

一种含有常数项的新超混沌系统及其 FPGA 实现*

黄 法¹, 罗明伟², 张 鹏³

(1. 重庆邮电大学 资产管理处; 2. 重庆邮电大学 自动化学院; 3. 重庆邮电大学 教务处, 重庆 400065)

摘要:提出了含有常数项的新四维超混沌系统。对该系统的平衡点进行了理论分析,对系统的 Lyapunov 指数谱、分岔图、相图进行了数值仿真,呈现出了系统的复杂动力学行为。在 IEEE-754 标准下,利用了 FPGA 对该超混沌系统进行电路设计,硬件实验结果与数值仿真结果相一致,验证了该系统的可实现性。

关键词:混沌;超混沌系统;IEEE-754 标准;FPGA

中图分类号:TN914.42

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2015)01-0116-05

超混沌系统有两个正的李雅普诺夫指数,相比于只有一个正的李雅普诺夫指数的混沌系统,其动力学行为更丰富、更复杂,因此把超混沌系统应用到保密通信中,能使保密通信更安全,信息更难被破译。近年来,对超混沌系统的构造与应用已成为国内外的研究热点。

目前,已有不少关于超混沌系统的报道^[1-12],大致可以分为4类超混沌系统。第一类是 Lorenz 族类超混沌系统^[1-5],典型代表是 Lorenz 超混系统^[1]、Chen 超混沌系统^[2]和 Lü 超混沌系统^[3]等。第二类是多涡卷超混沌系统,禹思敏等^[6]构造了一个四维多涡卷超混沌系统以及包伯成等^[7]构造了一个 Colpitts 多涡卷超混沌系统。第三类是非自治超混沌系统,仓诗建等^[8]构造了一个四维非自治超混沌系统以及罗小华等^[9]构造了一个四维非自治超混沌 Liu 系统。第四类是四翼超混沌系统,Dadras 等^[10]和 Cang 等^[11]分别构造了一个四翼超混沌系统。然而,对于含有常数项的超混沌系统报道较少,因此有必要构造一类含有常数项的超混沌系统。

本文在一个含有常数项的三维混沌系统^[12]的基础上,增加了一个一阶微分方程,构造了一个含有常数项的新四维超混沌系统。分析了新系统的平衡点及其稳定性。通过对系统的 Lyapunov 指数谱、分岔图的数值仿真,发现该超混沌系统的动力学行为能随参数在超混沌、混沌、拟周期和周期之间交替演变,并得到了其对应的相图。最后,在 IEEE-754 标准下,利用了 FPGA 对该超混沌系统进行电路设计,硬件实验结果与数值仿真结果相一致。

1 新的含有常数项的超混沌系统

文献[12]构造了一个含有常数项的三维混沌系统,其状态方程如下

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x), \\ \dot{y} = -xz, \\ \dot{z} = xy-b, \end{cases} \quad (1)$$

其中系统参数 $a = 5, b = 90$ 。

本文在状态方程(1)上增加了一个新的状态变量 w ,构造了一个含有常数项的四维自治系统

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x), \\ \dot{y} = -xz-w, \\ \dot{z} = cxy-b, \\ \dot{w} = ky+z, \end{cases} \quad (2)$$

* 收稿日期:2013-09-17 网络出版时间:2015-1-7 16:04

资助项目:重庆市自然科学基金(No. CSTC2012JJA40008);重庆市教委科学技术研究项目(No. KJ120525)

作者简介:黄法,男,工程师,研究方向为非线性电路分析与计算机应用,E-mail:hyzt1@sohu.com

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20150107.1604.023.html

其中系统参数 $a = 5, b = 20, c = 0.5, k$ 为待定参数。

当 $k = 2$ 时,通过数值仿真,系统(2)的 4 个 Lyapunov 指数分别为 $LE_1 = 0.438 3, LE_2 = 0.141 5, LE_3 \approx 0, LE_4 = -5.496 2$ 。显然系统(2)的 Lyapunov 指数有两个大于零,系统处于超混沌状态。

2 基本动力学特性

2.1 平衡点及其稳定性

令 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = \dot{w} = 0$, 得

$$\begin{cases} a(y-x)=0, \\ -xz-w=0, \\ cxy-b=0, \\ ky+z=0. \end{cases} \quad (3)$$

令系统参数 $a = 5, b = 20, c = 0.5, k = 2$, 解方程(3), 得系统(2)的平衡点 $S_1 = (2\sqrt{10}, 2\sqrt{10}, -2\sqrt{10}k, 80)$, $S_2 = (-2\sqrt{10}, -2\sqrt{10}, 4\sqrt{10}, 80)$ 。

在平衡点 $S^* = (x^*, y^*, z^*, w^*)$ 处, 线性化系统(1), 得雅可比矩阵

$$J = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ -z^* & 0 & -x^* & -1 \\ cy^* & cx^* & 0 & 0 \\ 0 & k & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

其中 x^*, y^*, z^*, w^* 表示平衡点 S_1, S_2 的坐标。

把平衡点 $S_1 = (2\sqrt{10}, 2\sqrt{10}, -4\sqrt{10}, 80)$, 代入特征方程 $\det(J - \lambda I) = 0$, 得到 4 个特征值分别为 $\lambda_1 = -27.488 4, \lambda_2 = 22.137 6, \lambda_3 = 0.463 0, \lambda_4 = -0.112 2$, 由于 λ_1 和 λ_4 为负实数, λ_2 和 λ_3 为正实数, 故平衡点 S_1 为不稳定的鞍点。

把平衡点 $S_2 = (-2\sqrt{10}, -2\sqrt{10}, 4\sqrt{10}, 80)$ 代入特征方程 $\det(J - \lambda I) = 0$, 得到 4 个特征值分别为 $\lambda_1 = -2.341 5 + 25.446 7i, \lambda_2 = -2.341 5 - 25.446 7i, \lambda_3 = -0.429 8, \lambda_4 = 0.112 7$, 由于 λ_1, λ_2 为具有负实部的共轭复数根, λ_3 为负实数, λ_4 为正实数, 故平衡点 S_2 为不稳定的鞍焦点。

2.2 Lyapunov 指数谱和分岔图

下一步将通过 Lyapunov 指数谱与分岔图来分析系统(2)的动力学特性。图 1 给出了系统(2)随着系统参数 k 变化的 Lyapunov 指数谱与关于状态变量 x 的分岔图。从图 1(a)的 Lyapunov 指数谱可知, 当 $k \in [2, 2.4]$ 时, $LE_1 > 0, LE_2 > 0, LE_3 = 0, LE_4 < 0$, 系统(2)处于超混沌状态; 当 $k \in [0, 2] \cup (2.4, 15.2)$ 时, $LE_1 > 0, LE_2 = 0, LE_4 < LE_3 < 0$, 系统(2)处于混沌状态; 当 $k \in [18.4, 27]$ 时, $LE_1 = LE_2 = 0, LE_4 < LE_3 < 0$, 系统(2)处于拟周期状态; 当 $k \in [15.2, 18.4] \cup (27, 34]$ 时, $LE_1 = 0, LE_4 < LE_3 < LE_2 < 0$, 系统(2)处于周期状态。图 1(b)的分岔图反映与对应 Lyapunov 指数谱相一致。因此, 从图 1 的 Lyapunov 指数谱和分岔图可以看出系统(2)具有复杂的动力学行为, 能在超混沌、混沌、拟周期和周期之间交替演变。

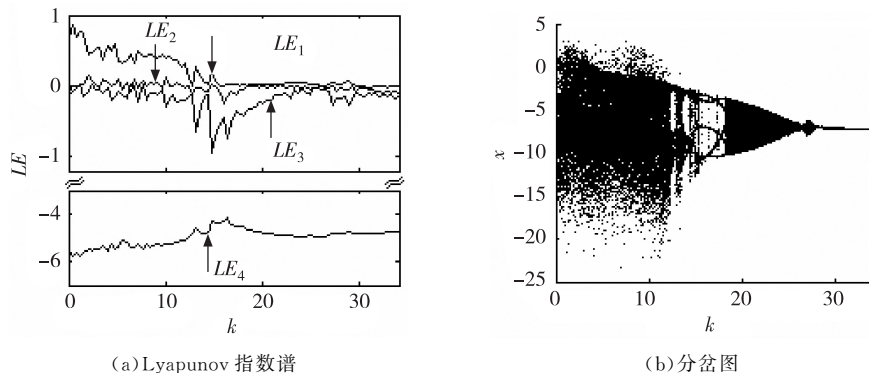


图 1 系统(2)的 Lyapunov 指数谱与分岔图

2.3 相图

采用四阶 Runge-Kutta 法对系统(2)求解。选取初始值 $x(0) = 0.1, y(0) = 0.2, z(0) = 0.3, w(0) = 0.4$, 步长取 0.01, 通过 Matlab 数值仿真, 得到系统(2)在 $x-z$ 相平面的相图如图 2 所示。当 $k = 2$ 时, 系统(2)处于超混沌状态, 其相图如图 2(a)所示; 当 $k = 10$ 时, 系统(2)处于混沌状态, 其相图如图 2(b)所示; 当 $k = 16$ 时, 系统(2)处于周期状态, 其相图如图 2(c)所示; 当 $k = 19$ 时, 系统(2)处于拟周期状态, 其相图如图 2(d)所示; 当 $k = 34$ 时, 系统(2)处于周期状态, 其相图如图 2(e)所示。

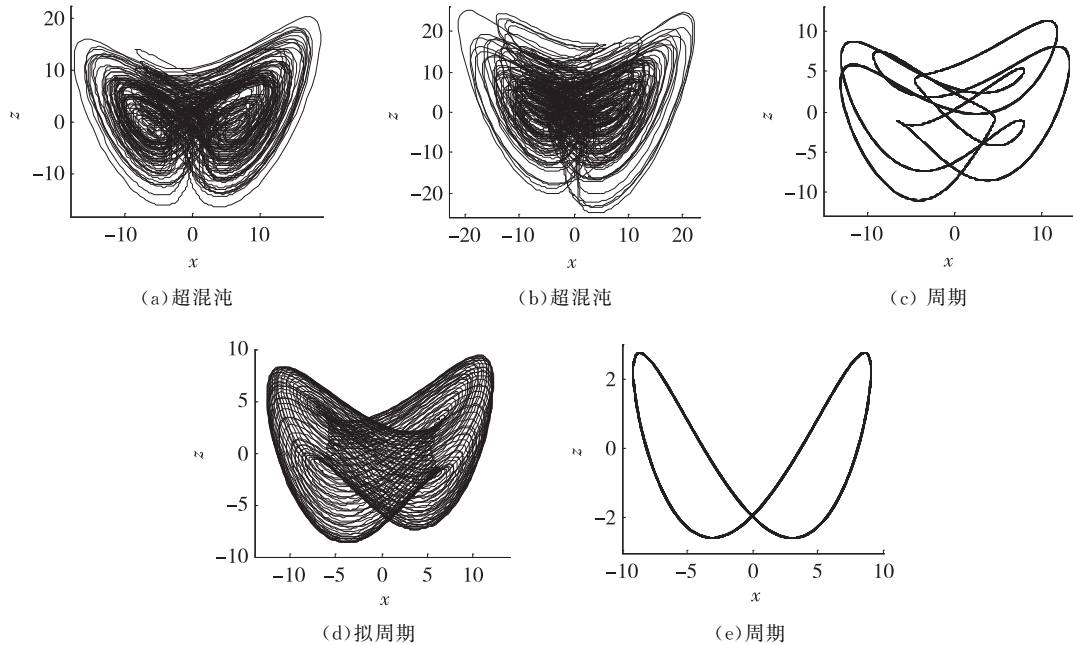


图 2 系统(2)在 $x-z$ 相平面的相图

3 含常数项的超混沌系统的 FPGA 实现

对于含常数项的超混沌系统(2)的 FPGA 实现, 本文是在 IEEE-754 标准下实现的。主要使用的元器件有: FPGA 开发板, 其中 FPGA 的型号为 EP2C35F484C8, D/A 转换器 AD7541。使用的软件平台是 Quartus II 8.1。

本文首先对系统(2)的状态变量 x, y, z 和 w 分别进行 25 倍、40 倍、25 倍和 100 倍缩小变换后, 并采用 Euler 算法进行离散化处理, 得

$$\begin{cases} x(n+1) = a_1 y(n) + a_2 x(n), \\ y(n+1) = a_3 x(n) z(n) + a_4 w(n) + y(n), \\ z(n+1) = a_5 x(n) y(n) + z(n) + a_6, \\ w(n+1) = a_7 y(n) + a_8 z(n) + w(n), \end{cases} \quad (4)$$

其中, $a_1 = 1.6a\Delta T, a_2 = 1 - a\Delta T, a_3 = -15.625\Delta T, a_4 = -2.5\Delta T, a_5 = 40c\Delta T, a_6 = -0.04b\Delta T, a_7 = 0.4k\Delta T, a_8 = 0.25\Delta T, \Delta T$ 为采样时间, 取 0.01。

然后, 对系统(4)进行硬件设计, 图 3 给出了其模块简图。在图 3 中, 斜杠表示线宽为 32 位, \oplus 表示 IEEE-754 标准下的浮点数加法运算, \otimes 表示 IEEE-754 标准下浮点数的乘法运算。

依据图 3 的模块简图, 在 IEEE-754 的标准下编写了程序, 通过 Quartus II 8.1 对程序进行编译得到 pof 文件, 然后把生成的 pof 文件下载到 FPGA 内, 最后再通过 D/A 转换器 AD7541, 就能得到连续的超混沌信号, 其在 $x-z$ 平面上相图如图 4 所示。

4 结论

本文构造了一种含有常数项的超混沌系统。随系统参数的改变, 该超混沌系统能在超混沌、混沌、拟周期和周期之间交替演变, 具有复杂的动力学行为。利用 FPGA 对该超混沌系统进行了硬件实验, 在示波器上获得了

相应的周期、拟周期、混沌和超混沌相图。由于该超混沌系统具有复杂动力学行为,因此在工程应用上具有潜在的价值。

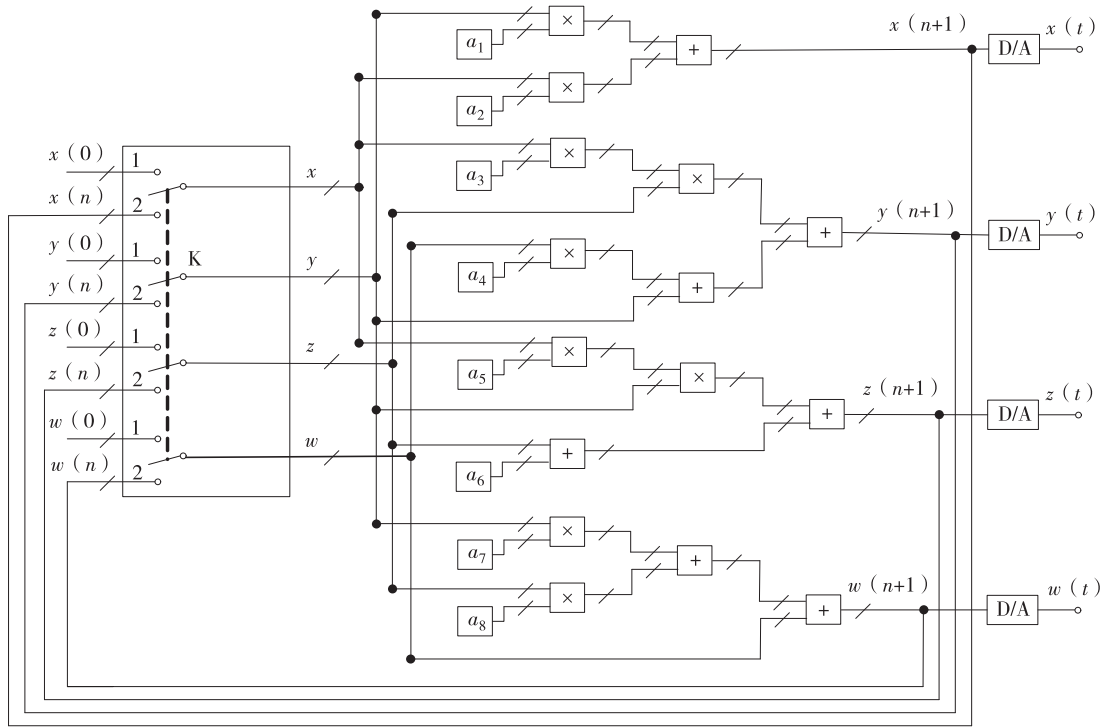


图 3 利用 FPGA 对系统(4)设计的硬件模块简图

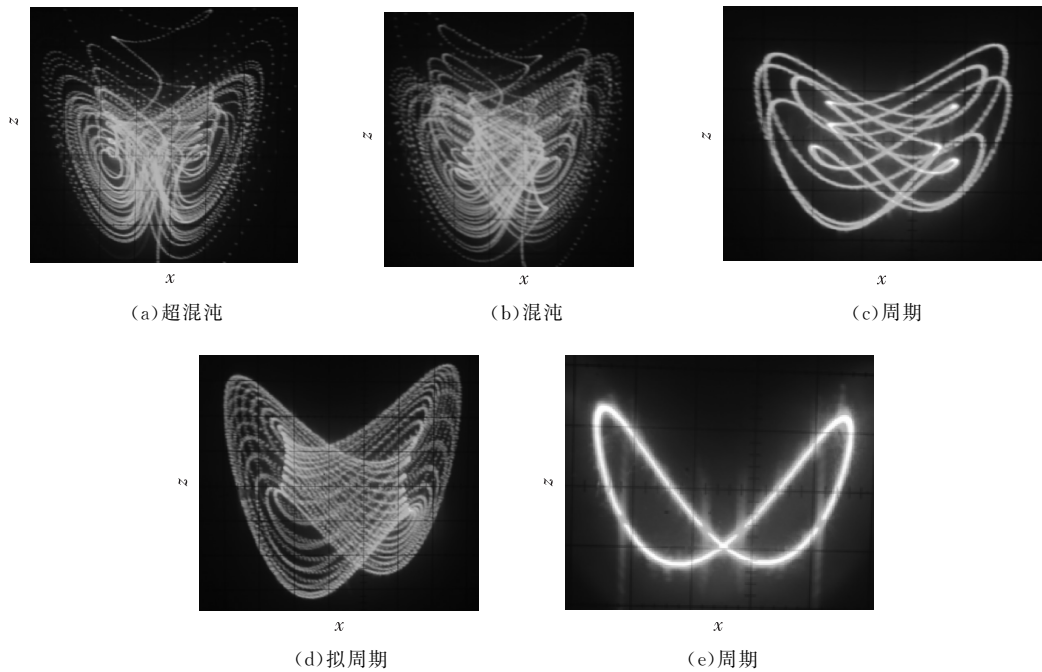


图 4 系统(4)在 $x-z$ 相平面的相图

参考文献:

[1] Gao T G, Chen G R, Chen Z Q, et al. The generation and circuit implementation of a new hyper-chaos based upon Lorenz system[J]. Phys Lett A, 2007, 361(1-2): 78-86.

[2] Li Y X, Tang W K S, Chen G R. Generating hyperchaos via state feedback control[J]. Int J Bifur Chaos, 2005, 15(10): 3367-3376.

[3] Chen A, Lu J, Lü J H, et al. Generating hyperchaos Lü attractor via state feedback control[J]. Physica A, 2006, 364: 103-110.

[4] 李春来, 禹思敏. 一个新的超混沌系统及其自适应追踪控

- 制[J]. 物理学报, 2012, 61(4): 0405041-0405047.
- [5] Li C L, Yu S M. A new hyperchaotic system and its adaptive tracking control [J]. Acta Phys Sin, 2012, 61(4): 0405041-0405047.
- [6] 高智中, 韩新风, 章毛连. 一个新的四维超混沌系统及其电路仿真[J]. 东北师范大学学报: 自然科学版, 2012, 44(1): 77-83.
Gao Z Z, Han X F, Zhang M L. A novel four-dimensional hyperchaotic system and its circuit simulation[J]. Journal of Northeast Normal University: Natural Science Edition, 2012, 44(1): 77-83.
- [7] 禹思敏, 林清华, 丘水生. 四维系统中多涡卷混沌与超混沌吸引子的仿真研究[J]. 物理学报, 2003, 52(1): 25-33.
Yu S M, Lin Q H, Qiu S S. Simulation investigation on multi-scroll chaotic and hyperchaotic attractors for four-dimensional systems[J]. Acta Phys Sin, 2003, 52(1): 25-33.
- [8] 包伯成, 刘中, 许建平, 等. 基于 Colpitts 振荡器模型生成的多涡卷超混沌吸引子[J]. 物理学报, 2010, 59(3): 1540-1548.
Bao B C, Liu Z, Xu J P, et al. Generation of multi-scroll hyperchaotic attractor based on Colpitts oscillator model [J]. Acta Phys Sin, 2010, 59(3): 1540-1548.
- [9] 仓诗建, 陈增强, 袁著祉. 一个新四维非自治超混沌系统的分析与电路实现[J]. 物理学报, 2008, 57(3): 1493-1501.
Cang S J, Chen Z Q, Yuan Z Z. Analysis and circuit implementation of a new four-dimensional non-autonomous hyperchaotic system [J]. Acta Phys Sin, 2008, 57(3): 1493-1501.
- [10] Luo X H, Zhou W, Li R, et al. Circuitry implementation of a novel four-dimensional nonautonomous hyperchaotic Liu system and its experimental studies on synchronization control[J]. Chin Phys B, 2009, 18(6): 2168-2173.
- [11] Dadras S, Momeni H R. Four-scroll hyperchaos and four-scroll chaos evolved from a novel 4D nonlinear smooth autonomous system [J]. Phys Lett A, 2010, 374(11-12): 1368-1373.
- [12] Cang S J, Qi G Y, Chen Z Q. A four-wing hyper-chaotic attractor and transient chaos generated from a new 4-D quadratic autonomous system[J]. Nonlinear Dyn, 2010, 59(3): 515-527.
- [13] Munmuangsaen B, Srisuchinwong B. A new five-term simple chaotic attractor [J]. Phys Lett A, 2009, 373(44): 4038-4043.

A Novel Hyperchaotic System with Constant Term and Its Circuit Implementation Based on FPGA

HUANG Yun¹, LUO Mingwei², ZHANG Peng³

(1. Asset Management Department, Chongqing University of Posts and Telecommunication;

2. College of Automation, Chongqing University of Posts and Telecommunication;

3. Teaching Affair Office, Chongqing University of Posts and Telecommunication, Chongqing 400065, China)

Abstract: A new 4-dimension hyperchaotic system with constant term is present in this paper. Through the theoretical analysis of the equilibrium points of the system and the numerical simulations for the Lyapunov exponent spectrums, bifurcation diagrams and phase diagrams, it shows the complicated dynamic behavior of the hyperchaotic system. Based on IEEE-754 standard, the hyperchaotic signal generator is designed by FPGA, and the results of hardware experiments are in agreement with numerical simulations. It verifies that the system is realizable.

Key words: chaos; hyperchaos; IEEE-754 standard; FPGA

(责任编辑 游中胜)