2014 年 3 月　重庆师范大学学报(自然科学版)　Mar. 2014
第 31 卷 第 2 期　Journal of Chongqing Normal University (Natural Science)　Vol. 31 No. 2

DOI:10.11721/cqnuj20140211

Mlinex 损失函数下指数分布尺度参数的 Bayes 估计*

蒋占峰
(白城职业技术学院 师范教育系,吉林 白城 137000)

摘要:在 Mlinex 损失函数下,求出了指数分布的尺度参数的唯一 Bayes 估计量,并对 Bayes 估计 δ_B 的容许性和形如 $d[c+T(x)]$ 的估计量的容许性进行讨论。其主要结果是:在 Mlinex 损失函数下,指数分布的尺度参数的唯一 Bayes 估计是 $\delta_B=\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\right)$,而且可容许的;形如 $d[c+T(x)]$ 的估计量当 $c>0,d^*<d<\infty$ 以及当 $c>0,d^*=d$ 时是可容许的。

关键词: Mlinex 损失;Bayes 估计;尺度参数 ;可容许性 ;指数分布
中图分类号:O212.5　**文献标志码:**A　**文章编码:**1672-6693(2014)02-0051-04

2004 年 Podder C. K. 提出了 Mlinex 损失函数,并研究了二次损失函数和 Mlinex 损失函数下 Pareto 分布的 Minimax 估计[1];文献[2]研究了加权平方损失函数和 Mlinex 损失函数下一类分布族参数的 Minimax 估计;文献[3]研究了 Mlinex 损失下 BurrⅫ部件可靠性指标的经验贝叶斯估计;文献[4]研究了对数误差平方损失函数和 Mlinex 损失函数下一类分布族参数的 Minimax 估计。文献[5-10]等研究了不同情形下指数分布的参数估计,但未涉及 Mlinex 损失函数下指数分布的尺度参数的 Bayes 估计问题。

本文研究 Mlinex 损失函数下指数分布的尺度参数的 Bayes 估计问题,并对 Bayes 估计 δ_B 的容许性和形如 $d[c+T(x)]$ 的估计量的容许性进行讨论。Mlinex 损失函数形式为

$$L(\theta,\delta)=\omega\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^c-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right],\omega>0,c\neq0 \tag{1}$$

本文仅考虑 MLinex 损失中 $c>0$ 的情形,对于 $c<0$ 情形可类似讨论。为了叙述问题方便,引入非容许性估计和可容许性估计的概念。

定义 1[5]　对给定的统计决策问题和随机化决策函数类 D,决策函数 $\delta(x)$ 称为非容许的,假设在 D 中存在有另一个决策函数 $\delta_1(x)$ 满足如下两个条件:1) $r(\theta,\delta_1)\leqslant r(\theta,\delta),\forall\theta\in\Theta$;2) 在 Θ 中至少有一个 θ_0,有 $r(\theta_0,\delta_1)<r(\theta_0,\delta)$。假如在 D 中不存在满足上述条件的决策函数,则称 $\delta(x)$ 为容许的。在点估计问题中,相应的估计量称为非容许性估计和可容许性估计。

1 尺度参数 θ 的 Bayes 估计

设 $X_1,\cdots,X_n$ 来自指数分布总体 X 的独立样本,X 具有密度函数为 $f(x|\theta)=\theta\exp\{-\theta x\}$,其中 $x\geqslant0,\theta>0$,则来自母体的样本 $X_1,\cdots,X_n$ 的联合密度为 $f(x_1,\cdots,x_n|\theta)=\theta^n\exp\left\{-\theta\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\right\}$。

下面在 Mlinex 损失函数下,考虑尺度参数 θ 的 Bayes 估计问题。

定理 1　在给定先验分布 $\pi(\theta)$ 和损失函数(1)式下,若存在估计量 δ,其 Bayes 风险 $r(\delta)<\infty$,则 θ 有唯一的 Bayes 估计 $\delta_B=[E(\theta^{-c}|X)]^{-1/c}$。

证明　在损失函数(1)下,δ 对应的 Bayes 风险为 $r(\theta,\delta)=E(L(\theta,\delta(X)))=E[E(L(\theta,\delta(X))|X]=E\left[E\left[\omega\left(\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^c-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right)\middle|X\right]\right]$。欲使 $R(\theta,\delta)$ 达到最小,只须 $E\left[\omega\left(\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^c-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right)\middle|X\right]$ 几乎处处达到最小。

由于 $E\left[\omega\left(\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^c-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right)\middle|X\right]=\omega[\delta^cE(\theta^{-c}|X)-c\ln\delta+cE(\ln\theta|X)-1]$,令 $f(\delta)=\delta^cE(\theta^{-c}|X)-c\ln\delta+cE(\ln\theta|X)-1$,$f(\delta)$ 关于 δ 求导等于零解得 $\delta=[E(\theta^{-c}|X)]^{-1/c}$。因为 $f(\delta)$ 是凸函数,所以 δ 是 $f(\delta)$ 的唯一最小值点,故 $\delta_B=[E(\theta^{-c}|X)]^{-1/c}$。　证毕

* **收稿日期:**2013-01-16　**修回日期:**2013-09-18　**网络出版时间:**2014-03-10 19:23
资助项目:广东省教育科研"十二五"规划 2012 年度研究项目(No. 2012JK124)
作者简介:蒋占峰,男,高级讲师,研究方向为概率论与数理统计,E-mail: 510371068@qq.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20140310.1923.011.html

定理2　设 $x_1,\cdots,x_n$ 来自指数分布的一个样本观察值，尺度参数 θ 的先验分布 $\pi(\theta)$ 服从 Gamma 分布 $\Gamma(\lambda,\beta)$，则尺度参数 θ 的 Bayes 估计为 $\delta_B=\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$。

证明　因为尺度参数 θ 的先验分布 $\pi(\theta)$ 服从 Gamma 分布 $\Gamma(\lambda,\beta)$，则 θ 的密度函数为 $\pi(\theta)=\frac{\lambda^\beta}{\Gamma(\beta)}\theta^{\beta-1}\exp\{-\lambda\ \theta\}$，样本似然函数为 $f(x_1,\cdots,x_n|\theta)=\theta^n\exp\left\{-\theta\ \sum_{i=1}^{n}x_i\right\}$。于是，$\theta$ 的后验分布密度为

$$\pi(\theta|X)=\frac{\pi(\theta)f(x_1,\cdots,x_n;\theta)}{\int\pi(\theta)f(x_1,\cdots,x_n;\theta)\mathrm{d}\theta}=\frac{\frac{\lambda^\beta}{\Gamma(\beta)}\theta^{\beta-1}\exp\{-\lambda\ \theta\}\cdot\theta^n\exp\left\{-\theta\ \sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}}{\int\left[\frac{\lambda^\beta}{\Gamma(\beta)}\theta^{\beta-1}\exp\{-\lambda\ \theta\}\cdot\theta^n\exp\left\{-\theta\ \sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\right]\mathrm{d}\theta}=$$

$$\frac{\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}}{\int\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta}=\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}$$

故 θ 的后验分布密度 $\pi(\theta|X)$ 服从以 $\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i$ 为尺度参数、以 $n+\beta$ 为形状参数的 Gamma 分布。

由定理1以及 θ 的后验分布密度，有

$$\delta_B=[E(\theta^{-c}|X)]^{-1/c}=\left[\int_0^{+\infty}\theta^{-c}\pi(\theta|X)\mathrm{d}\theta\right]^{-1/c}=\left[\int_0^{+\infty}\theta^{-c}\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta\right]^{-1/c}=$$

$$\left[\int_0^{+\infty}\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-c-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta\right]^{-1/c}=\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$$

证毕

2 Bayes 估计 δ_B 的容许性

定理3　在给定先验分布 $\pi(\theta)$ 和对称损失函数(1)下，θ 的 Bayes 估计 δ_B 是可容许性的。

证明　由于 Bayes 估计的 Bayes 风险不大于任何估计的 Bayes 风险，只须证明存在 θ 的一个估计 δ，其 Bayes 风险 $r(\delta)<\infty$，于是可得 $r(\delta_B)<\infty$，从而是可容许的。

由于 $r(\theta,\delta)=E(L(\theta,\delta(X)))=E[E(L(\theta,\delta(X))|X]=E\left[E\left[\omega\left(\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^c-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right)\middle|X\right]\right]$。不妨令 $\delta=1$，则有

$$r(\delta)=r(1)=\omega E(\theta^{-c}|X+c\ln\theta|X-1)=\omega\left[\int_0^{+\infty}\theta^{-c}\pi(\theta|X)\mathrm{d}\theta+c\int_0^{+\infty}\ln\theta\,\pi(\theta|X)\mathrm{d}\theta\right]=$$

$$\omega\left[\int_0^{+\infty}\theta^{-c}\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i))\right\}\mathrm{d}\theta+\right.$$

$$\left.c\int_0^{+\infty}\ln\theta\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta\right]=\omega[H_1(\theta)+H_2(\theta)]$$

其中，由于 $H_1(\theta)=\left[\frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$，对于给定的样本观察值存在且有界。而 $H_2(\theta)=c\int_0^{+\infty}\ln\theta\frac{(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)^{n+\beta}}{\Gamma(n+\beta)}\theta^{n+\beta-1}\exp\left\{-\theta\ (\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)\right\}\mathrm{d}\theta\Bigg]=0<\infty$。所以 $r(\delta)$ 存在且有界，又因为 $r(\delta_B)\leqslant r(\delta)<\infty$，所以 δ_B 是可容许估计。　　证毕

3 估计量 $d[c+T(x)]$ 的容许性

因为 $\delta_B=\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)=d[c+T(x)]$，其中 $T(X)=\sum_{i=1}^{n}x_i$，$d=\left[\frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}$，$c=\lambda$，

$d^{*}=\left[\dfrac{\Gamma(n)}{\Gamma(n-c)}\right]^{1/c}$, $c>0, c, d\in\mathbf{R}$。下面讨论估计量 $d[c+T(x)]$ 的容许性。

定理 4　当 $c>0, d^{*}<d<\infty$ 时,估计量 $d[c+T(x)]$ 是可容许估计。

证明　在损失函数(1)下,证明了 θ 有唯一 Bayes 解 $\delta_B=\left[\dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum\limits_{i=1}^{n}x_i\right)$,其中 $T(X)=\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$。此时先验分布的密度函数为 $\pi(\theta)=\dfrac{\lambda^{\beta}}{\Gamma(\beta)}\theta^{\beta-1}\exp\{-\lambda\theta\}$, $\lambda,\beta>0, \theta>0$。

当 $c>0, d^{*}<d<\infty$ 时,令 $c=\lambda, d=\left[\dfrac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}$,一定存在 n,β,使得该等式成立。由定理 3 已经得到了此时的 Bayes 估计 δ_B 是可容许性的。所以估计量 $d[c+T(x)]$ 是可容许估计。　证毕

定理 5　当 $c>0, d^{*}=d$ 时,估计量 $d[c+T(x)]$ 是可容许估计。

为了证明定理 5,先给出如下几个引理。

引理 1　当 $c>0, d^{*}=d$ 时,估计量 $\delta=d[c+T(x)]$,则其 Bayes 风险 $r(\delta)<\infty$。

证明　当 $c>0, d^{*}=d$ 时,估计量为 $d[c+T(x)]$ 时,其 Bayes 风险

$$r(\delta)=d\,(c+T(X))^{c}E(\theta^{-c}|X)-cE[d(c+T(X))]+cE(\ln\theta|X)-2=$$
$$\left[\frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}(c+T(X))-cE\left[\left[\frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}(c+T(X))\right]-2<$$
$$\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}(c+T(X))-cE\left[\left[\frac{\Gamma(n)}{\Gamma(n-c)}\right]^{1/c}(c+T(X))\right]-2$$

故其 Bayes 风险 $r(\delta)<\infty$。　证毕

引理 2　在损失函数(1)下,估计量 $\delta=d[c+T(x)]$ 对应的风险函数 $r(\theta,\delta)$ 关于 θ 是连续的。

证明　对任意 θ_1、$\varepsilon>0$,当 $\frac{1}{2}\ln\theta_1<\ln\theta<\frac{3}{2}\ln\theta_1$ 时,有

$$|r(\theta,\delta)-r(\theta_1,\delta)|=\left|\int\omega\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)-1\right]\mathrm{d}F_{\theta}(\delta)-\int\omega\left[\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)-1\right]\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)\right|=$$
$$\left|\int\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)-\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)^{c}+c\ln\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)\right]\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)+\int\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)\right]\mathrm{d}[F_{\theta}(\delta)-F_{\theta_1}(\delta)]\right|\leqslant$$
$$\int\left|\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-\left(\frac{\delta}{\theta_1}\right)^{c}+c\ln\frac{\delta}{\theta_1}-c\ln\frac{\delta}{\theta}\right|\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)+\int\left|\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)\right|\mathrm{d}|F_{\theta}(\delta)-F_{\theta_1}(\delta)|=G_1(\theta)+G_2(\theta)$$

由于对任意的 θ_1、$\varepsilon>0$,当 $\frac{1}{2}\ln\theta_1<\ln\theta<\frac{3}{2}\ln\theta_1$ 时,有

$$G_1(\theta)\leqslant\left|\int\left[\exp\left\{c\left(\ln\delta-\frac{1}{2}\ln\theta_1\right)\right\}+c\ln\frac{\delta}{\theta_1}\right]\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)\right|$$

由引理 1 知 $r(\delta)<\infty$,故 $\left|\int\left[\exp\left\{c\left(\ln\delta-\frac{1}{2}\ln\theta_1\right)\right\}+c\ln\frac{\delta}{\theta_1}\right]\mathrm{d}F_{\theta_1}(\delta)\right|$ 有界,进而 $G_1(\theta)$ 的被积函数有界,由控制收敛定理知,当 $\theta\to\theta_1$ 时,$G_1(\theta)\to0$。

又由于 $G_2(\theta)$ 的被积函数　$\int\left|\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{c}-c\ln\left(\frac{\delta}{\theta}\right)\right|\mathrm{d}|F_{\theta}(\delta)-F_{\theta_1}(\delta)|\leqslant$

$$\int\cdots\int\left\{\left|\exp\left\{c\left(\ln\delta(x_1,\cdots,x_n)-\frac{1}{2}\ln\theta_1\right)\right\}\right|+\left|c\ln\frac{\delta(x_1,\cdots,x_n)}{\theta_1}\right|\right\}\cdot\frac{\theta^{n\alpha}}{[\Gamma(\alpha)]^{n}}\prod_{i=1}^{n}x_i^{\alpha-1}\exp\left\{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right\}\mathrm{d}x_1\cdots\mathrm{d}x_n<\infty$$

而

$$\int\cdots\int\left|\exp\left\{c\left(\ln\delta(x_1,\cdots,x_n)-\frac{1}{2}\ln\theta_1\right)\right\}\right|\cdot\frac{\theta^{n\alpha}}{[\Gamma(\alpha)]^{n}}\prod_{i=1}^{n}x_i^{\alpha-1}\exp\left\{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right\}\mathrm{d}x_1\cdots\mathrm{d}x_n<\infty$$
$$\int\cdots\int\left|c\ln\frac{\delta(x_1,\cdots,x_n)}{\theta_1}\right|\cdot\frac{\theta^{n\alpha}}{[\Gamma(\alpha)]^{n}}\prod_{i=1}^{n}x_i^{\alpha-1}\exp\left\{-\theta\sum_{i=1}^{n}x_i\right\}\mathrm{d}x_1\cdots\mathrm{d}x_n<\infty$$

于是由控制收敛定理知,当 $\theta\to\theta_1$ 时,$H_2(\theta)\to0$。　证毕

引理 3　(Blyth 引理)[6]　假定参数空间 $\Omega\in\mathbf{R}^{n}$ 是开的,并且具有连续风险函数的估计形成一个完全类,令 δ 是一个具有连续风险函数的估计,$\{\pi_n\}$ 是一列(可能不真,即广义的)先验测度且满足:1) $r(\pi_n,\delta)<\infty$, $\forall n$;2) 对任一非空开子集 $\Omega_0\in\Omega$,存在常数 $M>0$ 和 N,满足 $\int_{\Omega_0}\pi_n(\theta)\mathrm{d}\theta\geqslant M$, $\forall n\geqslant N$;3) $r(\pi_n,\delta)-r(\pi_n,\delta^{\pi_n})\to0$, $n\to0$。则估计量 δ 是可容许的。

证明　(定理 5) 给定非退化先验分布的概率密度为 $\pi_k(\theta)=\dfrac{\lambda^{1/k}}{\Gamma(1/k)}\theta^{1/k-1}\exp\{-\lambda\theta\}$,则在损失函数(1)

下，且 $c=\lambda-a$ 时，其 Bayes 估计量为 $\delta_k=\left[\frac{\Gamma(n+1/k)}{\Gamma(n+1/k-c)}\right]^{1/c}(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)$。所以 $\lim_{k\to\infty}\delta_k=\delta$，比较估计量 δ 与 δ_k 的 Bayes 风险 $|r_{\pi_k}(\delta)-r_{\pi_k}(\delta_k)|=\left|\int[r(\theta,\delta)-r(\theta,\delta_k)]\pi(\theta)\,\mathrm{d}\theta\right|\leqslant\int|r(\theta,\delta)-r(\theta,\delta_k)|\pi(\theta)\,\mathrm{d}\theta$

而 $k\to 0$ 时，$\int|r(\theta,\delta)-r(\theta,\delta_k)|\pi(\theta)\,\mathrm{d}\theta\to 0$。因此，由引理 3 知，估计量 $\delta=\left[\frac{\Gamma(n+\beta)}{\Gamma(n+\beta-c)}\right]^{1/c}(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i)$ 是可容许估计。 证毕

参考文献：

[1] Podder C K, Roy M K, Bhniyan K J, et a1. Minimax estimation of the parameter of the Pareto distribution for quadratic and Mlinexloss functions[J]. Pak J Statist, 2004, 20(1): 137-149.

[2] 任海平，李中秋. 加权平方损失函数和 Mlinex 损失函数下一类分布族参数的 Minimax 估计[J]. 统计与决策，2009(14): 34-36.
Ren H P, Li Z Q. Estimation of distribution parameters of minimax of a class of weighted square loss function and Mlinex loss function[J]. Statistics and Decision, 2009 (14): 34-36.

[3] 王琳，师义民，袁修国. Mlinex 损失下 BurrⅫ部件可靠性指标的经验贝叶斯估计[J]. 青岛科技大学学报：自然科学版，2011, 32(2): 34-36.
Wang L, Shi Y M, Yuan X G. Empirical Bayes estimators of reliability performances of Burr Ⅻ parts under MLINEX loss[J]. Journal of Qingdao University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2011, 32(2): 34-36.

[4] 任海平，阳连武，廖莉. 对数误差平方损失函数和 Mlinex 损失函数下一类分布族参数的 Minimax 估计[J]. 江西师范学学报：自然科学版，2009, 33(3): 326-330.
Ren H P, Yang L W, Liao L. Minimax estimation of parameter of a class distributions under the squared log error and MLINEX loss functions squared log error and MLINEX loss functions[J]. Journal of Jiangxi Normal University: Natural Science, 2009, 33(3): 326-330.

[5] 田霆，陈祥钟，黄春棋，等. 定时截尾缺失数据下指数分布的统计推断[J]. 华侨大学学报：自然科学版，2010, 31(1): 109-112.
Tian T, Chen X Z, Huang C Q, et al. Statistical inference for the exponential distribution under multiply type-I censoring[J]. Journal of Huaqiao University: Natural Science, 2010, 31(1): 109-112.

[6] 陈琴. 中间删失下指数分布的参数估计[J]. 湖北师范学院学报：自然科学版，2010, 30(1): 50-52.
Chen Q. Estimations of parameter of exponential distribution for middle—censored data[J]. Journal of Hubei Normal University: Natural Science, 2010, 30(1): 50-52.

[7] 蔡国梁，徐伟卿，赵树. 指数分布场合无失效数据参数的分级 Bayes 估计[J]. 统计与决策，2011(14): 19-21.
Cai G L, Xu W Q, Zhao S. Hierarchical Bayes estimation of zero failure data of exponential distribution parameter[J]. Statistics and Decision, 2011(14): 19-21.

[8] 王余春. 基于分组数据的指数分布的参数矩估计[J]. 江西科学，2010, 28(6): 724-726.
Wang Y C. Estimating Parameter in Exponential Distribution from Grouped Data[J]. Jiangxi Science, 2010, 28(6): 724-726.

[9] 茆诗松，王静龙，濮晓龙，等. 高等数理统计[M]. 北京：高等教育出版社，1998.
Mao S S, Wang J L, Pu X L, et al. Advanced mathematical statistics[M]. Beijing: Higher Education Press, 1998.

[10] Zellner A. Bayesian estimation and prediction using asymmetric LoSS functions[J]. Americaa Statistical Association, 1986, 81(394): 446-451.

The Bayes Estimation of the Scale Parameter of the Exponential Distribution under Mliex Loss Function

JIANG Zhan-feng

(Department of Education, Baicheng Vocational and Technical Teachers College, Baicheng Jilin 137000, China)

Abstract: The only Bayes estimator of the scale parameter exponential distribution is solved under Mlinex loss function, at the same time, the permissibility of Bayes estimated δ_B and the permissibility of estimators such as $d[c+T(x)]$ are discussed. Main outcome is: under Mlinex loss function, the only Bayes estimator of the scale parameter exponential distribution is $\delta_B=\left[\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta-c)}\right]^{1/c}\left(\lambda+\sum_{i=1}^{n}x_i\right)$, and it' s admissible. The estimator such as $d[c+T(x)]$ is admissible when $c>0$, $d^*<d<\infty$ and $c>0$, $d^*=d$.

Key words: Mlinex loss; Bayesian estimation; scale parameter; admissibility; exponential distribution

（责任编辑 黄 颖）