

基于改进 GM(1,1)模型的城市短时交通流预测研究*

游中胜, 何丽, 张高亮

(重庆师范大学 计算机与信息科学学院, 重庆 401331)

摘要: 基于 GM(1,1)模型的模拟或预测结果具有严格单调性, 导致其难以实现对随机波动序列的有效模拟, 而以累加序列模拟值作为累减还原参数的建模方式是导致 GM(1,1)模型精度不理想的主要原因。为了提高 GM(1,1)模型模拟及预测精度, 在传统灰色预测模型建模基础上, 提出了基于改进累减还原方法的新 GM(1,1)模型, 然后应用该模型对城市短时交通流进行了模拟和预测, 并将结果与传统 GM(1,1)模型进行了比较和分析, 结果显示新模型具有更加良好的模拟及预测性能。

关键词: 预测; 短时交通流; GM(1,1)模型; 模型优化

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

文章编号: 1672-6693(2016)01-0168-05

1982年, 邓聚龙教授创立了灰色系统理论, 是一种研究“小样本、贫信息”不确定性问题的有效方法, 主要通过“部分”已知信息的生成和开发, 提取有价值的信息, 实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控。由于“贫信息”问题的普遍存在, 决定了这一新理论具有十分广阔的发展前景, 目前已经在工业、农业、医学、军事等领域得到广泛应用, 并赢得了国内外学术界的广泛肯定和积极关注。中国科学院科技政策与管理科学研究所徐伟宣研究员在“我国管理科学与工程学科的新进展”一文中, 已经把灰色系统理论作为管理科学与工程新理论和方法加以肯定。

以 GM(1,1)模型为代表的灰色预测模型是灰色理论的重要组成部分, 由于该模型对建模数据没有严格的要求和限制, 因此得到了广泛应用^[1-11]。但研究者们发现对随机振荡序列建立灰色预测模型时, 模型精度并不理想, 究其原因这是由于 GM(1,1)模型的模拟或预测结果具有严格单调性, 导致其难以实现对随机波动序列的有效模拟。然而现实世界中, 更多的数据是杂乱无章、波动无序的, 难以满足灰色预测模型固有的齐次指数变化规律。因此, 近年来, 围绕提高灰色预测模型对随机振荡序列的模拟及预测能力, 拓展灰色预测模型的适用范围的研究, 已逐渐成为灰色系统领域的一大热点。

本文对传统 GM(1,1)模型的累减还原方法进行了改进, 在此基础上提出了优化累减还原方法的新 GM(1,1)模型。应用该模型对表征城市短时交通流进行了模拟和预测, 结果显示新 GM(1,1)比传统灰色预测模型具有更加良好的模拟及预测性能。

1 原始 GM(1,1)模型

定理 1 设非负序列 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)), x^{(0)}(k) \geq 0, k = 1, 2, \dots, n; X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ 为 $X^{(0)}$ 的 1-AGO 序列, 其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n; Z^{(1)}$ 为 $X^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列; $Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)),$ 其中 $z^{(1)}(k) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)), k = 2, 3, \dots, n。$

若 $\hat{a} = (a, b)^T$ 为参数列, 且

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

* 收稿日期: 2015-02-25 修回日期: 2015-10-15 网络出版时间: 2015-12-02 13:27

资助项目: 重庆市教委科学技术研究项目 (No. KJ130602)

作者简介: 游中胜, 男, 副教授, 研究方向为灰色系统理论及其应用等, E-mail: yzs@cqnu.edu.cn

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20151202.1327.030.html>

则 GM(1,1)模型 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 的最小二乘估计参数列满足 $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$ 。

定义 1 设 $X^{(0)}$ 为非负序列, $X^{(1)}$ 为 $X^{(0)}$ 的 1-AGO 序列, $z^{(1)}$ 为 $X^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列, $[a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$, 则称 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$ 为 GM(1,1)模型 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 的白化方程,也叫影子方程。

定理 2 设 B, Y, \hat{a} 如定理 1 所述, $\hat{a} = [a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$, 则:

1) 白化方程 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$ 的解也称时间响应函数为

$$x^{(1)}(t) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a}. \quad (2)$$

2) GM(1,1)模型 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 的时间响应序列为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a}, k=1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

3) 还原值

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \alpha^{(1)} \hat{x}^{(1)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = (1 - e^{-a}) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak}, k=1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

2 模型优化

在构建 GM(1,1)模型的过程中,通过对非负序列 $X^{(0)}$ 进行累加生成处理得序列 $X^{(1)}$,显然序列 $X^{(1)}$ 具有近似指数增长规律,通过序列 $X^{(1)}$,可以推导得出 GM(1,1)模型的时间响应序列 $\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a}$ 。然而需要模拟的序列是 $X^{(0)}$,则由定义 2,对 $X^{(1)}$ 进行还原处理。DGM(1,1)模型的还原过程如下。

根据定理 2 可知, $\hat{x}^{(0)}(k+1) = \alpha^{(1)} \hat{x}^{(1)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$, 根据(3)式可知,

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a}, \quad (5)$$

$$\hat{x}^{(1)}(k) = \left[\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(k-1)} + \frac{b}{a}. \quad (6)$$

将(5)式、(6)式代入(4)式,可得

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \left[\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} - \left[\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(k-1)} - \frac{b}{a}, \quad (7)$$

进一步整理(7)式,可得

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^{-a}) \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak}. \quad (8)$$

在(8)式中, $(1 - e^{-a}) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right)$ 为常数。可见,传统 GM(1,1)模型为齐次指数函数,具有严格的单调性,当通过 GM(1,1)模型对振荡序列进行模拟时,其模拟数据同样具有单调性指数规律的变化特征,而非原始序列的振荡特征,并最终导致模拟效果不理想,在这种情况下,通常认为此类序列不适合被用于构建灰色预测模型。

即使针对振荡非负序列 $X^{(0)}$,通常能够实现其累加生成序列 $X^{(1)}$ 的有效模拟,但是对 $X^{(1)}$ 进行还原处理后,得到 $X^{(0)}$ 的模拟结果并不理想,然而 $X^{(0)}$ 才是笔者关注的序列(而非模拟状况良好的 $X^{(1)}$)。从 $X^{(0)}$ 的还原过程 $\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$ 可知,通过模拟数据 $\hat{x}^{(1)}(k)$ 代替真实数据 $x^{(1)}(k)$ 进行还原处理,模拟误差的累积最终导致了模拟数据 $\hat{x}^{(0)}(k+1)$ 具有较大的模拟误差,并最终使得 GM(1,1)模型还原精度不理想。

根据上面的分析可知,为了避免(2)式中 GM(1,1)模型模拟误差及其累积效应对模型模拟结果的影响,需要通过原始数据 $x^{(1)}(k)$ 代替 $\hat{x}^{(1)}(k)$ 进行累减还原,并得到如下新的 GM(1,1)模型。

1) 当模型用于模拟,即 $k=1, 2, \dots, n-1$ 时

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \left[\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} - \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i). \quad (9)$$

2) 当模型用于预测时,即 $k=1, 2, \dots$, 时

$$\hat{x}^{(0)}(n+k) = \left[\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(n+k-1)} + \frac{b}{a} - \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) - \sum_{i=n}^{n+k-1} \hat{x}^{(0)}(n+1). \quad (10)$$

即

$$\begin{cases} \hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} - \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \\ \hat{x}^{(0)}(n+k) = \left[\hat{x}^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(n+k-1)} + \frac{b}{a} - \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) - \sum_{i=n}^{n+k-1} \hat{x}^{(0)}(n+1). \end{cases} \quad (11)$$

(11)式合称为基于改进累减还原方法的新 GM(1,1)模型,简称为 N_GM(1,1)模型。

3 基于 N_GM(1,1)模型的城市短时交通流预测

近年来,随着我国经济的快速发展,城市规模的迅速扩大,城市人口的大幅增加,交通需求的急速上升,交通拥堵问题更加严重,严重阻碍和制约了城市经济的协调发展,如何从根本上缓解交通拥堵,已成为解决城市交通问题的关键课题之一。2006 年我国开始实施的“国家中长期科学与技术发展规划纲要(2006—2020)”中的交通科学问题研究专题,就已经明确提出了“发展一个系统,解决三个热点问题”的思路。其中,“一个系统”指的是综合运输系统,“三个热点”指的是交通能源和环境、交通安全和大城市交通拥堵。城市交通拥堵是由多种因素相互作用而形成的一个复杂问题,它既是一个技术问题,也是一个经济问题,同时也是一个社会问题,它给城市经济带来极大的负面影响,以至于交通拥堵问题被认为是世界大中城市所面临的最主要问题之一。

短时交通流预测是现代智能交通系统的核心内容,是实现先进的交通控制和交通诱导,从而有效缓解城市交通拥堵的重要方法。本文将应用 N_GM(1,1)模型构建城市短时交通流预测模型,以检验模型的有效性与实用性。

表 1 部分交通流实时监测数据(12:00~13:00 5 min 流量)

时段	12:05	12:10	12:15	12:20	12:25	12:30	12:35	12:40	12:45	12:50	12:55	13:00
交通流	173	148	131	131	127	123	136	148	145	131	108	116

根据表 1 可知,短时交通流原始序列 $X^{(0)}$ 为^[3]: $X^{(0)} = (173, 161, 142, 141, 138, 118, 116, 128, 135, 142, 108, 117)$ 。根据定理 1 可知, $X^{(0)}$ 的累加生成序列 $X^{(1)}$ 为: $X^{(1)} = (173, 334, 476, 617, 755, 873, 989, 1 117, 1 252, 1 394, 1 502, 1 619)$ 。原始序列 $X^{(0)}$ 、累加生成序列 $X^{(1)}$ 的散点折线图,如图 1 及图 2 所示。

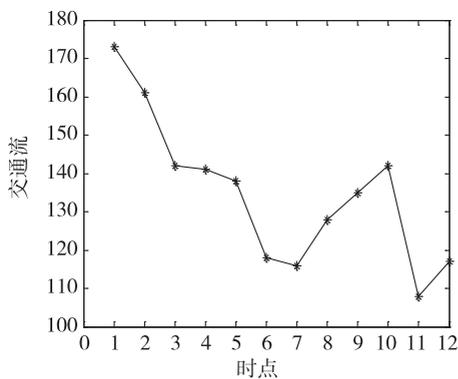


图 1 原始序列 $X^{(0)}$ 的散点折线图

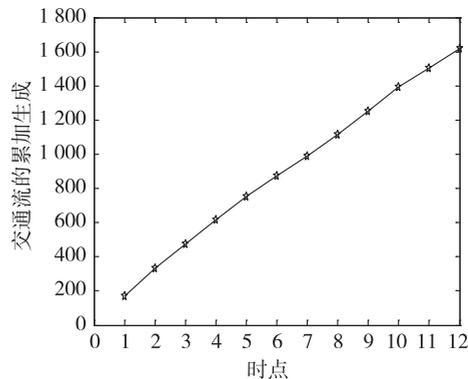


图 2 累加生成序列 $X^{(1)}$ 的散点折线图

从图 1、图 2 可以发现,原始序列 $X^{(0)}$ 中的数据杂乱无序,具有随机性及振荡特征(图 1 所示),但是序列 $X^{(0)}$ 经过累加生成处理之后,新序列 $X^{(1)}$ 呈现明显的单调递增变化规律,如图 2 所示。

1) 序列 $X^{(0)}$ 的 N_GM(1,1)模型。根据定理 1 可计算 $X^{(0)}$ 的 N_GM(1,1)模型参数 $a=0.024 8, b=154.417 7$,将 a, b 分别代入(6)式、(9)式,可得序列 $X^{(1)}$ 的模拟值 $\hat{X}^{(1)}$ 及还原序列 $\hat{X}^{(0)}$,如表 2 所示。

2) 序列 $X^{(0)}$ 的 GM(1,1)模型。根据 N_GM(1,1)模型的建模过程可知,序列 $X^{(0)}$ 的 GM(1,1)模型参数与 N_GM(1,1)模型一样,即 $a=0.024 8, b=154.417 7$,将 a, b 分别代入(8)式,可计算城市短时交通流的模拟值,如表 3 所示。

表 2 基于 N_GM(1,1)的城市交通流模拟

时点	原始序列 $x^{(0)}(k)$	1-AGO 序列 $x^{(1)}(k)$	模拟序列 $\hat{x}^{(1)}(k)$	交通流模拟值 $\hat{x}^{(0)}(k)$
12:05	173	173	173	173
12:10	161	334	321	148
12:15	142	476	465	131
12:20	141	617	617	131
12:25	138	755	745	127
12:30	118	873	879	123
12:35	116	989	1 010	136
12:40	128	1 117	1 138	148
12:45	135	1 252	1 262	145
12:50	142	1 394	1 384	131
12:55	108	1 502	1 503	108
13:00	117	1 619	1 618	116

3) N_GM(1,1)模型及 GM(1,1)模型对 $X^{(0)}$ 模拟结果的比较和分析。首先介绍用于比较模型模拟性能的 3 个概念,即模拟误差 SE(Simulation error)、相对模拟误差 RSE(Relative simulation error)及平均模拟相对误差 MSRE(Mean simulation relative error)。

设原始序列 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$, 模拟序列 $\hat{X}^{(0)} = (\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \dots, \hat{x}^{(0)}(n))$, 则当 $k=1, 2, \dots, n$ 时, $SE(k) = |x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)|$, 表示第 k 个元素的模拟误差; $RSE(k) = SE(k)/x^{(0)}(k)$, 表示第 k 个元素的相对模拟误差; $MSRE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n RSE(k)$, 表示模型的平均相对模拟误差。N_GM(1,1)模型及 GM(1,1)模型对 $X^{(0)}$ 的模拟误差及相对模拟误差如表 4 所示。

表 3 基于 GM(1,1)模型的城市短时交通流模拟数据

时段	12:05	12:10	12:15	12:20	12:25	12:30	12:35	12:40	12:45	12:50	12:55	13:00
$\hat{x}^{(0)}(k)$	173	140	138	136	135	132	131	129	128	126	125	123

表 4 N_GM(1,1)模型及 GM(1,1)模型对 $X^{(0)}$ 的模拟误差及相对模拟误差

项目 时段	原始序列 $x^{(0)}(k)$	N_GM(1,1)模型			GM(1,1)模型		
		交通流模拟值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	模拟误差 $SE(k)$	相对模拟误差 $RSE(k)$	交通流模拟值 $\hat{x}^{(0)}(k)$	模拟误差 $SE(k)$	相对模拟误差 $RSE(k)$
12:05	173	173	0	0	173	0	0
12:10	161	148	13	0.080 7	140	21	0.130 4
12:15	142	131	11	0.077 5	138	4	0.028 2
12:20	141	131	10	0.070 9	136	5	0.035 5
12:25	138	127	11	0.079 7	134	4	0.029 0
12:30	118	123	5	0.042 4	133	15	0.127 1
12:35	116	136	20	0.172 4	131	15	0.129 3
12:40	128	148	20	0.156 3	130	1	0.007 8
12:45	135	145	10	0.074 1	128	7	0.051 9
12:50	142	131	11	0.077 5	126	16	0.112 7
12:55	108	108	0	0	125	17	0.157 4
13:00	117	116	1	0.008 5	123	6	0.051 3
		MSRE			MSRE		
		6.7%			7.17%		

N_GM(1,1)模型及 GM(1,1)模型对 $X^{(0)}$ 的模拟值及模拟误差的散点折线图如图 3、图 4 所示。从图 3、图 4 可以看出,N_GM(1,1)模型对 $X^{(0)}$ 的模拟值更接近于原始序列,模拟误差比 GM(1,1)模型更小。

5 结论

本文为了提高 GM(1,1)模型模拟及预测精度,提出了基于改进

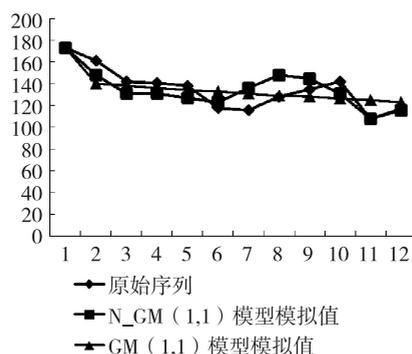


图 3 N_GM(1,1)模型及 GM(1,1)模型对 $X^{(0)}$ 的模拟值散点图

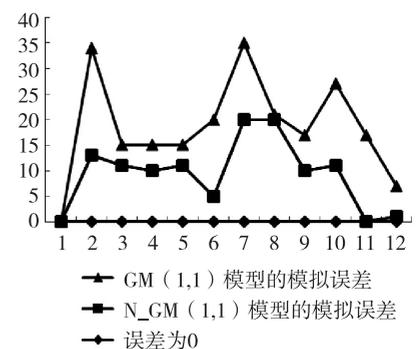


图 4 N_GM(1,1)模型及 GM(1,1)模型对 $X^{(0)}$ 的模拟误差散点图

累减还原方法的 $N_GM(1,1)$ 模型,再应用该模型对城市短时交通流进行了模拟和预测,并将结果与 $GM(1,1)$ 模型进行了比较分析,结果显示 $N_GM(1,1)$ 模型具有更好的模拟及预测精度。

参考文献:

- [1] 崔立成. 基于多断面信息的城市道路网交通流预测方法研究[D]. 大连:大连海事大学,2012.
Cui L C. Research on methods of traffic flow predicting of the urban road network based on the multi cross-section information[D]. Dalian:Dalian Maritime University,2012.
- [2] 孙晓亮. 城市道路交通状态评价和预测方法及应用研究[D]. 北京:北京交通大学,2013.
Sun X L. Urban road traffic state evaluation and prediction-a new scheme with applications[D]. Beijing:Beijing Jiaotong University,2013.
- [3] 刘东. 智能交通控制网络的短时交通流预测研究[J]. 计算机仿真,2012,29(10):353-356.
Liu D. Institute of computing technology of Beijing union university intelligent traffic control network short-term traffic flow prediction research[J]. Computer Simulation,2012,29(10):353-356.
- [4] 董春娇,邵春福,诸葛承祥. 混合状态下城市快速路交通流短时预测[J]. 物理学报,2012,61(1):1-9.
Dong C J, Shao C F, Zhuge C X. Short-term traffic flow prediction for multi traffic states on urban expressway network[J]. Acta Phys Sin,2012,61(1):1-9.
- [5] 冯已洋. 基于 DE-WNN 模型的交通流预测方法研究[D]. 成都:西南交通大学,2013.
Feng Y Y. Research for traffic flow forecasting method based on De and Wnn[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University,2013.
- [6] 董春娇,邵春福,诸葛承祥,等. 基于时空特性的交通自由流短时预测状态空间模型[J]. 土木工程学报,2013,46(8):111-118.
Dong C J, Shao C F, Zhuge C X. A short-term state-space model for free flow prediction based on spatial-temporal characterist[J]. China Civil Engineering Journal,2013,46(8):111-118.
- [7] 陆海亭,张宁,黄卫,等. 短时交通流预测方法研究进展[J]. 交通运输工程与信息学报,2009,7(4):84-92.
Lu H T, Zhang N, Huang W, et al. Research progress of short term traffic flow prediction methods[J]. Journal of Transportation Engineering and Information,2009,7(4):84-92.
- [8] 刘思峰,党耀国,方志耕,等. 灰色系统理论及其应用[M]. 第5版. 北京:科学出版社,2010.
Liu S F, Dang Y G, Fang Z G, et al. Theory and application of grey system[M]. 5rd. Beijing: Science Press,2010.
- [9] Liu S F, Lin Y. Grey systems theory and applications[M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag,2010:169-190.
- [10] Qian W Y, Dang Y G. $GM(1,1)$ model based on oscillation sequence[J]. Systems Engineering-Theory & Practice,2009,29(3):93-98.
- [11] Xie N M, Liu S F. Discrete grey forecasting model and its optimization[J]. Applied Mathematical Modeling,2009,33(1):1173-1186.

Based on the Improved $GM(1,1)$ Model of Urban Short-term Traffic Flow Prediction Research

YOU Zhongsheng, HE Li, ZHANG Gaoliang

(Computer and Information Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: Based on $GM(1,1)$ model in the simulation or prediction results have strict monotonicity, its difficult to achieve effective simulation of random fluctuations, and to accumulate sequence simulation values as the b-b reduction parameters modeling precision of $GM(1,1)$ model is not the main reason for the ideal. In order to improve the $GM(1,1)$ model to simulate and forecast accuracy, the traditional grey forecasting model based on the model, is proposed based on improved b-b reduction method of the new $GM(1,1)$ model, then apply the model to the urban short-term traffic flow is simulated and predicted, and the results with the traditional $GM(1,1)$ model has carried on the comparison and analysis, the results show that the new model has a better simulation and forecast performance.

Key words: predict; short-term traffic flow; $GM(1,1)$ model; model optimization

(责任编辑 黄 颖)