10.11721/cqnuj20160227

推广的延拓负相依风险模型中的精确大偏差*

华志强，张春生
(内蒙古民族大学 数学学院，内蒙古 通辽 028000)

摘要：构造了由保费过程和索赔额过程构成的推广的延拓负相依风险模型，研究其上服从重尾分布的随机变量随机和的尾概率问题，利用求带相依关系的随机变量的随机和的大偏差方法，得到了由服从重尾分布的延拓负相依关系的随机变量构成的盈余过程中的随机和的精确大偏差，将由独立同分布的随机变量构成的盈余过程中的随机和的一致渐近结论推广到由延拓负相依同分布的随机变量构成的结论。

关键词：精确大偏差；延拓负相依；索赔额过程

中图分类号：O211.4　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1672-6693(2016)02-0062-05

保险行业是一个风险无处不在的行业，而股灾、地震等这些极端风险事件往往会导致超大型金融企业的破产。保险公司度量风险的最基本的手段之一是研究此类极端风险所引起的破产概率，这也是近些年来现代精算风险理论的热门研究课题之一[1-5]。对保险行业的破产概率的研究方法有多种多样，本文是将对破产概率的研究转化为对精确大偏差理论的研究。精确大偏差理论是随机过程中的一个重要组成部分，近年来在保险精算、计算机和物理等领域均得到快速的发展。

设$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个服从重尾分布的、同分布的取值非负的随机变量序列，其对应的数学期望为μ，在保险风险模型中常用$\{X_k,k\geqslant1\}$表示索赔额过程；设$\{N(t),t\geqslant0\}$是一个取值为非负的整数的计数过程，与$\{X_k,k\geqslant1\}$相互独立，记$EN(t)=\lambda(t)$，当$t\to\infty$时有$\lambda(t)\to\infty$。对于任意的$t\geqslant0$，在时间区间$(0,t]$的随机变量序列$\{X_k,k\geqslant1\}$的随机和记为：

$$S_{N(t)}=\sum_{i=1}^{N(t)}X_i,\ \sum_{i=1}^{0}X_i:=0\ 。\tag{1}$$

近些年来，学者们对风险模型(1)所对应的精确大偏差

$$P(S_{N(t)}-ES_{N(t)}>x)=P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x)$$

进行了研究，得到了一些较为实用的结论。如，当$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个独立同分布的随机变量序列时，文献[6]得到了复合更新风险模型中的带有重尾分布的随机变量序列的随机和的精确大偏差，即

$$P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x)\sim\lambda(t)\overline{F}(x)；\tag{2}$$

当$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个负相依同分布的随机变量序列时，文献[7]得到了类似(2)式的随机变量序列的随机和的精确大偏差；当$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个上延拓负相依和φ-混合的、不同分布的随机变量序列时文献[8]也得到了类似(2)式的随机和的精确大偏差。在文献[9]中引入了如下的一个新的称之为推广的负相依风险模型：

$$S(t)=\sum_{i=1}^{N(t)}X_i-\sum_{i=1}^{M(t)}Y_i,t\geqslant0\ ，\tag{3}$$

其中$\{M(t),t\geqslant0\}$是一个严平稳的更新计数过程，$\{Y_k,k\geqslant1\}$是一个取值非负同分布的、负相依的随机变量序列。在新的风险模型(3)中$\{Y_k,k\geqslant1\}$表示保险费额过程，而$\{S(t),t\geqslant0\}$代表了索赔盈余过程。在此基础上，本文构建了推广的延拓负相依结构的风险模型，讨论了此模型中的带一致变化尾分布上的随机变量序列的随机和的精确大偏差，对文献[9]的相应结论进行了推广。

---

* 收稿日期：2015-04-26　　修回日期：2015-12-23　　网络出版时间：2016-1-20　21:25

资助项目：国家自然科学基金(No. 81460656)；内蒙古民族大学科学研究基金(No. NMDYB1436；No. NMDYB1437)

作者简介：华志强，讲师，博士研究生，研究方向为概率论与数理统计，E-mail：zqhua_imun @163.com

网络出版地址：http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20160120.2125.010.html

1 预备知识

定义 1[3]　称随机变量 X(或分布 F)是服从重尾分布的,如果该随机变量不存在指数矩。对于任意的实数 $x\in[0,\infty)$,若随机变量 X 的分布 F 满足:

$$\lim_{y\downarrow 1}\ \liminf_{x\to\infty}\ \frac{\overline{F}(xy)}{\overline{F}(x)}=1 \text{ 或}\lim_{y\uparrow 1}\ \limsup_{x\to\infty}\ \frac{\overline{F}(xy)}{\overline{F}(x)}=1,$$

称随机变量 X(或分布 F)是服从一致变化分布的。

定义 2[2]　若存在常数 $M>0$,对于任意的 $n=1,2,\cdots$及任意的 n 个实数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$,使得

$$P(X_1\leqslant x_1,X_2\leqslant x_2,\cdots,X_n\leqslant x_n)\leqslant M\prod_{i=1}^{n}P(X_i\leqslant x_i),$$

$$P(X_1> x_1,X_2> x_2,\cdots,X_n> x_n)\leqslant M\prod_{i=1}^{n}P(X_i> x_i),$$

成立,称随机变量序列$\{X_k,k\geqslant1\}$是延拓负相依的。当 $M=1$ 时,称随机变量序列$\{X_k,k\geqslant1\}$是负相依的。

命题 1[2]　设$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个随机变量序列,$\{g_k(\cdot),k\geqslant1\}$是实值函数序列,则:1) 当$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个延拓负相依的随机变量序列,$\{g_k(\cdot),k\geqslant1\}$是单调函数序列,则$\{g_k(X_k),k\geqslant1\}$也是一个延拓负相依的随机变量序列;2) 当$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个非负的、延拓负相依的随机变量序列,对于每一个正整数 n,有 $E\left(\prod_{k=1}^{n}X_k\right)\leqslant\prod_{k=1}^{n}EX_k$。

命题 2[10]　设$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个延拓负相依的、同分布的随机变量序列,其共同分布为 F,μ 是该序列的共同的数学期望。对于任意的正整数 n,记 $S_n=\sum_{k=1}^{n}X_k$。当且仅当 $E|X_1|<\infty$,就有当 $n\to\infty$时 $S_n/n\xrightarrow{\text{a.s.}}\mu$。

对于一个分布 F,记 $\overline{F}_*(y)=\liminf_{x\to\infty}\dfrac{\overline{F}(xy)}{\overline{F}(x)}$,其中 $y>0$;$J_F=-\lim_{y\to\infty}\dfrac{\log\overline{F}_*(y)}{\log y}$。

2 推广的延拓负相依风险模型中的精确大偏差

定理 1　$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个延拓负相依的、取值非负同分布的随机变量序列,其共同分布 F 是服从一致变化分布的,μ 是该序列的共同的数学期望,且 $\mu<\infty$。对于任意的正整数 n,记 $S_n=\sum_{k=1}^{n}X_k$,则当 $n\to\infty$时有 $S_n/n\xrightarrow{\text{a.s.}}\mu$。

证明　由于$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个延拓负相依的、取值非负同分布的随机变量序列,μ 是该序列的共同的数学期望,且 $\mu<\infty$,满足命题 2 的条件,所以定理 1 成立。　证毕

定理 2　设$\{X_k,k\geqslant1\}$是一个延拓负相依的、取值非负同分布的随机变量序列,其共同分布 F 是服从一致变化分布的,对应的数学期望为 $\mu>0$。设$\{N(t),t\geqslant0\}$是一个取值为非负的整数的计数过程,与$\{X_k,k\geqslant1\}$相互独立,记 $EN(t)=\lambda(t)$,当 $t\to\infty$时有 $\lambda(t)\to\infty$。令 $N(t)$满足假设条件:对于某个 $p>J_F$ 及任意的 $\delta>0$,有 $EN(t)^pI(N(t))>(1+\delta)\lambda(t)=o(\lambda(t))$。$S_{N(t)}$ 如(1)式所定义的,则对于任意的 $\gamma>0$,当 $t\to\infty$时 $P(S_{N(t)}-ES_{N(t)}>x)\sim\lambda(t)\overline{F}(x)$在 $x\geqslant\gamma\lambda(t)$上一致成立。

证明　由文献[3]的引理 1 可知当 $t\to\infty$时有:

$$ES_{N(t)}\sim\mu\lambda(t)。\tag{4}$$

对于任意的 $\delta>0$,有:

$$P(S_{N(t)}-ES_{N(t)}>x)=\sum_{k=0}^{\infty}P(N(t)=k)P(S_k-ES_{N(t)}>x)=$$

$$\left(\sum\nolimits_{k\leqslant(1+\delta)\lambda(t)}+\sum\nolimits_{k>(1+\delta)\lambda(t)}\right)P(N(t)=k)P(S_k-ES_{N(t)}>x)=P_1+P_2。\tag{5}$$

先来讨论 P_1,由于:

$$P_1=\sum\nolimits_{k\leqslant(1+\delta)\lambda(t)}P(N(t)=k)P(S_k-ES_{N(t)}>x)=$$

$$\left(\sum\nolimits_{|k-\lambda(t)|<\varepsilon(t)\lambda(t)}+\sum\nolimits_{k-\lambda(t)<-\varepsilon(t)\lambda(t)}+\sum\nolimits_{\varepsilon(t)\lambda(t)<k-\lambda(t)<\delta\lambda(t)}\right)P(N(t)=k)P(S_k-ES_{N(t)}>x)=$$

$$P_1^1 + P_1^2 + P_1^3 。\tag{6}$$

取文献[8]中满足(3)式的$\varepsilon(t)$,由文献[7]的(3.1)式及本文定义1可得对于充分大的t,在$x \geqslant \gamma\lambda(t)$上一致地有:

$$\begin{aligned} P_1^1 = &\sum\nolimits_{|k-\lambda(t)|<\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k)P(S_k - ES_k > x - ES_k + ES_{N(t)}) \leqslant \\ &\sum\nolimits_{|k-\lambda(t)|<\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k)P(S_k - ES_k > x - k\mu + \mu\lambda(t)) = \\ &\sum\nolimits_{|k-\lambda(t)|<\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k)P(S_k - ES_k > x - (k-\lambda(t))\mu) = \\ &\sum\nolimits_{|k-\lambda(t)|<\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k)P(S_k - ES_k > x + o(\lambda(t))) \leqslant \\ &(1+\varepsilon(t))\lambda(t)\overline{F}(x+o(\lambda(t)))\sum\nolimits_{|k-\lambda(t)|<\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k) \leqslant \\ &(1+\varepsilon(t))\lambda(t)\overline{F}(x)(1+o(1)) 。\end{aligned}\tag{7}$$

同上,由文献[7]的(3.1)式、本文定义1和定理2中关于$N(t)$的假设条件可得对于充分大的t,在$x \geqslant \gamma\lambda(t)$上一致地有:

$$\begin{aligned} P_1^1 \geqslant &(1-\varepsilon(t))\lambda(t)\overline{F}(x)(1-o(1))\sum\nolimits_{|k-\lambda(t)|<\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k) \geqslant \\ &(1-\varepsilon(t))^2\lambda(t)\overline{F}(x)(1-o(1))。\end{aligned}\tag{8}$$

结合(7)式和(8)式,当$t \to \infty$时,在$x \geqslant \gamma\lambda(t)$上一致地有:

$$P_1^1 \sim \lambda(t)\overline{F}(x)。\tag{9}$$

由文献[7]的(3.1)式、本文定义1和定理2中关于$N(t)$的假设条件可得对于充分大的t,在$x \geqslant \gamma\lambda(t)$上一致地有:

$$\begin{aligned} P_1^2 \leqslant &P(S_{(1-\varepsilon(t))\lambda(t)} - ES_{(1-\varepsilon(t))\lambda(t)} > x - ES_{(1-\varepsilon(t))\lambda(t)} + ES_{N(t)})\sum\nolimits_{k-\lambda(t)<-\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k) \leqslant \\ &P(S_{(1-\varepsilon(t))\lambda(t)} - ES_{(1-\varepsilon(t))\lambda(t)} > x + (\lambda(t) - (1-\varepsilon(t))\lambda(t))\mu + o(\lambda(t)))\sum\nolimits_{k-\lambda(t)<-\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k) \leqslant \\ &P(S_{(1-\varepsilon(t))\lambda(t)} - ES_{(1-\varepsilon(t))\lambda(t)} > x + o(\lambda(t)))\sum\nolimits_{k-\lambda(t)<-\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k) \leqslant \\ &(1-\varepsilon(t))\lambda(t)\overline{F}(x+o(\lambda(t)))\sum\nolimits_{k-\lambda(t)<-\varepsilon(t)\lambda(t)} P(N(t)=k) \leqslant \lambda(t)\overline{F}(x)(1+o(1))o(1) = o(\lambda(t)\overline{F}(x)) 。\end{aligned}\tag{10}$$

存在某个$c>0$,由文献[7]的(3.1)式、本文定义1和定理2中关于$N(t)$的假设条件可得对于充分大的t,在$x \geqslant \gamma\lambda(t)$上一致地有:

$$\begin{aligned} P_1^3 \leqslant &P(S_{(1+\delta)\lambda(t)} - ES_{(1+\delta)\lambda(t)} > x - ES_{(1+\delta)\lambda(t)} + ES_{N(t)})\sum\nolimits_{\varepsilon(t)\lambda(t)<k-\lambda(t)<\delta\lambda(t)} P(N(t)=k) \leqslant \\ &(1+\delta)\lambda(t)\overline{F}(x - \mu\delta\lambda(t) + o(\lambda(t)))(1+o(1))\sum\nolimits_{\varepsilon(t)\lambda(t)<k-\lambda(t)<\delta\lambda(t)} P(N(t)=k) \leqslant \\ &c\lambda(t)\overline{F}(x)o(1) = o(\lambda(t)\overline{F}(x)) 。\end{aligned}\tag{11}$$

最后来讨论P_2。令$y=\frac{x}{v}$,$y_k=\frac{x}{2v}$,$k=1,2,\cdots,n$,$v>1$,利用文献[8]的引理2可知,对于充分大的n,有:

$$\begin{aligned} P(S_n - n\mu \geqslant x) \leqslant P(S_n \geqslant x) \leqslant &\sum_{k=1}^{n} P(X_k > y_k) + M\exp\left\{\frac{x}{y} - \frac{x}{y}\log\left(\frac{x}{\sum_{k=1}^{n}\int_0^{y_k} t\mathrm{d}F_k(t)} + 1\right)\right\} \leqslant \\ &\sum_{k=1}^{n} P(X_k > y_k) + M\exp\left\{v - v\log\left(\frac{x}{n\mu(1+o(1))}\right)\right\} = n\overline{F}\left(\frac{x}{2v}\right) + Me^{v}(n\mu(1+o(1)))^{v}x^{-v} 。\end{aligned}\tag{12}$$

由(12)式和定理2中关于$N(t)$的假设条件可得对于充分大的t,在$x \geqslant \gamma\lambda(t)$上一致地有:

$$\begin{aligned} P_2 \leqslant &\sum\nolimits_{k>(1+\delta)\lambda(t)} P(N(t)=k)P(S_k > x) \leqslant \\ &\overline{F}\left(\frac{x}{2v}\right)\sum\nolimits_{k>(1+\delta)\lambda(t)} kP(N(t)=k) + Me^{v}(n\mu(1+o(1)))^{v}x^{-v}\sum\nolimits_{k>(1+\delta)\lambda(t)} k^{v}P(N(t)=k) = o(\lambda(t)\overline{F}(x)) 。\end{aligned}\tag{13}$$

将(9)～(11)式、(13)式代入到(5)式中,即可得到定理结论。　　证毕

定理 3　对于推广的延拓负相依风险模型(3)，$\{X_k,k\geqslant1\}$和$\{N(t),t\geqslant0\}$满足定理 2 的条件。$\{Y_k,k\geqslant1\}$是一个取值非负同分布的、延拓负相依的随机变量序列，$\{M(t),t\geqslant0\}$是一个更新计数过程，且有 $EM(t)=\beta(t)$。对于任意的 $\gamma>EY_1$，当 $t\to\infty$时，$P(S(t)-ES(t)>x)\sim\lambda(t)\overline{F}(x)$在 $x\geqslant\max(\gamma\lambda(t),\gamma\beta(t))$上一致成立。

证明　因$\{M(t),t\geqslant0\}$是一个更新计数过程，且有 $EM(t)=\beta(t)$，根据定理 1 可知当 $t\to\infty$时有

$$\frac{1}{\beta(t)}\sum_{j=1}^{M(t)}Y_j=\frac{M(t)}{\beta(t)}\cdot\frac{1}{M(t)}\sum_{j=1}^{M(t)}Y_j\to EY_1\text{ 。}$$

所以存在非负函数 $\varepsilon(t)$，当 $t\to\infty$时有 $\varepsilon(t)\to0$，且有：

$$P\left(\left|\sum_{j=1}^{M(t)}Y_j-\beta(t)EY_1\right|\geqslant\varepsilon(t)\beta tEY_1\right)=o(1)\text{ 。}\tag{14}$$

由于：

$$P(S(t)-ES(t)>x)=P\left(S_{N(t)}-\sum_{j=1}^{M(t)}Y_j-\mu\lambda(t)+EM(t)EY_1>x\right)=$$

$$\int_0^\infty P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x-\beta(t)EY_1+y)\mathrm{d}P\left(\sum_{j=1}^{M(t)}Y_1\leqslant x\right)=$$

$$\left(\int_{y-\beta(t)EY_1<-\varepsilon(t)\beta(t)EY_1}+\int_{|y-\beta(t)EY_1|\leqslant\varepsilon\leqslant(t)\beta(t)EY_1}+\int_{y-\beta(t)EY_1>\varepsilon(t)\beta(t)EY_1}\right)\cdot$$

$$P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x-\beta(t)EY_1+y)\mathrm{d}P\left(\sum_{j=1}^{M(t)}Y_1\leqslant x\right):=I_1+I_2+I_3\text{ 。}$$

首先讨论 I_1。当 $\gamma>EY_1$ 时，有 $1-\left(\dfrac{EY_1}{\gamma}\right)>0$；对于 $y\geqslant0$，$x\geqslant\max(\gamma\lambda(t),\gamma\beta(t))$，就有 $\beta(t)<\dfrac{x}{\gamma}$。利用定理 2 及(14)式，可知当 $t\to\infty$时对 $x\geqslant\max(\gamma\lambda(t),\gamma\beta(t))$一致地有：

$$\begin{aligned}I_1=&\int_{y-\beta(t)EY_1<-\varepsilon(t)\beta(t)EY_1}P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x-\beta(t)EY_1+y)\mathrm{d}P\left(\sum_{j=1}^{M(t)}Y_1\leqslant x\right)\leqslant\\&\int_{y-\beta(t)EY_1<-\varepsilon(t)\beta(t)EY_1}P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x-\beta(t)EY_1)\mathrm{d}P\left(\sum_{j=1}^{M(t)}Y_1\leqslant x\right)\leqslant\\&\int_{y-\beta(t)EY_1<-\varepsilon(t)\beta(t)EY_1}P\left(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x\left(1-\frac{EY_1}{\gamma}\right)\right)\mathrm{d}P\left(\sum_{j=1}^{M(t)}Y_1\leqslant x\right)\sim\\&\lambda(t)\overline{F}\left((x\left(1-\frac{EY_1}{\gamma}\right)\right)P\left(\sum_{i=1}^{M(t)}Y_i-\beta(t)EY_1<-\varepsilon(t)\beta(t)EY_1\right)\leqslant C\lambda(t)\overline{F}(x)o(1)=o(\lambda(t)\overline{F}(x))\text{ 。}\end{aligned}\tag{15}$$

再来讨论 I_2。由于 $x\geqslant\max(\gamma\lambda(t),\gamma\beta(t))$，$|y-\beta(t)EY_1|\leqslant\varepsilon(t)\beta(t)EY_1$ 和 $\varepsilon(t)$的性质可知，对于充分大的 t 有 $x-\beta(t)EY_1+y\geqslant x-\varepsilon(t)\beta(t)EY_1\geqslant\left(1-\dfrac{EY_1}{\gamma}\varepsilon(t)\right)x>\left(1-\dfrac{EY_1}{\gamma}\right)x$。利用定理 2 可知当 $t\to\infty$时对 $x\geqslant\gamma\lambda(t)$一致地有

$$P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x-\beta tEY_1+y)\sim\lambda(t)\overline{F}(x-\beta tEY_1+y)\text{ 。}\tag{16}$$

由$|y-\beta(t)EY_1|\leqslant\varepsilon(t)\beta(t)EY_1$ 可以得出当 $t\to\infty$时$|y-\beta tEY_1|=o(\lambda(t))$。又由文献[10]引理 2 知，当 $t\to\infty$时对 $x\geqslant\gamma\lambda(t)$一致地有

$$\overline{F}(x-\beta(t)EY_1+y)\sim\overline{F}(x)\text{。}\tag{17}$$

因此由(14)式、(16)式和(17)式，可知当 $t\to\infty$时对 $x\geqslant\max(\gamma\lambda(t),\gamma\beta(t))$一致地有：

$$\begin{aligned}I_2=&\int_{|y-\beta(t)EY_1|\leqslant\varepsilon(t)\beta(t)EY_1}P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x-\beta(t)EY_1+y)\mathrm{d}P\left(\sum_{j=1}^{M(t)}Y_1\leqslant x\right)\sim\\&\lambda(t)\overline{F}(x)\int_{|y-\beta(t)EY_1|\leqslant\varepsilon(t)\beta(t)EY_1}\frac{\overline{F}(x-\beta(t)EY_1+y)}{\overline{F}(x)}\mathrm{d}P\left(\sum_{j=1}^{M(t)}Y_1\leqslant x\right)\sim\\&\lambda(t)\overline{F}(x)P\left(\left|\sum_{i=1}^{M(t)}Y_i-\beta(t)EY_1\right|\leqslant\varepsilon(t)\beta(t)EY_1\right)\sim\lambda(t)\overline{F}(x)\text{ 。}\end{aligned}\tag{18}$$

最后讨论 I_3。利用定理 2，当 $t\to\infty$时对 $x\geqslant\max(\gamma\lambda(t),\gamma\beta(t))$一致地有：

$$\begin{aligned}I_3:=&\int_{y-\beta(t)EY_1>\varepsilon(t)\beta(t)EY_1}P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x-\beta(t)EY_1+y)\mathrm{d}P\left(\sum_{j=1}^{M(t)}Y_1\leqslant x\right)\leqslant\\&\int_{y-\beta(t)EY_1>\varepsilon(t)\beta(t)EY_1}P(S_{N(t)}-\mu\lambda(t)>x)\mathrm{d}P\left(\sum_{j=1}^{M(t)}Y_1\leqslant x\right)\sim\end{aligned}$$

$$\lambda(t)\overline{F}(x)P\Big(\sum_{i=1}^{M(t)}Y_i-\beta(t)EY_1>\varepsilon(t)\beta(t)EY_1\Big)=o(\lambda(t)\overline{F}(x))\ 。\tag{19}$$

由(15)式、(18)式和(19)式可知定理3的结论成立。 证毕

参考文献：

[1] R 卡尔斯，M 胡法兹，J 达呐，等．现代精算风险理论[M]．唐启鹤，胡太忠，成世学译．北京：科学出版社，2005.
Kaas R，Goovaerts M，Dhaene J，et al. Modern actuarial risk theory[M]. Tang Q H，Hu T Z，Cheng S X，translation. Beijing：Science Press，2005.

[2] Liu L. Precise large deviations for dependent random variables with heavy tails[J]. Probability and Statistics Letters，2009，79：1290-1298.

[3] 华志强．多元重尾大偏差及位相型破产概率[M]．哈尔滨：哈尔滨地图出版社，2013.
Hua Z Q. Large deviations of random variables with heavy tail in a multi-risk model and ruin probability for risk model with phase-type claims[M]. Harbin：Harbin Cartographic Publishing House，2013.

[4] 华志强，杨少华．离散时多元风险模型的破产概率[J]．数学杂志，2014，34(2)：272-280.
Hua Z Q，Yang S H. The probability of ruin with finite horizon in a discrete-time multi-risk model[J]. Journal of Mathematics(PRC)，2014，34(2)：272-280.

[5] 华志强，杨少华，陈丽莹．上尾渐近独立随机变量和的大偏差的渐近下界[J]．数学杂志，2014，34(1)：58-64.
Hua Z Q，Yang S H，Chen L Y. Asymptotic lower bounds of large deviation for sums of upper tail asymptotic independent random variables[J]. Journal of Mathematics(PRC)，2014，34(1)：58-64.

[6] Tang Q H，Su C，Jiang T，et al. Large deviations for heavy-tailed random sums in compound renewal model[J]. Statistics and Probability Letters，2001，52：91-100.

[7] Chen Y Q，Yuen K C，Ng Kai W. Precise large deviations of random sums in presence of negative dependence and consistent variation[J]. Methodol Comput Appl Probab，2011，13：821-833.

[8] 华志强，宋立新，冯敬海．UEND 和 φ-混合随机变量随机和的精确大偏差[J]．大连理工大学学报，2014，54(3)：371-376.
Hua Z Q，Song L X，Feng J H. Precise large deviations for random sum of UEND and φ-mixing random variables[J]. Journal of Dalian University of Technology，2014，54(3)：371-376.

[9] Chen Y，Zhang W P，Su C. Precise large deviations for generalized extended negatively dependent compound renewal risk model[J]. Frontiers of Mathematics in China，2014，9(1)：31-44.

[10] Chen Y Q，Chen A Y，Ng Kai W. The strong law of large numbers for extended negatively dependent random variables[J]. Journal of Applied Probability，2010，47：908-922.

Precise Large Deviations for Generalized Extended Negatively Dependent Compound Renewal Risk Model

HUA Zhiqiang, ZHANG Chunsheng

(College of Mathematics, Inner Mongolia University for the Nationalities, Tongliao Inner Mongolia 028000, China)

Abstract: In this paper, we consider the generalized extended negatively dependent compound renewal risk model, which including premium process and claim process, and obtain the precise large deviation of random sum of the claim surplus process with extended negatively dependent random variables by using the method of the large deviation.

Key words: precise large deviation; extended negatively dependence; claim process

（责任编辑　黄　颖）