DOI:10.11721/cqnuj20160216

时间尺度上带有反馈控制的企业集群竞争模型的持久性分析*

丁彦林[1]，李永昆[2]，庞一成[1]
(1. 贵州财经大学 数学与统计学院，贵阳 550025；2. 云南大学 数学与统计学院，昆明 650091)

摘要:根据企业集群与生物种群的相似性,借鉴种群生态学中的竞争模型建立了企业集群模式下的企业之间竞争的数学模型。给出了时间尺度上此模型的持久性存在的充分条件:假设(H_1),(H_2)成立,则系统是持久的。研究结果表明,在外界对产品种群系统的增长起阻止的作用干预下,当产品种群系统内部增长率缓慢并且产品种群系统内部竞争力变强的情况下,$h_i(t)$,$i=1,2$ 越强对产品种群系统的持久性发展越有好处;而在合适的内部竞争和外部干预下,保持产品种群系统的自身的良好发展是企业集群保持持久性的关键。

关键词:企业集群;竞争模型;反馈控制;持久性;时间尺度
中图分类号:O175.2 **文献标志码**:A **文章编号**:1672-6693(2016)02-0103-05

企业集群是相似或相关联行业和组织在一定的区域聚集而成的有密切联系的综合体,具有一定的经济产出,形成一定的经济规模。企业集群相似于一个生命有机体,会历经萌芽、成长、成熟和衰败的进化过程,也相似于生态系统中种群间的竞争和合作的共生关系。考虑到企业集群和生态系统中种群间的关系的相似性,大量学者从生态学的角度来讨论企业集群,参看文献[1-3]。根据生态学原理,构建适当的模型来拟合经济活动中的企业集群现象,并利用动力学原理研究模型的稳定性、周期性等,具有重要的现实意义。但大多考虑的是连续的或者是离散的系统,而在时间尺度上讨论,就可以把连续和离散统一起来,从而避免了单独讨论带来的麻烦。

与自然界中生态系统中种群间的竞争和合作关系一样,位于同一区域的企业集群之间也存在竞争和合作关系。当企业集群成员之间的竞争和合作关系达到稳定时,就能保持企业间的共存,并且能够达到一定的产出规模。如果企业集群之间能够长时间的保持这种稳定状态就称之为企业集群间的平衡状态(持久性生存)。然而一个企业的发展受外界因素的影响是不可避免的,当外界因素的影响破坏了这种平衡,为了使这种平衡得到恢复,反馈控制的方法就得到广泛的应用。因此考虑具有反馈控制的企业集群模型更与实际相符,讨论持久性存在条件更具有实际意义。本文借鉴生态学中竞争和合作关系的模型[4-8],研究了时间尺度上具有反馈控制的非自治企业集群竞争系统:

$$\begin{cases}x^{\Delta}(t)=a_1(t)-b_1(t)\exp\{x(t)\}-c_1(t)\exp\{y(t)\}-h_1(t)u(t),\\ y^{\Delta}(t)=a_2(t)-b_2(t)\exp\{x(t)\}-c_2(t)\exp\{y(t)\}-h_2(t)v(t),\\ u^{\Delta}(t)=-p_2(t)u(t)+q_1(t)\exp\{x(t)\},\\ v^{\Delta}(t)=-p_2(t)v(t)+q_2(t)\exp\{y(t)\}。\end{cases} \tag{1}$$

假设某企业集群中有两家企业,用 $x(t)$,$y(t)$分别表示甲乙两企业在 t 时刻的产品规模,$a_1(t)$,$a_2(t)$分别表示甲乙两企业产品规模的内部增长率,$b_1(t)$,$c_2(t)$表示两企业各自的阻滞项系数,$b_2(t)$,$c_1(t)$表示两企业对对方企业的竞争力系数,$u(t)$,$v(t)$为控制变量,$h_1(t)$,$h_2(t)$分别为控制变量 $u(t)$,$v(t)$对甲乙两企业产品规模增长的贡献率。

令 $N_1(t)=\exp\{x(t)\}$,$N_2(t)=\exp\{y(t)\}$。设 T 为一时标,则当 $T=R$ 时,系统(1)可变为

$$\begin{cases}N'_1(t)=N_1(t)[a_1(t)-b_1(t)N_1(t)-c_1(t)N_2(t)-h_1(t)u(t)],\\ N'_2(t)=N_2(t)[a_2(t)-b_2(t)N_1(t)-c_2(t)N_2(t)-h_2(t)v(t)],\\ u'(t)=-p_1(t)u(t)+q_1(t)N_1(t),\\ v'(t)=-p_2(t)v(t)+q_2(t)N_2(t)。\end{cases} \tag{2}$$

* **收稿日期**:2015-04-16 **修回日期**:2015-12-08 **网络出版时间**:2016-1-20 21:26
资助项目:贵州省科学技术基金(No. 黔科合 J 字[2015]226);贵州省教育厅自然科学研究项目(No. 黔教合 KY[2015]482)
作者简介:丁彦林,男,助教,研究方向为微分方程与动力系统,E-mail: 18275352729@163.com
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20160120.2126.032.html

当 $T=Z$ 时,系统(1)可变为

$$\begin{cases}N_1(t+1)=N_1(t)\exp\{a_1(t)-b_1(t)N_1(t)-c_1(t)N_2(t)-h_1(t)u(t)\},\\ N_2(t+1)=N_2(t)\exp\{a_2(t)-b_2(t)N_1(t)-c_2(t)N_2(t)-h_2(t)v(t)\},\\ \Delta u(t)=-p_1(t)u(t)+q_1(t)N_1(t),\\ \Delta v(t)=-p_2(t)+q_2(t)N_2(t)。\end{cases} \tag{3}$$

因此只要考虑系统(1)的持久性,就可以得到连续系统(2)和离散系统(3)的持久性。

通篇假设:$(H_1)a_i(t),b_i(t),c_i(t),h_i(t),p_i(t),q_i(t),i=1,2$ 是时标 T 上的非负有界概周期函数,即对任意的 $i=1,2$,有:

$$0<a_i^m\leqslant a_i(t)\leqslant a_i^M,0<b_i^m\leqslant b_i(t)\leqslant b_i^M,0<c_i^m\leqslant c_i(t)\leqslant c_i^M,$$
$$0<h_i^m\leqslant h_i(t)\leqslant h_i^M,0<p_i^m\leqslant p_i(t)\leqslant p_i^M,0<q_i^m\leqslant q_i(t)\leqslant q_i^M。$$

这里 $f_i^m=\inf\limits_{t\in T}\{f(t)\},f_i^M=\sup\limits_{t\in T}\{f(t)\}$。

下面给出需要的定义和引理。

定义[9] 称系统(1)是持久的,如果对于系统(1)的每一个解$(x(t),y(t),u(t),v(t))^{\mathrm{T}}$,存在常数 $m_i,M_i,i=1,2,3,4$。使得下式成立

$$m_1\leqslant\lim_{t\to\infty}\inf\{x(t)\}\leqslant\lim_{t\to\infty}\sup\{x(t)\}\leqslant M_1,m_2\leqslant\lim_{t\to\infty}\inf\{y(t)\}\leqslant\lim_{t\to\infty}\sup\{y(t)\}\leqslant M_2,$$
$$m_3\leqslant\lim_{t\to\infty}\inf\{u(t)\}\leqslant\lim_{t\to\infty}\sup\{u(t)\}\leqslant M_3,m_4\leqslant\lim_{t\to\infty}\inf\{v(t)\}\leqslant\lim_{t\to\infty}\sup\{v(t)\}\leqslant M_4。$$

引理 1[10] 令 $-a\in\mathbf{R}^+$。

i) 若 $x^\Delta(t)\leqslant b-ax(t)$,则 $x(t)\leqslant x(t_0)e_{(-a)}(t,t_0)+\dfrac{b}{a}(1-e_{-a}(t,t_0))$;特别地,若 $a>0$,则对于任意的 $t>t_0$,有$\lim\limits_{t\to\infty}\sup\{x(t)\}\leqslant\dfrac{b}{a}$。

ii) 若 $x^\Delta(t)\geqslant b-ax(t)$,则 $x(t)\geqslant x(t_0)e_{(-a)}(t,t_0)+\dfrac{b}{a}(1-e_{-a}(t,t_0))$;特别地,若 $a>0$,则对于任意的 $t>t_0$,有$\lim\limits_{t\to\infty}\inf\{x(t)\}\geqslant\dfrac{b}{a}$。

引理 2[10] 令 $-a,-b\in\mathbf{R}^+$,对一切的 $t\in T$,有 $x(t)>0$。

i) 若 $x^\Delta(t)\leqslant x(\sigma(t))(b-ax(t))$,则有 $x(t)\leqslant\dfrac{b}{a}\left[1+(\dfrac{bx^{-1}(t_0)}{a}-1)e_{(-a)}(t,t_0)\right]^{-1}$;特别地,若 $a>0,b>0$,则对 $t>t_0$,有$\lim\limits_{t\to\infty}\sup\{x(t)\}\leqslant\dfrac{b}{a}$。

ii) 若 $x^\Delta(t)\geqslant x(\sigma(t))(b-ax(t))$,则有 $x(t)\geqslant\dfrac{b}{a}\left[1+(\dfrac{bx^{-1}(t_0)}{a}-1)e_{(-a)}(t,t_0)\right]^{-1}$;特别地,若 $a>0,b>0$,则对 $t>t_0$,有$\lim\limits_{t\to\infty}\inf\{x(t)\}\geqslant\dfrac{b}{a}$。

出于实际意义的考虑,总是假定系统(1)满足初始条件$(x(0),y(0),u(0),v(0))^{\mathrm{T}}>0$。

1 持久性分析

定理 1 假设(H_1)成立,则系统(1)的每个解$(x(t),y(t),u(t),v(t))^{\mathrm{T}}$ 都满足:

$$\lim_{t\to\infty}\sup\{x(t)\}\leqslant x^*,\lim_{t\to\infty}\sup\{y(t)\}\leqslant y^*,\lim_{t\to\infty}\sup\{u(t)\}\leqslant u^*,\lim_{t\to\infty}\sup\{v(t)\}\leqslant v^*。$$

其中 $x^*=\dfrac{a_1^M-b_1^m}{b_1^m},y^*=\dfrac{a_2^M-c_2^m}{c_2^m},u^*=\dfrac{q_1^M\mathrm{e}^{x^*}}{p_1^m},v^*=\dfrac{q_2^M\mathrm{e}^{y^*}}{p_2^m}$。

证明 先证$\lim\limits_{t\to\infty}\sup\{x(t)\}\leqslant x^*$。因为对任意的 $x\in\mathbf{R}$,都有 $\mathrm{e}^x\geqslant1+x$,则由系统(1)的第一个方程和(H_1)知:

$$x^\Delta(t)=a_1(t)-b_1(t)\exp\{x(t)\}-c_1(t)\exp\{y(t)\}-h_1(t)u(t)\leqslant$$
$$a_1(t)-b_1(t)(1+x(t))=$$
$$(a_1(t)-b_1(t))-b_1(t)x(t)\leqslant$$

$$(a_1^M-b_1^m)-b_1^m x(t)。$$

由引理 1 知：$\limsup\limits_{t\to\infty}\{x(t)\}\leqslant\dfrac{a_1^M-b_1^m}{b_1^m}=x^*$。类似可得 $\limsup\limits_{t\to\infty}\{y(t)\}\leqslant\dfrac{a_2^M-b_2^m}{b_2^m}=y^*$。

再证$\limsup\limits_{t\to\infty}\{u(t)\}\leqslant u^*$。因为$\limsup\limits_{t\to\infty}\{x(t)\}\leqslant x^*$，可取 $\varepsilon>0$ 充分小，存在 $T_1\in T$ 使得对任意的 $t>T_1$，有 $x(t)\leqslant x^*+\varepsilon$. 故由系统(1)的第三个方程知：

$$u^{\Delta}(t)=-p_1(t)u(t)+q_1(t)\exp\{u(t)\}\leqslant-p_1^m u(t)+q_1^M \mathrm{e}^{x^*+\varepsilon}。$$

再利用引理 1 知：$\limsup\limits_{t\to\infty}\{u(t)\}\leqslant\dfrac{q_1^M\mathrm{e}^{x^*+\varepsilon}}{p_1^m}=u^*$。由于 ε 可任意小，令 $\varepsilon\to 0$ 时，有$\limsup\limits_{t\to\infty}\{u(t)\}\leqslant\dfrac{q_1^M\mathrm{e}^{x^*}}{p_1^m}=u^*$。类似可得 $\limsup\limits_{t\to\infty}\{v(t)\}\leqslant\dfrac{q_2^M\mathrm{e}^{y^*}}{p_2^m}=v^*$。　证毕

定理 2　假设(H_1)成立，进一步假设(H_2)$a_1^m-c_1^M e^{y^*}-h_1^M u^*>0$，$a_2^m-b_2^M e^{x^*}-h_2^M v^*>0$ 成立，则系统(1)的每个解$(x(t),y(t),u(t),v(t))^{\mathrm{T}}$ 都满足：

$$\liminf_{t\to\infty}\{x(t)\}\geqslant x_*,\liminf_{t\to\infty}\{y(t)\}\geqslant y_*,\liminf_{t\to\infty}\{u(t)\}\geqslant u_*,\liminf_{t\to\infty}\{v(t)\}\geqslant v_*。$$

其中 $x_*=\ln\left(\dfrac{a_1^m-c_1^M\mathrm{e}^{y^*}-h_1^M u^*}{b_1^M}\right)$，$y_*=\ln(\dfrac{a_2^m-b_2^M\mathrm{e}^{x^*}-h_2^M v^*}{c_2^M})$，$u^*=\dfrac{q_1^m\mathrm{e}^{x_*}}{p_1^M}$，$v^*=\dfrac{q_2^m\mathrm{e}^{y_*}}{p_2^M}$。

证明　先证$\liminf\limits_{t\to\infty}\{x(t)\}\geqslant x_*$。对于任意的 $\varepsilon>0$，由定理 1 知，存在 $T_2\in T$ 使得对任意的 $t>T_2$，有

$$x(t)\leqslant x^*+\varepsilon,y(t)\leqslant y^*+\varepsilon,u(t)\leqslant u^*+\varepsilon,v(t)\leqslant v^*+\varepsilon。$$

由系统(1)和(H_1)知：

$$x^{\Delta}(t)=a_1(t)-b_1(t)\exp\{x(t)\}-c_1(t)\exp\{y(t)\}-h_1(t)u(t)\geqslant$$
$$a_1^m-c_1^M\mathrm{e}^{y^*+\varepsilon}-h_1^M(u^*+\varepsilon)-c_1(t)\exp\{x(t)\}。$$

令 $N(t)=\exp\{x(t)\}$，则上式可变为：

$$\ln^{\Delta}(N(t))\geqslant a_1^m-c_1^M\mathrm{e}^{y^*+\varepsilon}-h_1^M(u^*+\varepsilon)-b_1^M N(t),\tag{4}$$

由时间尺度上复合函数的求导法则知

$$\ln^{\Delta}(N(t))=\left(\int_0^1\frac{\mathrm{d}h}{N(t)+h\mu(t)N^{\Delta}(t)}\right)N^{\Delta}(t)。$$

若 $\mu(t)=0$，则

$$\ln^{\Delta}(N(t))=\frac{N^{\Delta}(t)}{N(t)}\tag{5}$$

若 $\mu(t)\neq0$，则

$$\ln^{\Delta}(N(t))=\left(\int_0^1\frac{\mathrm{d}h}{N(t)+h\mu(t)N^{\Delta}(t)}\right)N^{\Delta}(t)=$$
$$\frac{1}{\mu(t)N^{\Delta}(t)}\int_{N(t)}^{N(t)+\mu(t)N^{\Delta}(t)}\frac{\mathrm{d}s}{s}N^{\Delta}(t)=\frac{1}{\mu(t)}\ln\left(\frac{N(t)+\mu(t)N^{\Delta}(t)}{N(t)}\right)。\tag{6}$$

考虑到对所有的 $x>-1$，有 $x\geqslant\ln(x+1)$。由(6)式

$$\frac{N^{\Delta}(t)}{N(t)}=\frac{1}{\mu(t)}\left(\frac{N(t)+\mu(t)N^{\Delta}(t)}{N(t)}-1\right)\geqslant\frac{1}{\mu(t)}\ln\left(\frac{N(t)+\mu(t)N^{\Delta}(t)}{N(t)}\right)。\tag{7}$$

综合(4)，(5)，(7)式知

$$\frac{N^{\Delta}(t)}{N(t)}\geqslant a_1^m-c_1^M\mathrm{e}^{y^*+\varepsilon}-h_1^M(u^*+\varepsilon)-b_1^M N(t)。\tag{8}$$

若 $\sigma(t)=t$，则 $N(\sigma(t))=N(t)$。由引理 2 知

$$\liminf_{t\to\infty}\{N(t)\}\geqslant\frac{a_1^m-c_1^M\mathrm{e}^{y^*+\varepsilon}-h_1^M(u^*+\varepsilon)}{b_1^M}\tag{9}$$

若 $\sigma(t)\neq t$，分两种情况：

第一种情况。若存在一点 $t_0\in T$，对任意的 $t>t_0$，使得 $N(\sigma(t))\leqslant N(t)$，此时，可以断言对任意的 $t>t_0$，有

$$a_1^m-c_1^M\mathrm{e}^{y^*+\varepsilon}-h_1^M(u^*+\varepsilon)-b_1^M N(t)\leqslant 0。\tag{10}$$

若不然，假设

$$a_1^m - c_1^M e^{y^*+\varepsilon} - h_1^M(u^*+\varepsilon) - b_1^M N(t) > 0, \tag{11}$$

则由(8)式知

$$N^\Delta(t) \geqslant N(t)[a_1^m - c_1^M e^{y^*+\varepsilon} - h_1^M(u^*+\varepsilon) - b_1^M N(t)] \geqslant N(\sigma(t))[a_1^m - c_1^M e^{y^*+\varepsilon} - h_1^M(u^*+\varepsilon) b_1^M N(t)]。\tag{12}$$

则利用引理2知

$$\liminf_{t\to\infty}\{N(t)\} \geqslant \frac{a_1^m - c_1^M e^{y^*+\varepsilon} - h_1^M(u^*+\varepsilon)}{b_1^M}。\tag{13}$$

这与假设矛盾。因此,对任意 $t>t_0$,都有(10)式成立,从而对任意 $t>t_0$ 有

$$N(t) \geqslant \frac{a_1^m - c_1^M e^{y^*+\varepsilon} - h_1^M(u^*+\varepsilon)}{b_1^M} \tag{14}$$

第二种情况。若对任意的 $t>t_0$,使得 $N(\sigma(t))>N(t)$,则 $N(t)$ 是单调有上界的,故 $\lim\limits_{t\to\infty} N(t)$ 存在,记为 N_0,则 $\lim\limits_{t\to\infty} N(\sigma(t)) = \lim\limits_{t\to\infty} N(t) = N_0$。在(8)式两端同时取极限可得 $a_1^m - c_1^M e^{y^*+\varepsilon} - h_1^M(u^*+\varepsilon) - b_1^M N_0 \leqslant 0$,即

$$N_0 \geqslant \frac{a_1^m - c_1^M e^{y^*+\varepsilon} - h_1^M(u^*+\varepsilon)}{b_1^M}。\tag{15}$$

综合(13),(14),(15)可知 $\liminf\limits_{t\to\infty}\{N(t)\} \geqslant \dfrac{a_1^m - c_1^M e^{y^*+\varepsilon} - h_1^M(u^*+\varepsilon)}{b_1^M}$。令 $\varepsilon\to 0$,则 $\liminf\limits_{t\to\infty}\{x(t)\} \geqslant \ln\left(\dfrac{a_1^m - c_1^M e^{y^*} - h_1^M u^*}{b_1^M}\right) = x_*$。

类似地,可以证明 $\liminf\limits_{t\to\infty}\{y(t)\} \geqslant \ln\left(\dfrac{a_2^m - b_2^M e^{x^*} - h_2^M v^*}{c_2^M}\right) = y_*$。

再证 $\liminf\limits_{t\to\infty}\{u(t)\} \geqslant u_*$。由于 $\liminf\limits_{t\to\infty}\{x(t)\} \geqslant x_*$,则对任意的 $\varepsilon>0$,存在 $t_1\in T$ 使得对任意的 $t>t_1$ 时,有 $x(t)\geqslant x_*+\varepsilon$。有系统(1)的第三个方程得:$u^\Delta(t) = -p_1(t)u(t) + q_1(t)\exp\{u(t)\} \geqslant -p_1^M u(t) + q_1^m e^{x_*+\varepsilon}$。

由引理1知 $\liminf\limits_{t\to\infty}\{u(t)\} \geqslant \dfrac{q_1^m e^{x_*+\varepsilon}}{p_1^M}$。令 $\varepsilon\to 0$,可得 $\liminf\limits_{t\to\infty}\{u(t)\} \geqslant \dfrac{q_1^m e^{x_*}}{p_1^M} = u_*$,

类似可得 $\liminf\limits_{t\to\infty}\{v(t)\} \geqslant \dfrac{q_2^m e^{y_*}}{p_2^M} = v_*$。 证毕

从定理1,定理2可得如下定理。

定理3 假设(H_1),(H_2)成立,则系统(1)是持久的。进而系统(2),(3)也是持久的。

2 结论

通过对所考虑系统的有关结论的分析,在外界对产品种群系统的增长起阻止的作用干预下,当产品种群系统内部增长率缓慢并且产品种群系统内部竞争力变强的情况下,$h_i(t)$,$i=1,2$ 越大对企业的稳定性发展越有好处;而在适当的竞争和外界干预下,保持企业的自身的良好发展是企业集群保持持久性的关键。在没有反馈控制的条件下,企业之间的竞争是保持企业集群充满活力的关键。本文研究反馈控制的作用使得系统更接近现实,与前人的研究成果相比,例如文献[3],企业集群的稳定性条件有所改变,影响因素也更加的多元化。

注 与文献[11]相比,本文有以下不同:

1)文献[11]中作者利用脉冲微分方程的比较性定理,得出了系统持久性的充分条件。而本文是利用时间尺度上的不等式理论,得出了系统持久性的充分条件;

2)文献[11]没有考虑控制变量的持久性,而本文把控制变量的持久性也考虑在内;

3)本文考虑的是系统在时间尺度上的持久性,文献[11]若在没有脉冲的情况下,本文的结论是包含文献[11]的结论,就是对文献[11]的结论的推广。

参考文献:

[1] 周浩.企业集群的共生模型及稳定性分析[J].系统工程,2003,21(4):32-37.
Zhou H. Cooperation model of enterprise cluster and the stability analysis[J]. Systems Engineering,2003,21(4):32-37.
[2] 何继善,戴卫明.产业集群的生态学模型及生态平衡分析

[J].北京大学学报,2005,1:126-132.
He J S, Di W M. Ecology model of industry cluster and ecological balance [J]. Journal of Universitatis Pekinensis, 2005,1:126-132.

[3] 王哲,潘若愚.基于生态学模型的产业集群均衡机制分析[J].统计教育,2008,8:32-35.
Wang Z, Pan R Y. Balance mechanism analysis of ecology model of industry cluster[J]. Statistical Eduction, 2008, 8: 32-35.

[4] Zhang T W, Li Y K, Ye Y. Persistence and almost Periodic solutions for a discrete fishing model with feedback control [J]. Commun Nonlinear Sci Numer, 2011(16):1564-1573.

[5] Zhang Z B. Mutualism or cooperation among competitors promotes coexistence and competitive ability[J]. Ecol Model, 2003(164):271-282.

[6] Li Y K, Zhu L Y. Existence of positive Periodic solutions for difference with feedback control[J]. Appl Math Lett, 2005(18):61-70.

[7] Yin F Q, Li Y K. Positive periodic solutions of a single species model with feedback regulation and distributed time delay[J]. Appl Math Comput, 2004(153):475-484.

[8] Chen X X. Almost periodic solutions of a delay population equation with feedback control[J]. Non Anal RWA, 2007 (8):62-72.

[9] M Bohner, A Peterson. Dynamic equations on time scales, an introduction with applications[M]. Boston: Birkauser, 2001.

[10] Li Y K, Yang L, Zhang H T. Permanence and uniformly asymptotical stability of almost periodic solutions for a single-species model with feedback control on time scales, Asian-European Journal of Mathematics. In press.

[11] 刘萍,李永昆,具有脉冲效应和反馈控制的企业集群竞争模型的持久性分析[J].经济数学,2011(2):1-5.
Liu P, Li Y K, Analysis on permanence of impulsive type competitive model of enterprise cluster with feedback control[J]. Journal of Quamtifative Ewnomics, 2011(2):1-5.

Analysis on Permanence of Competitive Model of Enterprise Cluster with Feedback Control on Time Scales

DING Yanlin[1], LI Yongkun[2], PANG Yicheng[1]

(1. Mathematics and Statistics Department, Guizhou University of Finance and Economics, Guiyang 550025;
2. Mathematics and Statistics Department, Kunming 650091, China)

Abstract: According to some similarities between species population and enterprise cluster, and based on the competitive model of species population ecology, a competitive model of enterprise cluster with feedback control was established. Some sufficient conditions to ensure the permanence of the system is obtained: suppose that the condition (H_1) and (H_2) are fulfilled, then the system above is permanent. The present study showed that, when corporate products within groups of slower growth and enterprise competitiveness and external interventions on the population growth of enterprise products played a blocking role, $h_i(t)$, $i=1, 2$ is more better for the persistent development of enterprise and under the appropriate competition and external enterprise's own is crucial to maintaining persistence and an economic explanation to theoretical result is given.

Key words: enterprise cluster; competitive model; feedback control; permanence; time scales

(责任编辑 许 甲)