2014 年 3 月 重庆师范大学学报(自然科学版) Mar. 2014
第 31 卷 第 2 期 Journal of Chongqing Normal University (Natural Science) Vol. 31 No. 2

DOI:10.11721/cqnuj20140214

基于时序区间数的多属性决策方法*

何其慧

(安徽经济管理学院 基础教学部,合肥 230059)

摘要:研究了时序区间数信息环境下的多属性决策问题:首先将区间数推广到时序情形,并定义了相关的运算法则;其次利用区间数加权算术平均算子(IWAA)对每个对象的区间数进行集成得到综合区间数,结合可能度公式得到可能度矩阵,并利用排序向量法得到各时刻的排序向量矩阵;最后利用时间权重将各时刻的排序向量集成为综合排序向量,从而得到最优决策,同时结合实例验证了所提方法的有效性和可行性。

关键词:时序区间数;IWAA;可能度;排序向量;决策

中图分类号:C934;O212.5 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-6693(2014)02-0063-04

知识的挖掘和发现[1-2]是信息收集和处理的重要方法,由于客观世界的复杂性,人们很难对所有问题都给出精确的描述,因此,人们逐渐将研究对象由实数扩展到区间形式,并广泛应用于经济、工程、数据挖掘等领域。多属性决策[3-4]是一种综合考虑多种属性对决策问题的影响,给出最优决策方案的方法。现在已有一些文献对区间数的多属性问题进行研究,文献[5]从多专家角度研究了属性值和偏好都是区间数的多属性决策问题,文献[6]利用自适应迭代算法求解属性权重问题,文献[7]通过条件概率定义区间数之间的相似度,并提出一种基于相似度的排序方法,文献[8-9]从动态角度研究了区间数的多属性决策问题,并对传统的 VIKOR 方法进行了拓展,文献[10]从概率角度定义了一种区间数的可能度,并通过规划模型求解专家权重,提出了一种新的群决策方法。

如今关于区间数的研究大多从静态方面考虑,没有考虑区间数信息随时间变化的情形[11]。本文在传统的区间数中引入时间参数,在给定属性权重情形下,利用 IWAA 算子,对区间数进行集成,并结合文献[3]中的排序向量法和文献[10]中的可能度,对时序区间数信息环境下的多属性问题进行深入研究。

1 时序区间数及其运算

定义 1[3] (区间数)记 $\tilde{a}=[a^L,a^U]=\{x:a^L\leqslant x\leqslant a^U,a^L,a^U\in\mathbf{R}\}$,称 $\tilde{a}$ 为一个区间数。

由于客观世界的复杂性,用静态的区间数很难对它加以描述和刻画,因此可以在区间数中引入时间变量,考虑区间数动态变化情形。

定义 2 (时序区间数)称 $\tilde{a}(t)=[a^L(t),a^U(t)]=\{x:a^L(t)\leqslant x\leqslant a^U(t)\}$,$t\in T$ 为时序区间数,其中 T 为时间集,对任意固定的 $t\in T$,$a^L(t),a^U(t)\in\mathbf{R}$。

下面定义时序区间数的运算法则:

定义 3 设 $\tilde{a}(t)=[a^L(t),a^U(t)]$和 $\tilde{b}(t)=[b^L(t),b^U(t)]$为两个在时间集 T 上的时序区间数,常数 $\lambda\geqslant 0$,则有如下运算法则成立:

1)$\tilde{a}(t)=\tilde{b}(t)\Leftrightarrow a^L(t)=b^L(t),a^U(t)=b^U(t),\forall t\in T$;

2)$\tilde{a}(t)\oplus\tilde{b}(t)=[a^L(t),a^U(t)]\oplus[b^L(t),b^U(t)]=[a^L(t)+b^L(t),a^U(t)+b^U(t)]$;

3)$\lambda\tilde{a}(t)=[\lambda a^L(t),\lambda a^U(t)]$。

定义 4[10] (可能度)设 $\tilde{a}(t)=[a^L(t),a^U(t)]$和 $\tilde{b}(t)=[b^L(t),b^U(t)]$为两个在时间集 T 上的时序区间数,固定时间 $t\in T$,$\tilde{a}(t)$优于 $\tilde{b}(t)$的可能度为

* **收稿日期:**2013-04-08 **修回日期:**2013-05-18 **网络出版时间:**2014-03-10 19:23

作者简介:何其慧,女,讲师,研究方向为不确定决策理论,E-mail: laofei3441212@sina.com

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20140310.1923.014.html

1)若 $b^L(t)\geqslant a^U(t)$ 时,$P\{\tilde{a}(t)\geqslant\tilde{b}(t)\}=0$;

2)若 $a^L(t)\geqslant b^U(t)$ 时,$P\{\tilde{a}(t)\geqslant\tilde{b}(t)\}=1$;

3)若 $a^L(t)\leqslant b^L(t)\leqslant a^U(t)\leqslant b^U(t)$ 时,$P\{\tilde{a}(t)\geqslant\tilde{b}(t)\}=\dfrac{|a^U(t)-b^L(t)|^2}{2S(t)}$,其中 $S(t)=(a^U(t)-a^L(t))\times(b^U(t)-b^L(t))$(下同);

4)若 $a^L(t)\leqslant b^L(t)<b^U(t)\leqslant a^U(t)$ 时,$P\{\tilde{a}(t)\geqslant\tilde{b}(t)\}=\dfrac{|2a^U(t)-b^L(t)-b^U(t)|\times|b^U(t)-b^L(t)|}{2S(t)}$;

5)若 $b^L(t)<a^L(t)<a^U(t)<b^U(t)$ 时,$P\{\tilde{a}(t)\geqslant\tilde{b}(t)\}=\dfrac{|a^U(t)+a^L(t)-2b^L(t)|\times|a^U(t)-a^L(t)|}{2S(t)}$;

6)若 $b^L(t)<a^L(t)<b^U(t)<a^U(t)$ 时,$P\{\tilde{a}(t)\geqslant\tilde{b}(t)\}=1-\dfrac{|b^U(t)-a^L(t)|^2}{2S(t)}$。

2 时序区间数的多属性决策方法

在以时序区间数为信息环境的多属性决策中,时间集 T 可以是连续时间也可以是离散时间,此处只考虑 T 为有限离散时间集的情形,即 $T=\{t_1,t_2,\cdots,t_K\}$。同时假设对象集和属性集都为有限集合,即 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$ 和 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$。这样对任意固定时间 $t\in T$,多属性决策信息都可以用一个决策矩阵表示 $R(t)=[\tilde{a}_{ij}(t)]_{m\times n}$,其中 $\tilde{a}_{ij}(t)=[a_{ij}^L(t),a_{ij}^U(t)]$, $1\leqslant i\leqslant m$, $1\leqslant j\leqslant n$。

在实际问题中,不同属性之间由于类别和量纲不同,有的属于效益型,有的属于成本型,因此需要对各属性值进行规范化,可以参照文献[3]中对区间数的规范化方法进行处理。为了方便运算,这里假设所有属性都为效益型。在多属性决策中,需要同时考虑所有属性对决策结果的综合影响,但是不同属性之间存在着一定的差异,对决策结果的影响不尽相同,需要通过属性权重加以区别,因此这里引入区间数加权算术平均算子的概念。

定义 5[10] (IWAA 算子)假设有 n 个时序区间数 $\tilde{a}_j(t)=[a_j^L(t),a_j^U(t)]$,$t\in T$,$1\leqslant j\leqslant n$。权重向量为 $w=\{w_1,w_2,\cdots,w_n\}$,$0\leqslant w_j\leqslant 1$,$1\leqslant j\leqslant n$,$\sum_{j=1}^n w_j=1$。则称映射 $IWAA_w:\mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^n\rightarrow\mathbf{R}\times\mathbf{R}$ 为区间数加权算术平均算子,即有

$$IWAA_w(\tilde{a}_1(t),\tilde{a}_2(t),\cdots,\tilde{a}_n(t))=\sum_{j=1}^n\tilde{a}_j(t)w_j=[\sum_{j=1}^n a_j^L(t)w_j,\sum_{j=1}^n a_j^U(t)w_j]$$

对于每个时序区间数决策矩阵,在已知属性权重的情况下,每个对象都可以通过 IWAA 算子将各属性下的区间数集成为综合区间数,并且该对象的综合区间数仍然是随着时间的变化而变化,即仍是时序区间数,即

$$\tilde{a}_i^*(t)=IWAA_w(\tilde{a}_{i1}(t),\tilde{a}_{i2}(t),\cdots,\tilde{a}_{in}(t))=\sum_{j=1}^n\tilde{a}_{ij}(t)w_j=[\sum_{j=1}^n a_{ij}^L(t)w_j,\sum_{j=1}^n a_{ij}^U(t)w_j],1\leqslant i\leqslant m \quad (1)$$

在固定时间 $t\in T$ 时,可以利用定义 4 对任意两个对象进行比较,这样便得到与时间参数有关的可能度矩阵,即 $P(t)=[P_{ik}(t)]_{m\times m}=[P\{\tilde{a}_i^*(t)\geqslant\tilde{a}_k^*(t)\}]_{m\times m}$, $t\in T$。由文献[10]可知,可能度矩阵 $P(t)$ 是一个模糊互补判断矩阵,因此利用文献[3]中的排序向量公式可以得到在固定时间 t 下各对象的排序向量

$$v_i(t)=\frac{1}{m(m-1)}\left(\sum_{k=1}^m P_{ik}(t)+\frac{m}{2}-1\right),i=1,2,\cdots,m \quad (2)$$

由于可能度矩阵是随时间动态变化的,因此在不同时刻各对象的排序向量也不一定相同,从而各对象的排序也可能随时间发生动态变化,如何才能综合考虑各时间的排序情况,得出合理的决策结果?如果考虑离散时间,即 $T=\{t_1,t_2,\cdots,t_K\}$,其实每个时刻可以看成是一个属性,每个对象在某时刻下的排序向量值可以看成是该对象在这个时间属性下的属性值,这样便得到一个新的决策矩阵 $D=[v_{ik}]_{m\times K}=[v_i(t_k)]_{m\times K}$。由于时间信息有随时间向后不断积累的特征,因此离决策时刻越近的时间信息对决策的影响越大,离决策时刻越远的时间信息对决策的影响越小。而时间信息对决策结果的影响可以用时间权重加以描述,可记为 $\omega_T=\{\omega_{t_1},\omega_{t_2},\cdots,\omega_{t_K}\}$,$\sum_{k=1}^K\omega_{t_k}=1,0\leqslant\omega_{t_k}\leqslant\omega_{t_j}\leqslant 1,\forall 1\leqslant k<j\leqslant K$。这样通过对排序向量矩阵在每个时刻进行加权便得到综合排序向量 $v_i^*=\sum_{k=1}^K v_{ik}\omega_{t_k}$,利用综合排序向量对各对象进行排序,最终得到最优决策为 $x_{\text{optimal}}=\{x_l:v_l^*=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}v_i^*\}$。

由上述讨论可以得到如下基于时序区间数的多属性决策方法。

Step1　将决策信息通过规范化写成时序区间数决策矩阵的形式 $R(t_k)$，$1\leqslant k\leqslant K$；

Step2　在已知属性权重向量 w 下，利用 IWAA 算子和(1)式，得到每个时刻下的综合区间数 $\tilde{a}_i^*(t_k)$，$1\leqslant i\leqslant m$，$1\leqslant k\leqslant K$；

Step3　利用定义 4 中可能度公式对任意两个对象进行比较，得到可能度矩阵 $P(t_k)$，$1\leqslant k\leqslant K$，并结合排序向量公式(2)，建立排序向量矩阵 D；

Step4　在给定时间权重 ω_T 下，利用 $v_i^*=\sum_{k=1}^{K}v_{ik}\omega_{t_k}$ 得到各对象的综合排序向量，从而得到最优决策 x_{optimal}。

3 实例分析

某证券公司欲提拔一名职员担任某部门的负责人，现有 3 名候选人(x_1，x_2，x_3)符合提拔标准，为了得到最合适的人选，公司决定对他们考察一年，并在每个季度末对各候选人分别从专业知识 a_1、人际交往能力 a_2 和盈利能力 a_3 等 3 个方面进行评估，评估结果以区间数形式给出(表 1)。

表 1　3 个候选人在 4 个季度的评估表

	第 1 季度 t_1			第 2 季度 t_2		
	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3
x_1	[0.70,0.80]	[0.90,0.95]	[0.60,0.80]	[0.80,0.85]	[0.90,0.95]	[.0.80,0.90]
x_2	[0.85,0.90]	[0.70,0.75]	[0.75,0.80]	[0.90,0.95]	[0.80,0.85]	[0.70,0.80]
x_3	[0.60,0.75]	[0.40,0.50]	[0.80,0.90]	[0.75,0.80]	[0.60,0.80]	[0.75,0.85]
	第 3 季度 t_3			第 4 季度 t_4		
x_1	[0.90,0.95]	[0.85,0.90]	[0.85,0.95]	[0.75,0.80]	[0.85,0.90]	[0.80,0.85]
x_2	[0.85,0.95]	[0.90,1.00]	[0.75,0.85]	[0.80,0.85]	[0.75,0.85]	[0.75,0.80]
x_3	[0.65,0.80]	[0.70,0.75]	[0.85,0.90]	[0.70,0.75]	[0.70,0.75]	[0.80,0.90]

假设属性权重为 $w=\{0.3,0.3,0.4\}$，利用公式(1)可计算得每个对象的综合区间数(表 2)。

表 2　各时刻每个对象的综合区间数

	t_1	t_2	t_3	t_4
x_1	[0.7200,0.8450]	[0.8300,0.9000]	[0.8650,0.9350]	[0.8000,0.8500]
x_2	[0.7650 ,0.8150]	[0.7900,0.8612]	[0.8250,0.9250]	[0.7650,0.8300]
x_3	[0.6200 ,0.7350]	[0.7050,0.8200]	[0.7450,0.8250]	[0.7400,0.8100]

利用可能度公式计算各时刻的可能度矩阵为

$$P(t_1)=\begin{bmatrix}0.5000 & 0.4400 & 0.9922\\0.5600 & 0.5000 & 1\\0.0078 & 0 & 0.5000\end{bmatrix},P(t_2)=\begin{bmatrix}0.5000 & 0.9023 & 1\\0.0977 & 0.5000 & 0.9450\\0 & 0.0550 & 0.5000\end{bmatrix},$$

$$P(t_3)=\begin{bmatrix}0.5000 & 0.7429 & 1\\0.2571 & 0.5000 & 1\\0 & 0 & 0.5000\end{bmatrix},P(t_4)=\begin{bmatrix}0.5000 & 0.8615 & 0.9857\\0.1385 & 0.5000 & 0.7775\\0.0143 & 0.2225 & 0.5000\end{bmatrix}。$$

利用(2)式，得到排序向量矩阵为

$$D=\begin{bmatrix}0.4054 & 0.4837 & 0.4571 & 0.4745\\0.4267 & 0.3404 & 0.3762 & 0.3193\\0.1680 & 0.1758 & 0.1667 & 0.2061\end{bmatrix}$$

假设时间权重为 $\omega_T=\{0.1,0.2,0.3,0.4\}$，得到综合排序向量为 $v^*=\{0.4642,0.3513,0.1844\}$，即有 $x_1\succ x_2\succ x_3$，所以最佳候选人为 x_1。

当考虑到区间数信息随时间变化的情形，引入时间参数之后，就改变了以往只从静态环节对区间数的研究，在既定属性权重情形下，利用 IWAA 算子，对区间数进行集成，并结合排序向量法和可能度，对时序区间数信息环境下的多属性问题进行动态的研究，具有很好的决策效果。

4 结束语

本文在传统的区间数中引入时间参数，提出了时序区间数的概念，并定义了相关的运算法则。在已知属性权重的情况下，通过 IWAA 算子将各对象在所有属性下的时序区间数集成为综合区间数，利用文献[10]中的可能度公式建立可能度矩阵，同时结合排序向量法得一个以时间为参数的决策矩阵。在分析时间权重的特点后，通过加权平均得到各对象的综合排序向量，从而得到最优决策。最后还给出了基于时序区间数的多属

性决策途径。

参考文献：

[1] 张文修,梁怡,吴伟志. 信息系统与知识发现[M]. 北京：科学出版社，2003.
Zhang W X, Liang Y, Wu W Z. Information systems and knowledge discovery[M]. Beijing: Science Press, 2003.

[2] Qinan Y H, Liang J, Dang Y. Interval ordered information systems[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 56(8): 1994-2009.

[3] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京：清华大学出版社，2004.
Xu Z S. The methods and applications of uncertain multiple attribute decision making[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.

[4] Xu Z S. On multi-period multi-attribute decision making [J]. Knowledge-Based Systems, 2008, 21: 164-171.

[5] 万树平. 区间型多属性群体专家权重的确定方法[J]. 应用数学与计算数学学报，2008，22(2): 109-116.
Wan S P. The determining method about expert weight of interval multi-attribute group[J]. Journal of Applied Mathematics and Computational Mathematics, 2008, 22(2): 109-116.

[6] 陈晓红,刘益凡. 基于区间数群决策矩阵的专家权重确定方法及其算法实现[J]. 系统工程与电子技术，2010，32(10)：2128-2131.
Chen X H, Liu Y F. The determining method and algorithm realization of expert weight based on interval number group decision matrix[J]. Systems Engineering and Electronics Technology, 2010, 32(10): 2128-2131.

[7] 兰继斌,胡明明,叶新苗. 基于相似度的区间数排序[J]. 计算机工程与设计，2011, 32(4)：1419-1421.
Lan J B, Hu M M, Ye X M. Interval numbers-sorting based on similarity[J]. Computer Engineering and Design, 2011, 32(4): 1419-1421.

[8] 苏志欣,王理,夏国平. 区间数动态多属性决策的 VIKOR 扩展方法[J]. 控制与决策, 2010，25(6)：836-840.
Su Z X, Wang L, Xia G P. VIKOR extension methods of interval numbers dynamic multiple attribute decision [J]. Control and Decision, 2010, 25(6): 836-840.

[9] 储萍,戴文战. 动态区间数多属性决策的优势方案选择[J]. 统计与决策, 2006, 10: 17-18.
Chu P, Dai W Z. Superior program selection of dynamic interval numbers multiple attribute decision[J]. Statics and Decisision, 2006, 10: 17-18.

[10] 毛军军,王翠翠,姚登宝. 基于多专家区间数的多属性群决策方法[J]. 计算机应用, 2012，32(3)：649-653.
Mao J J, Wang C C, Yao D B. Multiple attribute group decision method based on expert groups' interval numbers [J]. Journal of Computer Applications, 2012, 32(3): 649-653.

[11] 李元东. 基本模糊信息的群体多维偏好分析决策模型[J]. 西南师范大学学报: 自然科学版, 2009, 34(5): 82-87.
Li Y D. Extension of LINMAP to group decision under fuzzy environment[J]. Journal of Southwest China Normal University: Natural Science Edition, 2009, 34(5): 82-87.

Multiple Attributes Decision-making Method Based on Time-series Interval Number

HE Qi-hui

(Anhui Institute of Economic Management, Hefei 230059, China)

Abstract: The multiple attributes decision-making problems under information environment of time-series interval number have been investigated in this paper. Firstly, interval number is extended to time-series situation, and relevant operations have been defined. Secondly, by the IWAA operator, interval numbers of every object are aggregated into overall interval number $\delta_1{}^*(t_k)$, $1\leqslant i\leqslant m$, $1\leqslant k\leqslant K$, and obtain the possibility matrix $P(t)=[P_k(t)]_{mm}=[P\{\delta_1{}^*(t)\geqslant\delta_k{}^*(t)\}]_{mm}$, $t\in T$ by using the possibility degree, and the ranking vector matrix $D=[v_{ik}]_{mk}=[v_i(t_k)]_{mk}$ of every time could be obtained with ranking vector method, and $v_i(t)=\frac{1}{m(m-1)}\left(\sum_{k=1}^{m}P_{ik}(t)+\frac{m}{2}-1\right)$, $i=1, 2, \cdots, m$. Finally, together with time weights, the ranking vectors of every time are aggregated into overall ranking vectors $v_i{}^*=\sum_{k-1}^{K}v_{ik}\varepsilon_{t_i}$, and the optimal decision $x_{\text{optimal}}=\{x_l : v_l{}^*=\max_{1\leqslant i\leqslant n}v_i{}^*\}$ is received, meanwhile, the practical example has verified the proposed method's reasonability and feasibility.

Key words: time-series interval number; IWAA; the possibility degree; ranking vector; decision making

（责任编辑　游中胜）