运筹学与控制论

DOI:10.11721/cqnuj20140503

重加工具有退化与学习现象的单机批排序问题*

张新功，王　慧，柏仕坤
(重庆师范大学 数学学院，重庆 401331)

摘要:本文对同一台机器下次品工件可重加工生产的问题进行研究。工件要求成批加工,每批包括连续加工的两个子批。第一子批的工件加工后,一部分工件是按照要求得到的优良品,另一部分工件是次品。次品的工件接着在第二子批重加工,而次品工件在等待重加工时会产生退化与学习现象,加工完成后得到的工件是优良品。同一子批的工件同时完工,工件的完工时间是该子批中最后一个工件的完工时间。假设每批生产的工件次品率是相同的。每一批工件开始加工和重加工时都有安装时间。目标函数是使总安装时间,重加工和库存持续费用最小,并且优良品工件的需求得到满足。对于该问题的一般情形给出了动态规划算法。接着当批工件的完工时间和批的规模满足一致关系,给出多项时间算法。

关键词:单机排序;分批;重加工;退化效应;学习效应

中图分类号:O223;C93　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2014)05-0013-05

生产作业环境中由于不稳定的工作环境、工人的操作失误和不适当的生产机器等因素都可以导致工件生产过程中次品的产生。最近对于生产的次品工件重加工成为生产作业领域一种流行的处理次品工件方式。这种做法使厂商从生产的次品中得到收益,并且减少销毁的费用,同时也环境保护的要求相吻合。优良品工件的加工和次品工件的重加工的问题属于逆向物流的广义领域。逆向物流是处理供应链中的各种回收过程,是在整个产品生命周期中对产品和物资的完整的、有效的和高效的利用过程的协调。其目的是减少资源使用,并以此达到减少废弃物的目标,同时使正向以及回收的物流更有效率,从而提高产品的价值,增进环境保护[1]。在很多生产作业环境中经常遇到工件的生产和返工作业进程。Inderfurth 和 Teunter[2]提到工件的生产进程如此整合对于作业计划和控制问题是个挑战,而次品工件在等待重加工时产生一个退化现象。Flapper 和 Teunter[3]考虑单产品的生产线,生产加工和重加工具有相同的机器设备。生产的产品可能是合格品、可以重加工的次品以及不能重加工的次品。随着时间的推移,次品工件的重加工会产生退化效应,这将增加时间成本和加工成本。他们考虑一种处理策略以及两种类型的重加工策略。考虑包括生产、重加工、处理、原料的采购和重加工次品的储存的每单位时间的平均费用。

工业滚珠的生产就是一个现实的例子,滚珠生产的第一步是把熔化的铁水倒入一个模子中,每次生产一批滚珠。由于铁的成分的多样性和生产设备固有的不稳定性,可能会生产出具有内腔的滚珠,具有如此内腔的滚珠通常被认为是次品,为了减少生产资料的浪费,次品工件需要重新加工。接着第二步就是把次品工件重新加热,显然滚珠等待重新加工的时间越长,冷却得越快,随着时间的流逝重新加热熔化滚珠的时间就会变长。为了提高生产效率,滚珠应该成批生产,每批中的次品立即应该放在一个批中重新加工。

然而由于在加工过程中,工人操作的会逐渐熟练,使得生产效率大大提高,这种现象称为学习效应[4]。最近 Biskup 在文献[5]中对于学习效应问题作了一个综述。Wang 和 Cheng[6-7]研究了具有学习效应与退化现象(退化因子为开工时间 t 的线性函数)的单机和流水机环境下有关时间表长、总(加权)完工时间和最大延迟问题并给出了多项式时间解法。生产和库存控制中对于产生退化的现象研究出现大量的文献(参见 Gotal 和 Giri[8]的综述)。然而根据最新知识,对于次品工件重加工时,重加工的工件产生退化和学习效应现象还没有研究。接下来

* **收稿日期**:2013-09-27　　**修回日期**:2013-12-07　　**网络出版时间**:2014-9-17　22:37
资助项目:国家自然科学基金(No. 61302180;No. 11226237);中国博士后基金面上资助项目(No. 2013M540698);重庆市教委自然科学基金(No. KJ120624;No. KJ130606);重庆师范大学重点项目(No. 2011XLZ05)
作者简介:张新功,男,副教授,博士,硕士生导师,研究方向为排序论及供应链管理,E-mail:zxg7980@163.com;**通讯作者**:王慧,E-mail:huikittycat@gmail.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20140917.2237.003.html

提供该问题的排序模型,对于一般情形给出动态规划算法。

1 模型描述

在单台机器上考虑 N 个工件,对于给定的序列,加工在序列第 j 位置的工件,则称为工件 j。所有工件在0时刻到达。工件 j 的工期为 d_j, $j=1,2,\cdots,N$,不失一般性假设 $d_1 \leqslant d_2 \leqslant \cdots \leqslant d_N$。工件成批加工,每批工件加工之前产生一个安装时间 s_1。工件连续加工,工件之间没有空闲。工件的生产要求经过一个或者两个工序,称为加工或重加工。每个工件加工后要么是优良品要么是次品,生产的次品工件需要进行第二次加工,即重加工。假设经过重加工后生产的产品均是优良品。两次加工在同一台机器上完成。当次品工件等待重加工时,由于工件的等待时间或者机器的磨损和工人操作的熟练会产生退化和学习现象,从而导致了完工时间和费用的改变。

Flapper 等[9]指出工业生产中不同作业进程中加入的不同的原材料中可能包含有一些未知的成分,从而导致了次品的产生,并且次品产生的分布也不均匀。然而充足的历史统计数据表明较为稳妥的估计和确定出每批生产的产品中相对稳定、相对固定的次品率是有可能的。Inderfurth 等[10-11],Teunter 和 Flapper[12]以及 Barketau 等[13]在这种假设下进行研究的。他们采用的方法是假设每批中的次品工件的百分比是相同的也是已知的。假设在每一批中包括连续加工的 $v-1(v \geqslant 2)$ 个优良品工件和随后加工的一个次品工件。如果批中存在 x 个次品工件,则同时在该批中也存在 $x(v-1)$ 个优良品工件。进一步 $N=nv$,n 是需要重加工次品工件的总数目。事实上,记 $\frac{1}{v}$ 是次品率,即是质量控制方向文献中的不良率或废品率[14]。

给定的批次情况下,所有次品工件的重加工放在该批的最后加工,加工之前有一个安装时间 s_2,如图1。

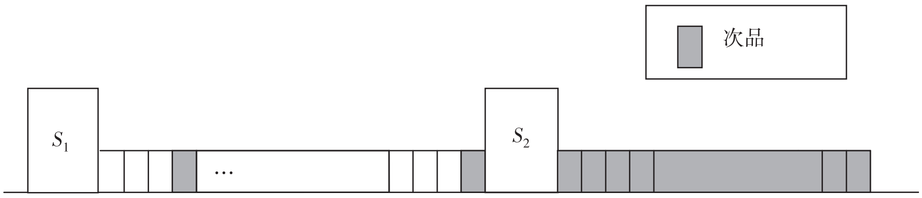

图1 次品工件的重加工

Fig. 1 Reworkable defective jobs

假设每个工件的加工时间相同,等于1,重加工工件的加工时间是生产工件为次品的完工时间和该次品工件重加工的开始时间之差与其在重加工时的位置有关的函数。假设工件 j 是次品工件,其重加工的加工时间为 $(p+at)r^d$,p 是非负的常数,$a>0$ 是退化率、$d<0$ 是学习因子,t 是次品 j 重加工的开工时间和其加工完工时间的差值,r 是次品工件重加工的位置。假设在同一子批的工件同时完工,完工时间是该子批中最后一个工件的完工时间。

根据最新文献资料整理,对于一般情形下的问题研究还没有涉及。假设机器空闲不被允许,并且一次只能加工一个工件,工件的加工过程中中断不被允许。由于工件加工时间相同,很容易得到序列中的工件被分批次加工的工件及随后的重加工的操作所刻画。

本文考虑以下费用:α 表示批安装费用,β 表示已经完工的工件的存储费用(提前完工费用),γ 表示次品工件的存储费用和重加工费用。

对于给定的工件序列,定义 C_j 为工件 j 的完工时间,S_j^R 为工件 j 重加工时的开始时间。假设 S 是具有 k 批工件,次品工件集合为 Z 的序列,这个序列的总费用为

$$F(S)=\alpha k+\beta\sum_{j=1}^{N}(d_j-C_j)+\gamma\sum_{j\in Z}(S_j^R-C_j)。\tag{1}$$

问题是确保在工期之前完成所有工件的加工,并且每个工件加工或者重加工后变成优良品工件,求出 $\min F(S)$。把这个问题表示记为:“RW”。如同一般的工件工期问题一样,位置工期的排序问题也被很多学者研究,具体参见文献[15-17]。

2 一个动态规划方法和一种特殊情形

动态规划方法是解决最优库存控制问题的通用的数学工具。用动态规划方法解决 RW 问题的思想为:在部

分最优序列完工后，每次迭代增加一批新的工件(对于增加批的规模和批中次品工件数量进行递归分析)，考虑增加的批对目标函数的影响。假设包含 b 批部分序列 S' 已经被安排加工，S' 中最后一个工件在位置 bv 完工的时间为 t。假设增加批的规模为 j，然后计算增加批对于目标函数的贡献。jv 个优良品工件在它的工期之前完工。如图 2。

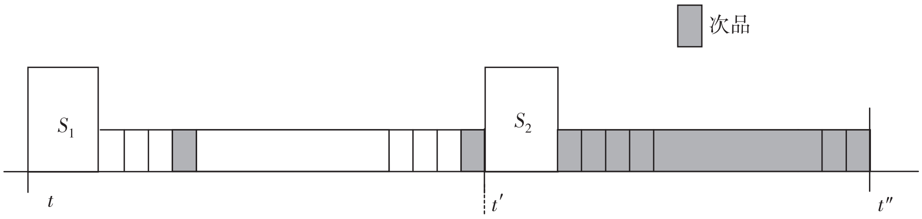

图 2　优良品和次品工件的加工时间

Fig. 2　The processing time of good quality defective jobs

在位置 $bv+(i-1)v+1,\cdots,bv+iv-1(i=1,\cdots,j)$ 的优良品工件在时刻 $t'=t+s_1+jv$ 完工，在位置 $bv+iv(i=1,\cdots,j)$ 加工的工件(需要重加工)在时刻 $t''=t'+s_2+P(j)$ 完工，其中 $P(j)$ 是重加工子批的工件的完工时间。增加的规模为 j 的子批对于目标函数的贡献为

$$\Delta(j)=\alpha+\beta(F_q(j)+F_d(j))+\gamma H(j),\tag{2}$$

其中安装时间的贡献为 α，对于已经完工的工件的库存费用中，优良品工件的贡献用 F_q 表示；次品工件的贡献用 F_d 表示，为完成的次品工件的库存费用为 $H(j)$，则

$$F_q=\sum_{i=1}^{j}\sum_{k=1}^{(v-1)}[d_{bv+(i-1)v+k}-(t+s_1+jv)]=\sum_{i=1}^{j}\sum_{k=1}^{(v-1)}d_{bv+(i-1)v+k}-j(v-1)(t+s_1+jv)。\tag{3}$$

为了求出 F_d，首先计算已完成的次品工件的库存时间和其重加工时的开工时间。h_j 表示次品工件 j 的库存时间，$p_j=(p+ah_j)r^d$ 为次品工件 j 的加工时间，其中 r 为工件在重加工的工件所处的位置，则 $h_1=s_2$，$p_1=p+ah_1$，$p_i=(p+ah_i)i^d$，$h_i=h_{i-1}+p_{i-1}$，$i=2,\cdots,j$。

根据归纳法，有 $h_i=\prod_{l=2}^{i}[1+a(i-l+1)^d]h_1+p\sum_{l=2}^{i}(i-l+1)^d\prod_{k=l+1}^{i}[1+a(i-k+1)^d]$，$i=2,\cdots,j$。

$p_i=(p+ah_i)i^d=i^dp+ah_ii^d$，则重加工工件所在的子批加工时间：$P(j)=\sum_{i=1}^{j}p_i=\sum_{i=1}^{j}(p+ah_i)i^d$。

可以得到增加的规模为 j 的批工件的完工时间为

$$T(j)=s_1+jv+s_2+P(j),\tag{4}$$

则

$$F_d(j)=\sum_{i=1}^{j}[d_{bv+iv}-(t+T(j)]=\sum_{i=1}^{j}d_{bv+iv}-j(t+s_1+s_2+jv)-jP(j)。\tag{5}$$

未完成的次品工件的库存费用对于目标函数产生的贡献为 $H(j)=\sum_{i=1}^{j}h_i$。为了确保生产作业排序中增加批是可行的，则需要检验下述的不等式是否成立

$$t+s_1+jv\leqslant d_{bv+1},\tag{6}$$
$$t+T(j)\leqslant d_{bv+v}。\tag{7}$$

由于假设工期按照非减顺序，则(6)、(7)式确保第一、二子批的 $j(v-1)$ 个优良工件、j 次品工件分别在工期 d_{bv+1}、d_{bv+v} 之前完工。

对于问题 RW 的动态规划方法是利用已经完成加工的部分可行批，然后增加一个新的批次的工件，依次递归。根据上面的讨论将给出动态规划算法。部分序列工件 bv 的完工时间 t，当前已经完工的批的个数 r 和次品工件个数 b 为状态变量。$F(t,r,b)$ 表示该状态下的可行序的最小的目标函数值，这里的 $0\leqslant t\leqslant d_N$，$0\leqslant r\leqslant k$(假设工件分 k 批加工)，$0\leqslant b\leqslant n$。

由于问题 RW 的复杂性是未知的。根据(1)～(7)式提供一个拟多项式时间的动态规划算法，则算法如下。

步 1，(初始条件)置 $F(t,r,b)=0$，其中 $(t,r,b)=(0,0,0)$，$F(t,r,b)=\infty$，其中 $t=0,1,\cdots,d_N$，$r=1,\cdots,k$，$b=0,1,\cdots,n$ 和 $(t,k,b)\neq(0,0,0)$。置 $t=0$，$r=0$，$b=0$；

步2,(递归)对于 $t=0,1,\cdots,d_N$,$r=1,\cdots,k$ 和 $b=0,1,\cdots,n$,计算

$$F(t,r,b)=\min_{j=1,\cdots,b}\begin{cases}F(t-T(j),r-1,b-j)+\Delta(j),\text{若}(6),(7)\text{满足}\\ \infty,\text{其他}\end{cases}$$

步3,(最优解的选择)计算最优解的值:$F^*=\min\{F(t,k,n)\mid 0\leqslant t\leqslant d_N\}$。如果 $F^*=\infty$,则对于工期 $d_1,\cdots,d_N$ 来说,没有适合条件的序列;如果 $F^*\leqslant\infty$,则利用往回追溯的方法就可以找的最优解。

下面计算该算法的时间复杂性。显然状态变量的时间复杂性为 $O(n^2d_N)$,算法中每个 $F(t,k,n)$ 的值可在 $O(n)$ 时间内得到,计算(6)、(7)式以及验证 $F(t,k,n)$ 是否满足工期的限制可以在 $O(nN)$ 时间内完成。则整个算法的时间复杂性为 $O(n^3d_N+nN)$。显然该问题不是强 NP-难的。

接下来考虑一种特殊情况,并给出一个多项时间算法。假设批工件的完工时间和批的规模满足一致关系,即对于任意的两个批 j_{i-1},j_i,批的规模假定为 j_{i-1},j_i。则满足 $\frac{T(j_{i-1})}{j_{i-1}}\leqslant\frac{T(j_i)}{j_i}$,$i=2,\cdots,k$。对于给定的序列 $S=(j_1,\cdots,j_k)$,则该序列的最小目标函数值为 $F(S)$。有下面的定理成立。

定理 对于任意的两个可行序列

$$S^{(1)}=(j_1,\cdots,j_{i-2},j_{i-1},j_i,j_{i+1},\cdots,j_k),S^{(2)}=(j_1,\cdots,j_{i-2},j_i,j_{i-1},j_{i+1},\cdots,j_k),$$

其中 j_i 表示第 i 批并且该批地规模为 j_i。可以得到 $F(S^{(1)})\leqslant F(S^{(2)})\Leftrightarrow\frac{T(j_{i-1})}{j_{i-1}}\leqslant\frac{T(j_i)}{j_i}$。

证明 易知 $S^{(1)}$、$S^{(2)}$ 两个序列中批的个数和未完成加工的次品工件的库存费用相等,而其目标函数的对应部分的费用也相等,除了第 j_{i-1}、j_i 批外,$S^{(1)}$、$S^{(2)}$ 中的所有完工的工件的库存费用也相同。为了研究的方便,假设 $F_q^{(m)}(S)$ 和 $F_d^{(m)}(S)$ 表示在序列 S 中第 m 批优良品工件和已经完工的次品工件的库存费用 $f(S)=F(S)-H(S)$,则有 $f(S^{(l)})=E+\beta[F_q^{(i-1)}(S^{(l)})+F_q^{(i)}(S^{(l)})+F_d^{(i-1)}(S^{(l)})+F_d^{(i)}(S^{(l)})]$,$l=1,2$,其中 E 在序列 $S^{(l)}$ 中除了第 j_{i-1}、j_i 批外,已完工的工件的总费用。假设部分序列 $j_1,\cdots,j_{i-2},j_{i-1}$ 中包含 b 个次品工件,它的完工时间为 t,则有

$$f(S^{(1)})=E+\beta[F_q^{(i-1)}(S^{(1)})+F_q^{(i)}(S^{(1)})+F_d^{(i-1)}(S^{(1)})+F_d^{(i)}(S^{(1)})]=$$

$$E+\beta[\sum_{r=1}^{j_{i-1}}\sum_{k=1}^{(v-1)}d_{bv+r(v-1)+k}-j_{i-1}(v-1)(t+s_1+j_{i-1}v)+\sum_{r=1}^{j_i}\sum_{k=1}^{(v-1)}d_{(b+j_{i-1})v+r(v-1)+k}-j_i(v-1)(t+T(j_{i-1})+s_1+j_iv)+$$

$$\sum_{r=1}^{j_{i-1}}d_{bv+rv}-j_{i-1}(t+T(j_{i-1}))+\sum_{r=1}^{j_i}d_{(b+j_{i-1})v+rv}-j_i(t+T(j_{i-1})+T(j_i))]=a+\beta[A-vj_iT(j_{i-1})]。$$

其中 $A=\sum_{r=1}^{(j_{i-1}+j_i)v}d_{bv+r}-(t+s_1)(v-1)(j_{i-1}+j_i)-(v-1)v(j_{i-1}^2+j_i^2)-t(j_{i-1}+j_i)-j_{i-1}T(j_{i-1})-j_iT(j_i)$。

相似的 $f(S^{(2)})=E+\beta[F_q^{(i-1)}(S^{(2)})+F_q^{(i)}(S^{(2)})+F_d^{(i-1)}(S^{(2)})+F_d^{(i)}(S^{(2)})]=a+\beta[A-vj_{i-1}T(j_i)]$,

作差可得 $f(S^2)-f(S^1)=\beta v(j_{i-1}T(j_i)-j_iT(j_{i-1}))$,由于 $H(S^1)=H(S^2)$ 则命题得证。 证毕

通过该定理可以得到如果批工件的完工时间和批的规模满足一致关系,则通过一系列相邻批的交换使其满足定理,可以得到满足目标函数的最优序。因此满足一致条件下,当前排序模型的最优解可以在 $O(k\log k)$ 时间内得到,其中 k 是序列中批的个数。

3 结论

本文对于次品工件可以重加工的单机批排序问题进行了研究,而重加工的工件会产生退化和学习效应。该模型共有 N 个工件,工期按照从小到大的顺序排列。对于 RW 问题给出了动态规划算法,当批工件的完工时间和批的规模满足一致关系,给出多项时间算法。其他有效的解决该问题的算法将是进一步研究的方向。由于 RW 问题的复杂性是开放的。因此解决该问题的复杂性也是下一步将要研究的问题。

参考文献:

[1] Minner S, Lindner G. Lot sizing decisions in product recovery management[C]//Dekker R, Fleischmann M, Inderfurth K, et al. Reverse logistics—quantitative models for closed-loop supply chains. Berlin Heidelberg: Springer, 2004: 157-179.

[2] Inderfurth K, Teunter R H. Production planning and control of closed-loop supply chains[C]//Guide Jr V D R, van

Wassenhove L N. Business perspectives on closed-loop supply chains. Pittsburgh: Carnegie Mellon University Press, 2003: 149-173.

[3] Flapper S D P, Teunter R H. Logistic planning of rework with deteriorating work-in-process[J]. International Journal of Production Economics, 2004, 88(1): 51-59.

[4] Pinedo M. Scheduling: theory, and systems [M]. New Jersey: Prentic-Hall, 2008.

[5] Biskup D. A state-of-the-art review on scheduling with learning effects[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 188(2): 315-329.

[6] Wang X, Cheng T C E. The single machine scheduling with deteriorating jobs and learning effect to minimize the makespan[J]. European of Journal Operation Research, 2007, 178(1): 57-70.

[7] Wang J B, Cheng T C E. Scheduling problems with the effects of deterioration and learning[J]. Asia-Pac Journal Operational Research, 2007, 24(2): 245-261.

[8] Goyal S K, Giri B C. Recent trends in modelling of deteriorating inventory[J]. European of Journal Operation Research, 2001, 134(1): 1-16.

[9] Flapper S D P, Fransoo J C, Broekmeulen R A, et al. Planning and control of rework in the process industries: a review[J]. Production Planning & Control, 2002, 13(1): 26-34.

[10] Inderfurth K, Lindner G, Rahaniotis N P. Lotsizing in a production system with rework and product deterioration [J]. International Journal of Production Research, 2005, 43(7): 1355-1374.

[11] Inderfurth K, Kovalyov M Y, Ng C T, et al. Cost minimizing scheduling of work and rework processeson a single facility under deterioration of reworkables[J]. International Journal of Production Economics, 2007, 105(2): 345-356.

[12] Teunter R H, Flapper S D P. Lot-sizing for a single-stage single-product production system with rework of perishable production defectives[J]. OR Spectrum, 2003, 25(1): 85-96.

[13] Barketau M S, Cheng T C E, Kovalyov M Y. Batch scheduling of deteriorating reworkables[J]. European of Journal Operation Research, 2008, 189(3): 1317-1326.

[14] Giltow H, Giltow S, Oppenheim A, et al. Tools and methods for the improvement of quality[M]. United States: CRC Press, 1989.

[15] Hall N G, Sethi S P, Sriskandarajah C. On the complexity of generalized due date scheduling problems[J]. European Journal of Operational Research, 1991, 51(1): 100-109.

[16] Tanaka K, Vlach M. Minimizing maximum absolute lateness and range of lateness under generalized due dates on a single machine[M]. Annals of Operations Research, 1999, 86(0): 507-526.

[17] Qi X T, Yu G, Bard J F. Single machine scheduling with assignable due dates[J]. Discrete Applied Mathematics, 2002, 122(1/2/3): 211-233.

Operations Research and Cybernetics

Batch Scheduling for Deteriorating and Learning Reworkable in Single Machine

ZHANG Xingong, WANG Hui, Bai Shikun

(School of Mathematical Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: The problem of scheduling the production of new and reworkable defective jobs in the single machine is studied. Jobs are processed in batches. Each batch comprises two sub—batch processed consecutively. In the first sub—batch, all the jobs are newly manufactured. Some of the jobs are of the required good quality and some are defective. The defective jobs are reworked in the second sub—batch. They deteriorate and learn while waiting for reworking, each reworkable defective job is of the required good quality. All the jobs in the same sub—batch complete at the same time, which is completed time of the last job in the sub—batch. It is assumed that the percentage of defective jobs in each batch is the same. A setup time is of required to start batch processing and to switch from working and reworking. The objective is to find batch size such as the total setup, rework and inventory holding cost is minimized and all the demands are satisfied. Dynamic programming algorithm is presented for the general problem. Then we give a polynomial time algorithm if processing time of the batch and its size are agreeable.

Key words: single scheduling; batch; reworkable; deterioration; learning effect

（责任编辑　黄　颖）