DOI:10.11721/cqnuj20140225

核心概念教学思维对儿童数学问题解决的影响*

李运华
(嘉应学院 教育科学学院,广东 梅州 514015)

摘要:研究不同概念教学思维类型对儿童数学问题解决的影响。采用实验法、作品分析法和个别访谈法,以 500 名小学生为被试,考察儿童的数学问题解决成绩、问题表征和策略水平。结果表明:(1)儿童掌握了一些数学问题解决策略,但其数学问题解决成绩较差、策略和问题表征水平较低;(2)儿童数学问题表征水平表现为从低到高的无表征、萌芽表征、模糊表征、直观表征、形式表征 5 个水平;(3)不同教学思维类型的数学概念教学对儿童问题解决有显著影响。相对于集中思维、发散思维数学概念教学较能提高儿童问题解决成绩、问题表征水平,较有助于儿童问题解决的多策略选择。(4)老师在数学概念教学时应精心设置发散思维的数学问题启发学生,以提高儿童数学问题解决水平。

关键词:概念教学;儿童;问题解决;表征;策略

中图分类号:G623.5;O12 **文献标志码**:A **文章编号**:1672-6693(2014)02-0114-04

问题解决是心理学的重要研究内容,数学问题解决是一种复杂的思维过程,体现一个人的思维活动水平。问题表征和问题解决策略是影响问题解决最重要的因素,问题表征质量是问题解决顺利实施的关键[1],策略直接影响到问题解决的有效性。问题表征受知识基础、思维能力、问题解决经验[2]、元认知发展水平[3]、问题解决的样例[4]、问题情景等影响;策略受策略训练影响[5]。儿童数学问题解决不仅受问题本身和儿童已有知识经验的影响,而且受教师教学思维的影响,研究表明,不同教学思维模式对儿童数学问题解决效果有显著影响[6]。

数学概念是小学儿童知识建构的基础,直接影响儿童数学思维能力的发展。新课程改革强调培养学生创造性思维,发散性是创造性思维的基本特征。本研究考察核心概念教学思维类型对儿童数学问题解决的影响,文中概念教学思维类型是指老师教学时运用不同思维类型启发学生,发散思维概念教学用发散思维的数学问题启发学生,集中思维概念教学用集中思维的数学问题启发学生。

1 研究方法

1.1 被试

选取广东省梅州市梅江区、五华县各 2 所区(县)属小学,在各校三年级随机抽取 2 个班共 500 名学生为被试,其中梅江区 2 所区属小学的甲学校抽取的 2 个班,随机编号为 A、B 班,各班有 54、59 名学生;乙学校随机抽取的 A、B 班各有 58、56 名学生;五华县 2 所县属小学的丙学校随机抽取的 A、B 班各有 67、68 名学生,丁学校随机抽取的 A、B 班各有 69 名学生。4 所小学的 A 班共有 248 人,B 班共有 252 人。所有儿童年龄在 10~11 岁之间,男女性别比例为 1.2∶1。全体学生智力正常、心理健康、状态良好。

1.2 研究工具

选取北师大版小学三年级数学上册“周长”内容为研究材料,“周长”概念较直观,能代表小学数学课程中绝大多数较直观表述的数学概念。

由教育学专家、小学数学课程与教学法专家、心理学专家、小学数学高级教师等 6 人组成测试题设计小组和备课组。经过设计小组反复研究,确定了 3 道题为以周长为核心概念的数学问题解决测试题,以 3 题得分之和为学生数学问题解决成绩,同时考察儿童问题解决表征水平和问题解决策略水平。3 道数学问题解决测试题中,第 1 题难度中等,主要考察儿童问题解决的成绩;后 2 题难度较大,主要考察儿童数学问题表征和解决策略水平。

* **收稿日期**:2013-02-12 **修回日期**:2013-05-17 **网络出版时间**:2014-03-10 19:23
资助项目:广东省教育科研“十二五”规划(2012JK265)
作者简介:李运华,男,副教授,研究方向为儿童发展心理学、认知心理学,E-mail: lyh_11@163.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20140310.1923.025.html

备课组备好 A 教案和 B 教案。A 教案设计出发散思维数学问题启发学生(模式 1)，B 教案设计出集中思维数学问题启发学生(模式 2)，除此外其他完全一样。A、B 教案设计出给学生讨论、思考的数学问题一共有 4 个，具体如下。

A 教案是发散思维的数学问题，问题是开放的，可以有多个答案[8]：问题 1(在学生感知物体一周时)：请大家总结一下刚才这 2 位同学剪卡片的过程有什么相同之处？问题 2(在学生总结图形一周时)：请大家总结一下这些图形有什么特点？问题 3(在学生总结周长概念时)：请同学们试给周长下定义。问题 4(在学生应用周长概念时)：老师请二个同学上来量一量这 2 个图形的周长。

B 教案相对应的为集中思维数学问题，老师提出的数学问题能让学生明白思考的具体方向，引导学生思考的方向较为一致，且问题答案具有唯一性[8]：问题 1：请大家说说这 2 位同学剪的过程有什么相同之处？开始的地方和结束的地方在哪里？问题 2：请大家说说这些图形是不是封闭的？线有没有重复？问题 3：请同学们根据刚才对周长的理解试给周长下定义。问题 4：老师请 2 个同学上来量一量这 2 个图形的周长，上台测量的同学请先想好用什么工具？如何测量？

1.3 研究程序与数据处理

为控制无关因素的干扰，由备课组根据实验要求训练一个小学数学高级教师作主试，按各小学的教学进度计划，在“周长”前一个单元“乘法”内容讲授完后，主试到被试所在学校的原教室授课。主试使用 A、B 教案分别在 A 班和 B 班实施教学，授完新课后学生不做任何练习，随后现场测试，授课和测试时间均为 40 分钟，当场收回试卷和草稿纸，测试完后进行个别访谈。统一由一位小学数学高级教师评卷。

对 A、B 班学生分别在学期开学初和本实验课前一周进行相同试卷的数学测验，以这 2 次成绩之和为前测成绩，定为本研究的协变量，对 A、B 班前测作 t 检验，结果表明 A、B 班学生的数学成绩无显著差异($P>0.05$)。

使用 SPSS 19.0 软件作统计分析。

2 结果与分析

2.1 两教学模式下学生数学问题解决成绩的差异

儿童问题解决成绩按数学问题解决的程度不同评分为 5、4、3、2、1、0 分，问题解决较好(满分)的得 5 分，空白或完全错误的得 0 分。本研究测得的儿童问题解决成绩如表 1 所示(表中 M 为平均分，S 为标准差)。

3 题得分总平均分为 3.41 分，题平均值只有 1.14 分，说明儿童数学问题解决成绩较差，儿童数学问题解决水平很低。

以前测为协变量对模式 1、模式 2 的问题解决成绩均值作协方差分析，结果 $F=16.88$，$P<0.001$。说明不同教学思维的数学概念教学，儿童问题解决成绩存在显著差异。对测试题中难度中等、主要考察儿童问题解决成绩的第 1 题得分作进一步分析，结果为模式 1 中儿童得分 2.63，平均水平达到接近中等，模式 2 中儿童得分为 0.87，平均水平较低，均值差为 1.76 分($P<0.001$)，与 3 题总分差异比较结果一致，说明虽然儿童的数学问题解决水平较低，但本课题研究结果没有受到低限效应的影响。

表 1　问题解决成绩得分均值

模式	M	S	N
1	5.34	0.77	248
2	1.88	0.30	252
小计	3.41	0.56	500

2.2 两教学模式下儿童问题解决策略的差异

本研究中的 3 道问题解决题，可采取的主要策略有尝试策略和画图策略。根据儿童在解决问题时所采取策略的多寡和策略的有效性，通过分析儿童的试卷和草稿纸，把儿童解决问题②③时的策略水平归纳如下：试卷和草稿空白或随意涂写的归为策略 0；采用数字尝试策略且部分可行的归为策略 1；采用数学尝试策略和其中有 1 题采用作图策略的归为策略 2；2 题均采用尝试策略和作图策略且有一定成效的归为策略 3。统计结果如表 2。

绝大多数儿童数学问题解决的策略均处在策略 1 和策略 2 水平，说明儿童在数学问题解决时能使用一些问题解决策略，但策略欠有效。

对教学模式和策略进行卡方分析，结果 $\chi^2=17.51$，$P<0.001$，说明不同教学思维的概念教学，儿童的问题解决策略有显著差异。发散性思维教学模式下，采用多策略的儿童较多；集中思维教学模式下，超过 50% 的儿童只采用数字尝试策略。

表 2　使用不同策略的人数

模式	策略 0	策略 1	策略 2	策略 3	总计
1	16	52	148	32	248
2	8	128	116	0	252
总计	24	180	264	32	500

2.3 两教学模式下儿童问题表征水平的差异

Mayer 等人把问题表征分为数字表征、关系表征和图式表征[7]，傅小兰等人把问题表征分成问题信息的搜

索和提取、理解和内化、隐喻约束条件发现三个阶段[2],邓铸根据表征状态把问题表征分为无表征状态、外部表征状态、初步内部表征状态、低级范畴表征状态、高级范畴表征状态、符号化表征状态[3]。

参考各学者问题表征的研究成果,根据 Mayer 的表征水平理论和儿童数学问题表征水平的实际情况,结合儿童问题解决①题的解答和草稿分析,发现本研究的儿童的问题表征从低到高依次有5个水平。无表征(260人):儿童不能进行问题表征,无法理解问题或理解完全错误,表现为试卷空白或列式计算 8×6;萌芽表征(96人):儿童出现表征苗头,表征很低级,表现为能列式计算 8+6;模糊表征(64人):儿童能整体理解问题,但表征不完整或错误,表现为能列式计算 8×2+6×2;直观表征(68人):儿童有正确的表征,但表征依赖形象思维直观解决问题,表现为不能利用周长概念,能列式计算 8+6+6 或 8+6×2;形式表征(12人):儿童依据符号、图式或形式进行问题表征,表现为能利用周长概念,列式计算 8×2+6×2-8,统计结果如表3。

表3 不同问题表征水平的人数

模式	无表征	萌芽表征	模糊表征	直观表征	形式表征	总计
1	88	48	44	56	12	248
2	172	48	20	12	0	252
总计	260	96	64	68	12	500

从表3可以看出,绝大多数儿童的问题表征水平较低,52%的儿童不能进行问题表征,32%的儿童表征水平处在"萌芽表征"和"模糊表征"水平。对教学模式和问题表征水平作卡方分析,结果 $\chi^2=19.18$,$P<0.001$,说明不同数学概念教学,学生中不同问题表征水平的人数有显著差异。

3 讨论

3.1 儿童问题解决水平较低,发散思维概念教学能提高数学问题解决成绩

儿童数学问题解决水平很低,无论是在发散思维还是集中思维的概念教学下,儿童数学问题解决效果不尽如人意,从表1可以看出集中思维教学下儿童的数学问题解决水平更低。这可能是因为没有后继例题(样例)学习和相应的练习。

不同数学概念教学,儿童问题解决成绩存在显著差异,表现为与集中思维相比,发散思维概念教学时儿童的问题解决成绩较好。原因可能是,在数学概念学习过程中,受发散思维的数学问题启发,能促进儿童对概念深层次理解[8],有利于儿童知识建构,从而有助于儿童在数学问题解决时相关知识提取;其二是,发散思维教学时,儿童因为没有具体思考方向,进行了各种尝试,获得一些尝试经验,有利于问题表征和策略选择。

另外,笔者在发散思维数学问题启发学生(模式1)的实验课随堂听课时发现,在讨论问题1、问题4时,绝大多数儿童能得到正确的答案;在讨论问题2、问题3时,较多儿童对问题"无从下手","答非所问"地回答问题。笔者的访谈材料较好地解释了这个现象:解决问题1、问题4主要需要一些策略,儿童已有一定的策略水平;解决问题2、问题3需要较高的抽象概括水平,但小学三年级儿童的抽象逻辑思维较低、表征困难。这在2.2和2.3分析结果中也反映出来。

3.2 儿童问题解决时能使用一些有效策略,发散思维概念教学有助于形成问题解决多策略选择意识

绝大多数儿童在数学问题解决时能使用一些策略,其策略水平处在中等水平,因为我国小学生在平时学习中要进行大量习题训练,掌握了一些数学问题解决策略。但只有少数儿童使用的策略有效,这是儿童的问题表征水平较低所致。

不同教学思维类型对儿童选择数学问题解决策略有不同的影响,表现为发散思维的概念教学,有助于学生采用多策略实施问题解决;集中思维的概念教学,儿童数学问题解决策略有效性相对较差。教师教学思维影响学生的问题解决策略,集中思维的概念教学,学生缺乏策略训练,缺乏多策略意识;发散思维的概念教学时,学生思考和寻求数学问题解决时没有具体的方向,不得不使用各种方法去探索、尝试数学问题解决,他们的问题解决策略得到大量训练,多策略意识得到强化。

3.3 儿童问题解决表征水平较低,发散思维概念教学有助于数学问题表征水平的提高

绝大多数儿童的问题表征水平较低,说明单纯数学概念教学对提高儿童数学问题表征水平有影响但作用不太明显。两种数学概念教学下不同问题表征水平的学生人数有显著差异,表现为发散思维的概念教学有助于儿童数学问题表征水平的提高。

知识图式是影响问题表征的重要因素[9],儿童的数学问题表征,受问题中核心数学概念图式的影响。儿童在发散思维的概念教学时,对概念和相关知识及其关系进行深入、全面的思考与探索,知识理解和掌握较好,有利于知识图式的建构;而集中思维的概念教学则相反,不利于儿童建构概念的深层次关系图式。概念关系图式是问题表征的关键,发散思维概念教学有利于儿童建构关系图式表征,从而提高数学问题表征水平。

4 结论与启发

1)核心概念教学时,如果没有后继的样例学习和练习,儿童数学问题解决水平、问题表征水平较低,但能够掌握一些问题解决策略。

2)发散思维与集中思维概念教学比较,儿童的问题解决成绩较好。儿童问题表征水平表现为从低到高5个水平,发散思维的概念教学有助于儿童问题解决的多策略选择,能提高儿童的问题表征水平。

3)老师在核心数学概念教学时,要精心设计数学问题,通过设置发散思维的数学问题启发学生,提高儿童的问题表征水平和策略选择水平。但较抽象的数学内容,宜用集中思维的数学问题启发学生,有关操作、策略的数学内容,宜用发散思维的数学问题启发学生。

参考文献:

[1] Simon H. The understanding process: problem isomorphs [J]. Original Research Article Cognitive Psychology, 1976, 2(8): 165-190.

[2] 傅小兰,何海东. 问题表征过程的一项研究[J]. 心理学报, 1995, 27(2): 204-209.
Fu X L, He H D. A Study on The Process of Problem Representation[J]. Psychologica Sinica, 1995, 27(2): 204-209.

[3] 邓铸. 问题解决的表征态理论与实证研究[D]. 南京师范大学, 2002.
Deng Z. The Representation-State Theory of Problem-Solving: Theoretical and Experimental Studies[D]. Nanjing Normal University, 2002.

[4] 莫雷,刘丽虹. 样例表面内容对问题解决类比迁移过程的影响[J]. 心理学报, 1999, 31(3): 313-321.
Mo L, Liu L H. Influence on the similarities in superficial contents on the course of analogy transfer of problem solving[J]. Psychologica Sinica, 1999, 31(3): 313-321.

[5] 沈陆娟,赵小云. 中美学生数学问题解决策略的简略比较[J]. 杭州师范学院学报:自然科学版, 2004, 3(2): 153-156.
Shen L J, Zhao X Y. A comparison of mathematical problem solving strategy used by Chinese and American students[J]. Journal of Hangzhou Teachers College, 2004, 3(2): 153-156.

[6] 李运华,曾拓,陈晓霞. 教学思维模式对儿童数学能力的影响[J]. 沈阳大学学报:社会科学版, 2012, 14(5): 108-111.
Li Y H, Zeng T, Chen X X. Influence of thinking model of teaching on children's mathematical ability[J]. Journal of Shenyang University: Social Science, 2012, 14(5): 108-111.

[7] Hegarty M M. Comprehension of arithmetic word problems: a comparison of successful and unsuccessful problem solvers[J]. Journal Educational Psychology, 1995, 87(1): 18-32.

[8] 李运华. 教师教学思维对小学生数学概念理解的影响[J]. 教育探索, 2012(6): 139-142.
Li Y H. The impact of teaching thinking on the children's mathematical conceptual understanding [J]. Education Exploration, 2012(6): 139-142.

[9] 邓铸,余嘉元. 问题解决中对问题的外部表征和内部表征[J]. 心理学动态, 2001, 9(3): 193-200.
Deng Z, Yu J Y. The external information and internal representation on problems solving[J]. Journal of Developments In Psychology, 2001, 9(3): 193-200

The Impact of the Core ConceptTeaching Thinking on the Children's Mathematical Problems Solving

LI Yun-hua

(School of Education and Science, Jiaying College, Meizhou Guangdong 514015, China)

Abstract: With the application of experimental method, work analysis method, we aimed at studying children' s abilities of solving problems, problem representation and strategies with 500 primary students involved. The results show: (1)that different mathematical teaching concepts has significant impact on primary students' problem-solving; (2)children' s mathematical problem representation level is from low to high, no characterization, budding characterization, fuzzy representation, visual representation, formal representation of 5 levels; (3)mathematical teaching concept of divergent thinking can improve children' s abilities of problem-solving results and problem representation levels, which are good for the multi-strategy options when children are solving problems; (4) teachers should design mathematical problems of divergent thinking to inspire students when doing related core concept teaching in order to improve students' abilities of problem-solving.

Key words: concept teaching; children; problem solving; representation; strategies

(责任编辑 李若溪)