availability constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2005, 161(1): 3-10.

[13] Kellerer H, Kubzin M A, Strusevich V A. Two simple constant ratio approximation algorithms for minimizing the total weighted completion time on a single machine with a fixed non-availability interval[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 199(1): 111-116.

[14] Graham R L, Lawler E L, Lenstra J K, et al. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey [J]. Annals of Discrete Mathematics, 1979 (5): 287-326.

[15] 张敏娇，罗成新. 带有拒绝工件和机器维修区间的单机排序问题[J]. 重庆师范大学学报：自然科学版，2012，29(6)：15-19.

Zhang M J, Luo C X. Single machine scheduling problem with rejection jobs and a fixed machine non-availability interval[J]. Journal of Chongqing Normal University: Natural Science, 2012, 29(6): 15-19.

[16] 乔钰，罗成新. 具有禁用区间的平行机排序时间表长问题的全多项式近似方案[J]. 沈阳师范大学学报：自然科学版，2012，30(1)：12-15.

Qiao Y, Luo C X. Fully polynomial time approximation scheme for makespan minimization problem on two-machine with a fixed non-availability interval[J]. Journal of Shenyang Normal University: Natural Science, 2012, 30 (1): 12-15.

Operations Research and Cybernetics

Single Machine Scheduling Problem with Rejection Jobs and a Machine Non-Availability Interval

ZHAO Sheng-hua, LUO Cheng-xin

(School of Mathematics and System Science, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China)

Abstract: In this paper, we consider a single machine scheduling problem with rejection jobs and a machine non-availability interval. The objective is to minimize the sum of the total special weighted completion times of the accepted jobs and the total rejection penalty of the rejected jobs. Jobs have different release dates and weights, the weight of a job equals to its processing time. The problem is NP-hard in the ordinary sense. To get a better approximation solution in a polynomial running time, we propose a fully polynomial-time approximation scheme (FPTAS) by trimming the state spaces. This FPTAS is a better approximation algorithm and its running time is strongly polynomial, the running time is $O(n^3/\varepsilon^2)$, where n is the number of jobs and ε is the required error bound.

Key words: release dates; rejection job; non-availability interval; special weighted flow time; FPTAS

(责任编辑 黄 颖)