运筹学与控制论

DOI:10.11721/cqnuj20150513

带有学习效应的多客户配送的供应链排序问题*

刘 颖，张新功
(重庆师范大学 数学学院，重庆 401331)

摘要:针对机器具有学习效应,且需要多客户配送的供应链排序模型。在这一模型中,机器上工件加工时学习效应会发生,工件的实际加工时间是与其位置相关的减函数。客户需要接纳与其对应的完工工件,每一批次的工件完工后需要配送,然而配送都会花费一些时间及费用。由于大量客户需要配送,为了尽量节约资源,减少车次数量及运输次数,所以运输车辆都要尽可能多的装载货物才开始运输。在针对一台运输车辆内装载有不超过两个客户的工件情况,研究的目标函数为极小化总流程时间和极小化最大延迟时间,并对这两个问题分别给出了相应的动态规划算法。

关键词:排序;供应链排序;学习效应;最大延迟;动态规划

中图分类号:O223;C93　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2015)05-0019-07

供应链的 3 个基本阶段中,生产和销售是其中关键的两步。合理规划生产和配送是节约企业成本,提高企业绩效的重要途径。Potts[1]研究了单机条件下的极小化最大交货完成时间,在这个模型中,所有工件的交货时间各不相同,还假定有足够的车辆,使每一个完成的工件可以单独交付给客户。Thomas[2]针对供应链管理的区域协调,研究了供应链中的各种模型,致力于解决基于混合整数规划的战略问题。Ng 和 Lu[3]研究了工件在单台机器上的生产以及配送的问题。他提出两种模型,一种是抢占式调度模型,即工件加工期间允许抢占加工。另一种是非抢占式调度模型,即工件加工期间不允许抢占加工。并为模型提供在线算法。Chen 和 Varirak-tarkis[4]对于单制造商和多客户的供应链排序问题进行了研究。Tang[5]研究了工件排序博弈和机器排序博弈两类排序博弈的对偶关系。Chen[6]对供应链排序问题的各种类型进行了详细的综述。把当前研究的模型进行了分类,并提出了统一框架的模型方案。对文中各种问题进行了算法研究以及提出了相应的解决方案,并以当前出现的问题为基础,提出了几个未来可以研究的问题。

机器具有学习效应是指机器在对工件加工的过程中获得学习效应,使得后面加工的工件实际加工时间趋于减少。Biskup[7]首次把学习效应引入到机器排序问题,并且证明了目标函数位总完工时间的单机排序问题是多项式可解的。Wang[8]研究了具有学习效应的工期指派和可控加工时间的单机排序问题。Biskup[9]指出排序环境中学习效应的研究方法分为两种:一种是与工件加工所在的位置有关的学习效应模型,也就是说学习效应与已经加工过的工件个数有关;另一种与已经加工过的工件加工时间之和有关的学习效应模型。位置相关的方法基于工件加工时间相关的操作。由于工件的实际加工时间主要依赖于机器的驱动,近似于没有人为因素的干扰。加工时间之和相关的方法主要考虑生产技术工人在加工工件过程中获得的熟练的经验。Zhang[10]研究了工件具有学习效应,并且工件是以组形式进行加工,组学习效应是该组加工工件所在的组位置有关的函数,证明了最大完工时间和总完工时间都是多项式可解的,并提出了相应的多项式算法。Wang[11]研究了机器具有学习效应的供应链排序问题。即多个客户分布在不同位置,每个客户都有一定数量的工件需要在一台机器上进行加工,机器上加工每个客户的工件时都具有学习效应。完工工件需运输到与其对应的客户所在地,一辆运输车只能装载一个客户的工件,每一批配送需要花费一定的时间和费用。研究了供应链排序理论中主要的 4 个目标函数并分析了相应问题的复杂性。Wang[12]在文献[11]的基础上进一步研究了机器可以拒绝加工某些工件的情

* **收稿日期**:2014-10-19　　**修回日期**:2015-05-20　　**网络出版时间**:2015-05-15 12:44
资助项目:国家自然科学基金(No. 11401065);中国博士后基金资助项目(No. 2013M540698;No. 2014T70854);重庆市自然科学基金(No. cstc2014jcyjA00003);重庆师范大学重点项目基金(No. 2011XLZ05)
作者简介:刘颖,男,研究方向为排序论,E-mail:liuying199075@126.com;**通信作者**:张新功,副教授,博士后,E-mail:zxg7980@163.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20150515.1244.018.html

况,根据具体的模型研究了3个目标函数,不仅分析其复杂性,而且针对每个问题都提出了最优的算法。Zhao[13]研究了带有学习效应和资源分配的交货期指派的单机排序问题,工件的实际加工时间是与在排序中的位置和资源分配相关的函数,目标是确定最优交货期的位置与大小,工件的最优排序以及最优资源分配,并证明该问题是多项式可解的。Liu[14]研究了具有学习效应的平行机排序问题,加工工件的实际加工时间是其所在序列的位置以及学习效率率有关的函数,目标函数是提前与延误的加权和以及提前与误工工件数的加权和,并分别给出了相应的多项式算法。Cheng[15]研究了与工件位置加权之和有关的学习效应的排序问题,该模型中的学习效应不仅取决于加工工件本身,而且取决于加工工件所处的加工位置,对于单机条件下的最大完工时间和总完工时间都提供了最佳的解决方案。

文献[11]描述了机器具有学习效应的供应链排序。每辆运输车辆只能运送一个客户的工件。基于文献[11]的思想,本文研究的问题是存在多个客户配送的供应链排序问题,该问题结合了工件具有学习效应。研究了在车辆运输过程中,每辆运输车装载不超过两个客户的工件,考虑了总流程时间和最大延迟两个目标函数,利用动态规划思想给出了相应的最优算法。

1 模型描述

m个地处不同位置的客户在0时刻把订单交给一个制造商进行生产,并且该生产厂家只有一台机器加工这些订单中的工件。生产同一个客户工件的时候,工件的实际加工时间是与工件所在位置相关的非增函数,学习效应的影响只存在于同一个客户的加工工件之间。$N_i=\{j_{i1},j_{i2},\cdots,j_{in_i}\}$,$i=1,2,\cdots,m$表示客户$i$的订单所包含的工件集合,并且$n_1+n_2+\cdots+n_m=n$。工件$j_{ij}$的正常加工时间为$p_{ij}$,并且中断不被允许。若客户$i$的第$j$个工件被放置于位置$r$处进行生产加工,则$p_{ijr}=p_{ij}r^{a_i}$是该工件的实际加工时间,其中$a_i<0$为客户$i$的工件的学习指数,$i=1,2,\cdots,m$。工件被加工完成之后需要配送到对应的客户处,假设可用于提供工件运输的车辆有足够多,每辆车辆的容量为B个工件(B为大于0的常数)。本文假设每批的运输时间和费用是与批容量无关的,考虑每辆运输车只装载两个客户工件的情况,而文献[11]只考虑每辆运输车辆只装载一个客户工件的情形。

本文所用记号表述为:t_i为一辆车从工厂运往客户i的时间,$i=1,2,\cdots,m$;f_i为一辆车从工厂运往客户i的费用,$i=1,2,\cdots,m$;$t_{|t_j-t_k|}$为货车从客户j抵达客户k所花费的时间(如图1),$j=1,2,\cdots,m$,$k=1,2,\cdots,m$;C_{ij}为工件$J_{ij}\in N_i$的完工时间,$i=1,2,\cdots,m$,$j=1,2,\cdots,n_i$;D_{ij}为工件J_{ij}到达客户i的时间,即$D_{ij}=$工件J_{ij}完工时间+工件J_{ij}等待时间+工件J_{ij}运输时间;d_{ij}为工件$J_{ij}\in N_i$的交货期;$L_{ij}=D_{ij}-d_{ij}$为工件$J_{ij}\in N_i$的延迟时间;TC为总配送费用。

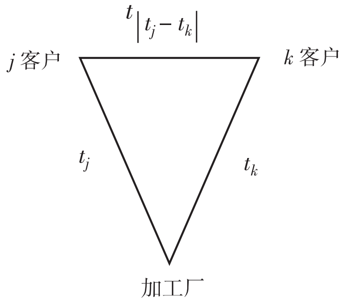

图1 客户配送图

Fig. 1 The amount time of arriving the customer

本文考虑的目标函数为:1)工件总流程时间和,$D_{\text{total}}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}D_{ij}$;2)工件最大延迟,$L_{\max}=\max\{L_{ij}\mid i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n_i\}$。

所研究的排序模型用三参数表示法[16]分别表述为:

$$1\mid p_{ijr}=p_{ij}r^{a_i}\mid \omega D_{\text{total}}+(1-\omega)TC;1\mid p_{ijr}=p_{ij}r^{a_i}\mid \omega L_{\max}+(1-\omega)TC。$$

其中,客户满意度的权重用ω,$\omega\in[0,1]$表示,配送费用的权重用$(1-\omega)$表示。本文研究模型与文献[11]的区别为:同一辆运输车辆运输两个客户的工件。

基于文献[11],当前研究模型给出下列4条满足最优排序的性质刻画。

性质1 当前研究模型,存在一个最优序列使得任何一个工件在零时刻都可以被加工。

性质2 当前研究模型,存在一个最优序列使得机器启动之后就不存在空闲时间。

性质3 当前研究模型,存在一个最优序列中,每一批工件中最后一个工件的完工时间等于该批次离开的时间。

性质4 当前研究模型,存在一个最优序列使得运往同一个客户的工件,最晚加工完成的工件配送应不早于前面加工完成的工件。

2 总流程时间和最大延迟问题

本节首先给出一些重要结论,用于总流程时间和最大延迟问题的算法设计。

引理 1　当前研究模型存在一个最优序列,同一客户的工件的加工和配送都按照 SPT 序排列,并且同一批配送的工件需要进行连续加工。

证明　采用二交换法证明加工和配送是以 SPT 序为最优的排序。序列 $\pi1$,$\pi2$ 表示如下:$\pi1$ 为客户 i 的工件按照 SPT 序排列之后的序列;$\pi2$ 为客户 i 的工件交换序列 $\pi1$ 中相邻工件 f,k 位置之后得到的新序列;$C_{\pi1}$ 为序列 $\pi1$ 中客户 i 的总完工时间之和(加工位置 f 的后一个加工位置为 k);$C_{\pi2}$ 为序列 $\pi2$ 中客户 i 的总完工时间之和。则:

$$C_{\pi1}=C_{i1}+C_{i2}+\cdots+C_{if}+C_{ik}+\cdots+C_{in_i},C_{\pi2}=C'_{i1}+C'_{i2}+\cdots+C'_{ik}+C'_{if}+\cdots+C'_{in_i},$$

$$C_{\pi1}-C_{\pi2}=(2p_{if}f^{a_i}+p_{ik}k^{a_i})-(2p_{ik}f^{a_i}+p_{if}k^{a_i})=(2f^{a_i}-k^{a_i})(p_{if}-p_{ik})。$$

按照 SPT 序性质可知 $p_{if}-p_{ik}<0$,由于 f 与 k 是同一客户中两个相邻工件,即 $2f^{a_i}-k^{a_i}>0$。而 $C_{\pi1}-C_{\pi2}<0$,即每个客户内部的工件都按照 SPT 序进行加工和配送,使得此问题存在一个最优排序。

在同一批配送的工件若不连续加工,把它们调整为连续加工,结果使得目标值比原来的不会增大,则最优方案为:同一批配送的工件在机器上要进行连续的加工。　　证毕

定义　同一辆运输车中的客户可以分为近客户和远客户。近客户表示当前运输车内对应工件距离工厂近的客户,远客户表示当前运输车内对应工件距离工厂远的客户。

定理 1　对于当前问题存在一个最优排序,若两个客户 h,k 的工件在同一辆运输车时,按照该车包含工件所表示的客户与工厂的距离进行比较,若满足以下 3 种条件时,近客户的工件优先进行配送:1) $t_h\geqslant t_k$,2) $t_h<t_k$ 且 $b-2a_0\leqslant 0$,3) $t_h<t_k$,$b-2a_0>0$ 且 $t_k\geqslant t_h+\left(1-\frac{2a_0}{b}\right)t_{|t_h-t_k|}$,其中 a_0 为车辆中属于客户 h 的工件个数。$b(\leqslant B)$为运输车辆中当前所含工件个数。

证明　假设有一辆装有 b 个工件的运输车辆,运输车内装有客户 h,k 的工件,其中客户 h 的工件数为 a_0,客户 k 的工件数为 $b-a_0$。运输车从加工厂出发直到抵达客户 h 所花费时间为 t_h,运输车从加工厂出发直到抵达客户 k 所花费时间为 t_k,运输车从客户 h 抵达客户 k 所花费时间为 $t_{|t_h-t_k|}$。

若运输车从加工厂出发,先配送客户 h 的工件,再配送客户 k 的工件。则客户 h 与客户 k 此车工件的总完工时间为 $C_1=a_0\left(\sum_{i=1}^{a_0}p_{hi}i^{a_h}+\sum_{j=1}^{b-a_0}p_{kj}j^{a_k}+t_h\right)+(b-a_0)\left(\sum_{i=1}^{a_0}p_{hi}i^{a_h}+\sum_{j=1}^{b-a_0}p_{kj}j^{a_k}+t_h+t_{|t_h-t_k|}\right)$。

若货车从加工厂出发,先配送客户 k 的工件,再配送客户 h 的工件。则客户 h 与客户 k 此车工件的总完工时间为 $C_2=(b-a_0)\left(\sum_{i=1}^{a_0}p_{hi}i^{a_h}+\sum_{j=1}^{b-a_0}p_{kj}j^{a_k}+t_k\right)+a_0\left(\sum_{i=1}^{a_0}p_{hi}i^{a_h}+\sum_{j=1}^{b-a_0}p_{kj}j^{a_k}+t_k+t_{|t_h-t_k|}\right)$。则

$$C_1-C_2=a_0(t_h-t_k-t_{|t_h-t_k|})+(b-a_0)(t_h+t_{|t_h-t_k|}-t_k)=bt_h+bt_{|t_h-t_k|}-bt_k-2a_0t_{|t_h-t_k|}。$$

分 3 种情形进行讨论。

1) 因为 $t_h-t_k\leqslant t_{|t_h-t_k|}$,则把 $t_{|t_h-t_k|}$ 缩小为 t_h-t_k,所以有

$$C_1-C_2=bt_h+bt_{|t_h-t_k|}-bt_k-2a_0t_{|t_h-t_k|}\geqslant(2b-2a_0)(t_h-t_k)。$$

当 $t_h>t_k$ 时,则 $C_1-C_2>0$。即优先配送 k 客户的工件再配送 h 客户的工件。也就是说,先配送近客户的工件再配送远客户的工件。

2) 因为 $t_h-t_k\leqslant t_{|t_h-t_k|}$,则把 $t_{|t_h-t_k|}$ 缩小为 t_h-t_k,所以有

$$C_1-C_2=bt_h+bt_{|t_h-t_k|}-bt_k-2a_0t_{|t_h-t_k|}\geqslant(2b-2a_0)(t_h-t_k)。$$

当 $t_h=t_k$ 时,则配送顺序不影响结果。

3) 因为 $t_h-t_k\leqslant t_{|t_h-t_k|}$,则把 $t_{|t_h-t_k|}$ 缩小为 $t_h+t_{|t_h-t_k|}-t_k$,所以有

$$C_1-C_2=bt_h+bt_{|t_h-t_k|}-bt_k-2a_0t_{|t_h-t_k|}\leqslant(b-2a_0)(t_h+t_{|t_h-t_k|}-t_k)。$$

当 $t_h<t_k$ 时,有如下分析。

① 若 $b-2a_0<0$,因为 $t_h+t_{|t_h-t_k|}-t_k\geqslant 0$,则 $C_1-C_2\leqslant 0$。即优先配送 h 客户的工件再配送 k 客户的工件。

也就是说,先配送近客户的工件再配送远客户的工件。

② 若 $b-2a_0=0$,则配送顺序不影响结果。

③ 若 $b-2a_0>0$,$C_1-C_2=bt_h+bt_{|t_h-t_k|}-bt_k-2a_0t_{|t_h-t_k|}=(b-2a_0)t_{|t_h-t_k|}+bt_h-bt_k$;当 $t_k\geqslant t_h+\left(1-\dfrac{2a_0}{b}\right)t_{|t_h-t_k|}$ 时,$C_1-C_2\leqslant 0$,即先配送 h 客户的工件再配送 k 客户的工件。也就是说,先配送近客户的工件再配送远客户的工件。　　证毕

根据定理1证明中的3)内③中情形,可得出如下定理。

定理2　当 $b-2a_0>0$ 且 $t_k<t_h+\left(1-\dfrac{2a_0}{b}\right)t_{|t_h-t_k|}$ 时,当前问题存在一个最优排序,若存在有两个客户的工件在同一辆运输车内时,按照该车所装载的客户与工厂的距离进行比较,远客户的工件优先进行配送。

2.1 **总流程时间和问题**

对客户 i 的工件加工时间按照SPT序重新排列为 $p_{i1}\leqslant p_{i2}\leqslant\cdots\leqslant p_{in_i}$,$i=1,2,\cdots,m$。根据上述最优性质,结合引理1、定理1和定理2,当前所研究模型的最优算法给出如下。

$V(l_1,l_2,\cdots,l_m;b,i)$ 是满足下列3个条件的最小目标函数值:

1) $l_1+l_2+\cdots+l_m$ 表示当前工件排序的总个数,l_u 表示的是客户 u 按照SPT序排列加工的前 l_u 个工件,$u=1,2,\cdots,m$;

2) 最后一批配送工件总个数为 b,其中最后一个配送工件属于客户 i $(1\leqslant i\leqslant m)$;

3) b 中若出现两个客户的工件时,$q_{[\min\{t_{i-1},t_i\}]}$ 表示在此运输车内,近客户的工件个数为 q 个,则另一个客户的工件数量表示为 $b-q_{[\min\{t_{i-1},t_i\}]}$;$q_{[\max\{t_{i-1},t_i\}]}$ 表示在此运输车内,远客户工件个数为 q 个,则另一个客户的工件数量表示为 $b-q_{[\max\{t_{i-1},t_i\}]}$。

根据上述思想给出算法1。

算法1　初始条件 $V(0,0,\cdots,0;0,0)=0$;

迭代关系 V_1:$V(l_1,l_2,\cdots,l_{i-1},l_i-1,\cdots,l_m;b-1,i)+\omega\left[\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}+t_i+(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}\right],b>1$;

V_2:　$\min\limits_{1\leqslant h\leqslant m}V(l_1,l_2,\cdots,l_{i-1},l_i-1,\cdots,l_m;B,h)+\omega\left[\sum_{u=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_u}p_{uk}k^{a_u}+t_i\right]+(1-\omega)f_i,b=1$;

V_3:

$$V(l_1,l_2,\cdots,l_{i-1},l_i-1,\cdots,l_m;b-1,i)+$$
$$\omega\Big[\Big(\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}+(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}+\min\{t_{i-1},t_i\}q_{[\min\{t_{i-1},t_i\}]}\Big)+$$
$$\Big(\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}+(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}+(\min\{t_{i-1},t_i\}+t_{|t_{i-1}-t_i|})(b-q_{[\min\{t_{i-1},t_i\}]})\Big)\Big],$$
$$b>1,\min\{t_{i-1},t_i\},\begin{cases}t_h\geqslant t_k;\\ t_h<t_k,b-2a_0\leqslant 0;\\ t_h<t_k,b-2a_0>0,t_k\geqslant t_h+\left(1-\dfrac{2a_0}{b}\right)t_{|t_h-t_k|};\end{cases}$$

V_4:

$$V(l_1,l_2,\cdots,l_{i-1},l_i-1,\cdots,l_m;b-1,i)+$$
$$\omega\Big[\Big(\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}+(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}+\max\{t_{i-1},t_i\}q_{[\max\{t_{i-1},t_i\}]}\Big)+$$
$$\Big(\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}+(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}+(\max\{t_{i-1},t_i\}+t_{|t_{i-1}-t_i|})(b-q_{[\max\{t_{i-1},t_i\}]})\Big)\Big],$$
$$b>1,\max\{t_{i-1},t_i\},b-2a_0>0,t_k<t_h+\left(1-\frac{2a_0}{b}\right)t_{|t_h-t_k|};$$

$V(l_1,l_2,\cdots,l_m;b,i)=\min\{V_1,V_2,V_3,V_4\}$;

最优值 $\min V(n_1,n_2,\cdots,n_m;b,i)$。

注1　V_1 表示当前运输车内全部工件都属于同一个客户。V_2 表示当前运输车内只存在一个工件。V_3 和

V_4 表示当前运输车内工件分别属于两个不同的客户。

定理 3　算法 1 可以得到该研究问题的最优解，且时间复杂性为 $O(m^2n^m)$。

证明　该算法采用动态规划的原理，最优排序可以通过引理 1 和引理 2 的最优性质去寻找。由于状态变量 $l_i(0\leqslant l_i\leqslant n_i)$，$b(1\leqslant b\leqslant B)$ 和 $i(1\leqslant i\leqslant m)$ 的可能值为 $O(mn^m)$ 个，又由于在第二阶段的迭代关系中，状态转移最多需要 $O(m)$ 时间来完成。第三阶段和第四阶段为第一阶段的特殊情况，所以最多分别需要 $O(m^2n^m)$ 时间来完成。　　证毕

算例　已知客户 A 的两个工件加工时间分别是 $j_1=1$，$j_2=2$；客户 B 的两个工件加工时间分别是 $j_3=3$，$j_4=4$；运输车辆装载工件容量为 3 个单位，运输车从加工厂前往客户 A 所需时间为 $t_A=5$，运输车运从加工厂前往客户 B 所需时间为 $t_B=6$，运输车从客户 A 前往客户 B 所需时间为 $t_{|A\to B|}=5$，求最小的总流程时间。

解　j_1 的加工时间由 $\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}$ 可知为 1；j_1 的等待时间由 $(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}$ 可知为 2＋3；j_2 的加工时间由 $\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}$ 可知为 2；j_2 的等待时间由 $(b-1)p_{il_i}l_i^{\ a_i}$ 可知为 3；j_3 的加工时间由 $\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}$ 可知为 3；j_3 的等待时间由 $(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}$ 可知为 0；

一辆运输车内同时拥有两个客户工件时，由定理 1 可知，优先运送客户 A 工件，然后运送客户 B 工件。

第一次运输客户 A 的工件 j_1，j_2，以及客户 B 的工件 j_3，则该车内客户 A 工件的总流程时间由

$$\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}+(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}+\min\{t_{i-1},t_i\}q_{[\min\{t_{i-1},t_i\}]}$$

可知为：[1＋(2＋3)]＋(2＋3)＋(3＋0)＋5×2＝24。该车内客户 B 工件的总流程时间由

$$\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}+(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}+(\min\{t_{i-1},t_i\}+t_{|t_{i-1}-t_i|})(b-q_{[\min\{t_{i-1},t_i\}]})$$

可知为：[1＋(2＋3)]＋(2＋3)＋(3＋0)＋(5＋5)×1＝24。

第二次运输客户 B 的工件 j_4；j_4 的加工时间由 $\sum_{h=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_h}p_{hk}k^{a_h}$ 可知为 4；j_4 的等待时间由 $(b-1)p_{il_i}l_i^{a_i}$ 可知为 0；则工件 j_4 的流程时间由 $\sum_{u=1}^{m}\sum_{k=1}^{l_u}p_{uk}k^{a_u}+t_i$ 可知为：4＋6＝10；总流程时间之和为：24＋24＋10＝58。

2.2 最大延迟问题

Wu[17] 研究与位置有关的学习效应的排序问题，EDD 序不是所研究问题的最优序。类似于文献[11]考虑一种特殊情况：每个客户的工件加工时间和工件交货期满足一致性假设，对于客户 i 的工件 j_{ij}，j_{ik} 有 $p_{ij}\leqslant p_{ik}\Leftrightarrow d_{ij}\leqslant d_{ik}$。

引理 2　对于当前所研究问题，如果所有客户工件的加工时间与其交货期满足一致性关系，则存在一个最优序列，每个客户内部的工件都按照 EDD 序加工和配送，并且同批次配送的工件在机器上不中断的连续加工。

证明　根据引理 2 的最优性质，对客户 i 的工件按照 $d_{i1}\leqslant d_{i2}\leqslant\cdots\leqslant d_{in_i}$，$i=1,2,\cdots,m$ 的顺序排列，当前问题的动态规划算法给出如下。

$V(l_1,l_2,\cdots,l_m;x_1,x_2,\cdots,x_m;b,g)$ 为部分最大延迟的最小值，并且满足下列 4 个条件：

1) $l_1+l_2+\cdots+l_m$ 表示已经排序的工件总个数，l_u 表示的是客户 u 按照 EDD 序排列的前 l_u 个工件，$u=1,2,\cdots,m$；

2) 客户 i 的配送批数为 $x_i(x_i\leqslant l_i)$，$i=1,2,\cdots,m$；

3) 最后一批配送工件的个数为 b，其中最后一个工件属于客户 $g(1\leqslant g\leqslant m)$；

4) $d_{u[1]}$ 表示一辆车内装载包含两个客户工件时，此车内客户 u 的第一个工件的工期。

基于上述分析，给出算法 2。

算法 2　初始条件 $V(0,0,\cdots,0;0,0,\cdots,0;0,0)=-\infty$；

迭代关系　$V(l_1,l_2,\cdots,l_m;x_1,x_2,\cdots,x_m;b,g)=$

$$
\min\begin{cases}
\max\left\{\begin{array}{l} V(l_1,l_2,\cdots,l_{g-1},\cdots,l_m;x_1,x_2,\cdots,x_m;b-1,g);\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{k=1}^{l_i} p_{ik}k^{a_i}+t_g-d_{g(l_g-b+1)}\end{array}\right\},b>1,\\
\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\max\left\{\begin{array}{l}
\max\left\{\begin{array}{l}\min V(l_1,l_2,\cdots,l_{g-1},\cdots,l_m;x_1,x_2,\cdots,x_m;b-1,g);\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{k=1}^{l_i} p_{ik}k^{a_i}+t_{g-1}-d_{g-1^{[1]}};\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{k=1}^{l_i} p_{ik}k^{a_i}+t_{g-1}+t_{|t_{g-1}-t_g|}-d_{g^{[1]}}\end{array}\right.\\
\max\left\{\begin{array}{l}\min V(l_1,l_2,\cdots,l_{g-1},\cdots,l_m;x_1,x_2,\cdots,x_m;b-1,g);\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{k=1}^{l_i} p_{ik}k^{a_i}+t_g-d_{g^{[1]}};\\ \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{k=1}^{l_i} p_{ik}k^{a_i}+t_g+t_{|t_{g-1}-t_g|}-d_{g-1^{[1]}}\end{array}\right.
\end{array}\right\},b>1,\\
\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\max\left\{\begin{array}{l}V(l_1,l_2,\cdots,l_{g-1},\cdots,l_m;x_1,x_2,\cdots,x_{g-1},\cdots,x_m;B,i);\\ \sum\limits_{h=1}^{m}\sum\limits_{k=1}^{l_h} p_{hk}k^{a_h}+t_g-d_{gl_g}\end{array}\right\},b=1
\end{cases}
$$

最优值 $\min\limits_{x_1,x_2,\cdots,x_m}\left\{\omega V(n_1,n_2,\cdots,n_m;x_1,x_2,\cdots,x_m;b,g)+(1-\omega)\sum\limits_{i=1}^{m}x_i f_i\right\}$，$\forall 1\leqslant x_i\leqslant n_i,i=1,2,\cdots,m$，$1\leqslant b\leqslant B,1\leqslant g\leqslant m$。

注 2　若在第二阶段时，最优值中的 $(1-\omega)\sum\limits_{i=1}^{m}x_i f_i$ 应根据实际情况变换为：

$$(1-\omega)\sum_{i=1}^{m}(x_i+t_{|t_{i-1}-t_i|})f_i \text{ 或 } (1-\omega)\sum_{i=1}^{m}(x_{i-1}+t_{|t_{i-1}-t_i|})f_{i-1}。$$

定理 4　若当前所研究模型，按照工件的加工时间和工期满足一致性条件下，算法2可以在 $O(n^{3m}m^2)$ 时间内找到一个最优解。

证明　算法2以动态规划为原理，采用的方式是向前状态转移。根据引理2最后找到最优解。状态变量 $l_i(0\leqslant l_i\leqslant n_i)$，$x_i(0\leqslant x_i\leqslant l)$，$b(1\leqslant b\leqslant B)$，$g(1\leqslant g\leqslant m)$ 的可能的值的个数是 $O(n^{2m}m)$。在第二阶段的迭代关系中，状态转移最多需要 $O(n^m)$ 时间，第三阶段的状态转移最多需要 $O(m)$ 时间来完成，因此该问题的算法时间复杂性为 $O(n^{3m}m^2)$。　证毕

3 结论

本文研究机器具有学习效应且多客户配送的供应链排序问题，运输车辆每次可以运输不超过两个客户的工件进行配送。考虑总流程时间和最大延迟两个目标函数。对总流程时间利用动态规划思想给出一个复杂性为 $O(m^2n^m)$ 的算法。对同一客户的工件加工时间和工期满足一致性假设条件下，对于最大延迟给出了一个复杂性为 $O(n^{3m}m^2)$ 的算法。进一步可以研究每辆运输车装载多个客户的工件或有多台机器加工客户的工件条件下的供应链排序问题。

参考文献：

[1] Potts C N. Technical note-analysis of a heuristic for one machine sequencing with release dates and delivery times[J]. Operations Research, 1980, 28: 1436-1441.

[2] Douglas J T. Coordinated supply chain management[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 94: 1-15.

[3] Ng C T, Lu L F. On-line integrated production and outbound distribution scheduling to minimize the maximum delivery completion time[J]. Journal of Scheduling, 2012, 15: 391-398.

[4] Chen Z L, Variraktarakis G L. Integrated scheduling of production and distribution operations[J]. Management Science, 2005, 51: 614-628.

[5] 唐国春,樊保强,刘丽丽.排序博弈的分类、进展和展望[J].重庆师范大学学报:自然科学版,2014,31(1):6-14.
Tang G C,Fan B Q,Liu L L. Classifications, advances and prospects of scheduling games[J]. Journal of Chongqing Normal University:Natural Science,2014,31(1):6-14.

[6] Chen Z L. Integrated production and outbound distribution scheduling: Review and extensions[J]. Operations Research,2010,58:130-148.

[7] Biskup D. Single-machine scheduling with learning considerations[J]. European Journal of Operational Research, 1999,115:173-178.

[8] 王方,赵传立.一类带有可控加工时间的单机排序问题[J].重庆师范大学学报:自然科学版,2012,29(6):20-25.
Wang F,Zhao C L. Sing machine scheduling problem with controllable processing times[J]. Journal of Chongqing Normal University:Natural Science,2012,29(6):20-25.

[9] Biskup D. A state-of-the-art review on scheduling with learning effects[J]. European Journal of Operational Research,2008,188:318-329.

[10] Zhang X G. Single-machine group scheduling problems with the sum-of-processing-time based on learning effect [J]. Operations Research Transactions,2013,17:98-105.

[11] 王磊,张玉忠,王成飞.机器具有学习效应的供应链排序问题[J].系统科学与数学,2013,33(7):799-806.
Wang L,Zhang Y Z,Wang C F. Supply chain scheduling with learning effects[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences,2013,33(7):799-806.

[12] 王磊,张玉忠,柏庆国.单机带有可拒绝的供应链排序问题[J].系统科学与数学,2014,34(9):1044-1050.
Wang L, Zhang Y Z, Bai Q G. Supply chain scheduling with rejectiom on a single machine[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2014, 34 (9): 1044-1050.

[13] 赵升华,罗成新.带有学习及退化效应和资源分配的交货期指派的单机排序问题[J].重庆师范大学学报:自然科学版,2014,31(1):20-24.
Zhao S H, Luo C X. A due-window assignment problem with learning and deteriorating effect and resource allocation on a single machine[J]. Journal of Chongqing Normal University:Natural Science,2014,31(1):20-24.

[14] 刘春来,王建军,赵传立.具有学习效应的平行机排序问题[J].系统管理学报,2014,23:144-148.
Liu C L,Wang J J,Zhao C L. Parallel machine scheduling with learning effects[J]. Journal of Systems and Management,2014,23:144-148.

[15] Cheng T C E,Kuo W H,Yang D L. Scheduling with a position-weighted learning effect[J]. Optimization Letters, 2014,8:293-306.

[16] Graham R L,Lawler E L,Lenstra J K,et al. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling:a survey[J]. Annals of Discrete Mathematics,1979, 5:287-326.

[17] Wu C C,Lee W C,Chen T. Heuristic algorithms for solving the maximum lateness scheduling problem with learning considerations[J]. Computers and Industrial Engineering,2007,52:124-132.

Operations Research and Cybernetics

The Supply Chain Scheduling with Learning Effect and Multi-customers Distribution

LIU ying, ZHANG xingong

(College of Mathematics Sciences, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: The paper studies supply chain scheduling problems with learning effect and multi-customers distribution. The actual completion time is a non-increasing function of its position. The jobs are distributed to the corresponding customers after this jobs completed. Each batch of distribution will take some time and cost. In order to save resource costs, reduce the number of trips, so transport vehicles have to carry the goods as much as possible before the beginning of transportation. In this paper, the number of customers transported in the same vehicle is not more than two. The objective function is to minimize the total flow times and the maximum lateness. Furthermore, we also present the corresponding dynamic programming algorithm.

Key words: scheduling; supply chain scheduling; learning effect; the maximum lateness; dynamic programming

(责任编辑 黄 颖)