DOI:10.11721/cqnuj20160211

# 填充率对一维二元声子晶体杆带隙的影响

邱学云,胡家光,唐启祥

(文山学院 信息科学学院, 云南 文山 663099)

摘要:对一维二元(金属-金属型、金属-非金属型、非金属-非金属型)3 类声子晶体杆,选择相同的晶格常数 0.06 m,不同的 材料和填充率对其带隙进行计算。结果显示:金属-金属型结构的禁带频率较高,带宽较窄;金属-非金属型结构的带隙频 率虽高,但比金属-金属型结构的低,且禁带宽度很大,适宜应用于高频振动控制;非金属-非金属型结构的带隙频率非常低,适宜应用于低频振动控制;当只改变散射体的填充率时,对于一维二元金属-金属型声子晶体与金属-非金属型声子晶体,都会出现第1带隙带宽最大而第2带隙带宽最小的情况。总之,填充率变化对 3 类不同材料组合类型声子晶体的带 隙调控作用明显。

关键词:声子晶体杆;带隙;集中质量法;填充率

中图分类号:O321;TH113

```
文献标志码:A
```

**文章编号:**1672-6693(2016)02-0113-05

声子晶体是人工模拟实际晶格结构情形,为获得特殊声功能控制的一类新型材料或器件。当弹性波入射到 声子晶体结构上时,弹性波在周期性弹性介质的调制下会出现声子禁带。声子晶体结构能抑制振动传播的声功 能特性,对实现声功能器件具有重要的意义<sup>[1]</sup>。根据声子晶体周期性排列情况的不同,通常分为一维、二维和三 维3种结构。其中对一维声子晶体的研究已有一些研究成果<sup>[2-13]</sup>。在这些研究中,系统研究填充率变化对3种 不同属性材料组成的声子晶体带隙特性影响情况未见报道。因此,文章将一维二元声子晶体杆结构分为金属-金 属型、金属-非金属型、非金属-非金属型3类,选择相同的晶格常数,不同的材料和填充率对声子晶体带隙进行计 算,寻找相同周期长度下,不同材料组成的声子晶体杆带隙的基本变化规律。

## 1 研究模型与方法

图 1 是一维二元杆状声子晶体模型。该模型是由 A、B 两种材料沿着 x 方向交替排列构成的一维二组元(A-B)<sup>N</sup> 杆状声子晶体。 本文中,选取 A-B 结构分别为金属-金属型、金属-非金属型、非金属-非金属型 3 种,N 为重复周期单元的数目,取值为无穷,即 3 种组合 都为一维无限杆状声子晶体。研究表明重复周期数 N 适当的一维 有限声子晶体的振动频谱同无限声子晶体的振动频谱相互对应,且 随着周期数 N 的增加,这种对应关系越一致<sup>[5]</sup>。

本文采用集中质量法<sup>[4]</sup>,即将匀直杆连续介质中的质量元质量集 中到多个节点上。利用集中质量法的离散化思想将该声子晶体杆的 每个周期简化为很多个自由度的弹簧振子结构。集中质量点间的连 接简化为无质量的弹簧连接。离散质点构成的单原子链构成具有局 域共振带隙的一维声子晶体。图 2 是一维二元声子晶体杆一个周期原 胞的离散示意图,本文中取该声子晶体的晶格常数为 *a*,是一个周期中



#### 图 1 一维二元杆状声子晶体模型

Fig. 1 Rod-shaped structure of the onedimension and two-component phononic crystals



图 2 一维二元声子晶体杆原胞离散示意图 Fig. 2 Discretization of the primitive structure of the one-dimension and two-component phononic crystals

\* 收稿日期:2015-04-28 修回日期:2015-12-08 网络出版时间:2016-1-20 21:26

作者简介:邱学云,男,副教授,研究方向为凝聚态物理、声子晶体,E-mail: shelly-80@163.com

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20160120.2126.042.html

**资助项目:**云南省应用基础研究项目(No. 2014FD055);云南省教育厅科研基金项目(No. 2014Y474);文山学院科学研究基金项目 (No. 15WSY14)

Tab. 1

材料名称

铜

钢

铝

环氧树脂

石英玻璃

硅橡胶

泊松比σ

0.092 96

0.343 7

0.367 9

0.468 7

0.17

0.3

A、B两种材料的长度之和。计算中选取每个周期中弹簧振子结构的自由度数为400。

## 2 计算结果及分析

#### 2.1 材料参数

90

80

70

zHN 新 40

30

20

10

0

-50

-40 -30

对于两种不同的材料 A、B 构成的一维二元(A-B)<sup>N</sup> 型 杆状声子晶体,影响其振动带隙的物理参数为材料的密度、 杨氏模量和泊松比。表 1 为组成不同一维二元杆状声子晶 体结构的材料参数。由于所选取的具体材料比较常见,且 同类材料的物理学参量相近,因此,选取代表性材料组合计 算所得到的结论具有普适性。

#### 2.2 一维二元(金属-金属型)声子晶体

2.2.1 一维二元(铜-铝)声子晶体 设材料铝为基体材料,

铜为散射体材料,当取晶格常数 *a* 为 0.06 m,自由度数为 400,用表 1 中铜和铝的材料参数,同时取材料铜的填 充率(散射体材料的长度与晶格常数的比值)*t* 为 0.5 进行计算。得到如图 3 所示的一维二元(铜-铝)声子晶体杆能 带结构图。图 3 中阴影部分为带隙,图 1 中下部的阴影区为第 1 带隙的频率范围 3.277 5×10<sup>4</sup>~5.257 6×10<sup>4</sup> Hz, 上部的阴影区为第 2 带隙的频率范围 8.039 3×10<sup>4</sup> 4~9.184 5×10<sup>4</sup> Hz,带隙频率都很高。

频率/kHz



0

波矢q

10 20

30 40 50

-20 -10

of one-dimensional copper/aluminum





Fig. 4 Relationship between the filling ratio of cooper and the starting-ending frequency of 1st & 2nd band gap

2.2.2 铜填充率变化 当保持取晶格常数 *a* 为 0.06 m,自由度数 400,铜和铝的材料参数不变,只改变材料铜的 填充率进行计算得到图 4 的结果。从变化关系曲线可以看出:一维二元(铜-铝)声子晶体杆第 1 带隙起止频率随 着散身体材料铜填充率的增大,第 1 带隙的起始频率先减小后增大;截止频率先增大后减小;同时,结构第 2 带 隙的起始频率先增大后减小;截止频率先减小后增大再减小;在填充率 *t* 为 0.4 时,第 1 带隙最宽,带宽为 2.159 9×10<sup>4</sup> Hz,第 2 带隙最窄,带宽仅为 777 Hz,即此时第 2 带隙禁带频率范围最小,通带频率范围反而扩 大,这一特性可为声波导器件的设计提供思路。

#### 2.3 一维二元(金属-非金属型)声子晶体

2.3.1 一维(钢-环氧树脂)声子晶体 图 5 是一维(钢-环氧树脂)声子晶体杆能带结构图。晶格常数仍取 0.06 m, 自由度数为 400,用表 1 中的材料参数,同时取钢的填充率(钢的长度与晶格常数的比值)*t* 为 0.5 进行计算。 图 5 中下部的阴影区为第 1 带隙的频率范围 1.019 3×10<sup>4</sup>~4.103 8×10<sup>4</sup> Hz,带宽 3.084 5×10<sup>4</sup> Hz,上部的阴 影区为第 2 带隙的频率范围 4.438 5×10<sup>4</sup>~7.962 7×10<sup>4</sup> Hz,带宽 3.524 2×10<sup>4</sup> Hz,第 1、第 2 带隙的禁带频率 高,且带宽较宽广。

2.3.2 钢的填充率变化 图 6 是针对一维二元(钢-环氧树脂)声子晶体杆,保持晶格常数 a 为 0.06 m,自由度数 400,钢和环氧树脂的材料参数不变时,改变材料钢的填充率进行计算得到的结果。从变化关系曲线可以看出:

表 1 声子晶体材料参数

密度/(kg•m<sup>-3</sup>)

8 950

7 780

2 799

1 180

2 700

1 300

Material parameters of the phononic crystals

杨氏模量/Pa

 $1.646 \times 10^{11}$ 

2.106 $\times$ 10<sup>11</sup>

7.21 $\times$ 10<sup>10</sup>

4.35  $\times 10^{9}$ 

 $1.175 \times 10^{5}$ 

7.5 $\times 10^{10}$ 

随钢的填充率的增大,第1带隙的起始频率先减小后增大,变化值不大;截止频率迅速增大,展宽带隙,最后略有减小;第2带隙的起始频率先增大后减小;截止频率先增大后减小再增大,在钢的填充率为0.7时,第1带隙带宽 最大为4.8748×10<sup>4</sup> Hz,而第2带隙带宽最小为1175 Hz。这种情况与一维二元(铜-铝)声子晶体类似于,都是 在第1带隙最大时,第2带隙取得最小值,这种性质同样可为声波导器件的设计提供思路。









#### 2.4 一维二元(非金属-非金属型)声子晶体

2.4.1 一维二元(石英玻璃-硅橡胶)声子晶体 图 7 为一维二元(石英玻璃-硅橡胶)声子晶体杆能带结构图。晶 格常数 0.06m 不变,自由度数 400 不变,选取表 1 中的石英玻璃和硅橡胶的材料参数,取石英玻璃的填充率(石 英玻璃的长度与晶格常数的比值)t 为 0.5 进行计算。得到如图 8 所示的能带结构图。图中下部的第 1 带隙范 围为 155.884 4~380.882 2 Hz,带宽 225 Hz;上部的第 2 带隙的频率范围 443.328 7~761.670 4 Hz,带宽 318.3 Hz。第 1、第 2 带隙起止频率降到 1 000 Hz 范围以内,且带隙较宽,处于人耳可闻区(20~20 000 Hz),因此 这种声子晶体模型对隔声降噪具有很好的应用前景。

2.4.2 石英玻璃填充率变化 图 8 是针对一维二元(石英玻璃-硅橡胶)声子晶体杆,保持晶格常数 a 为 0.06 m, 自由度数 400,石英玻璃/硅橡胶的材料参数不变时,改变石英玻璃的填充率进行计算所得结果。从变化关系曲 线可以看出:随着石英玻璃填充率的增大,第 1 带隙的起始频率先减小后增大,变化不大;截止频率迅速增大,展 宽带隙;第 2 带隙的起始频率和截止频率都是增大,带隙宽度增大;在钢的填充率为 0.8 时,第 1 带隙起始频率为 206.199 2 Hz,截止频率为 951.975 9 Hz,带宽取值为 745.776 7 Hz,第 2 带隙的带宽也取最大值为 906.18 Hz。 这表明,对于一维二元(石英玻璃-硅橡胶)声子晶体中石英玻璃填充率的增大为低频宽带的获得提供了一种 方式。

#### 2.5 带隙机理分析

集中质量法是振动力学等领域常用的离散化方法之一。该方法将连续系统的密度集中到有限的节点上成为集中质量,集中质量点间的连接简化为无质量的弹簧连接。离散质点构成的单原子链用一维无限长连续介质代替,构成具有局域共振带隙的一维声子晶体。局域共振机理认为,在特定频率的弹性波激励下,各个散射体产生共振并与声波(弹性波)相互作用,从而抑制其传播。影响一维声子晶体能带分布的因素主要是连续介质的物理学参数、离散后的集中质量分布情况(填充率)和弹簧刚度(杨氏模量)。对于一维二元(A-B)<sup>N</sup>杆状声子晶体模型,当组成结构的材料 A-B 分别为铜-铝,钢-环氧树脂,石英玻璃-硅橡胶时,它们之间的杨氏模量的数量级差分别为 1,2,5。取晶格常数同为 0.06 m 的 3 个代表结构分别计算,发现杨氏模量的数量级差为 1 的一维二元(铜-铝)声子晶体第 1、第 2 带隙禁带频率较高,杨氏模量的数量级差为 5 的一维二元(石英玻璃-硅橡胶)声子晶体频率较低,杨氏模量差值数量级差为 2 的一维二元(钢-环氧树脂)声子晶体第 1、第 2 带隙禁带频率存于前述二者的中。可见,杨氏模量的数量级差越大越容易产生低频禁带带隙。当材料选定后,结构的晶格常数固定时,填充率就对禁带频率的分布起决定作用。







图 8 石英玻璃填充率变化与第 1 带隙起止频率关系 Fig. 8 Relationship between the filling ratio of quartz glass and the starting-ending frequency of 1st & 2nd band gap

## 3 结论

本文以固体物理学能带理论为基础,采用集中质量法对一维二元声子晶体杆中的金属-金属型、金属-非金属型、非金属-非金属型结构,选取3个不同的代表性实例进行计算,寻找相同晶格常数下,不同材料组成的声子晶体杆带隙的基本变化规律,计算结果具有普适性。结论如下:

1)晶格常数同为 0.06 m 的 3 类结构相比较。金属-金属型结构的第 1、第 2 带隙禁带频率较高,带宽较窄; 金属-非金属型结构的第 1、第 2 带隙频率,比非金属-非金属型的高,但比金属-金属型结构的低,且禁带宽度很 大,适宜应用于高频振动控制;非金属-非金属型结构的第 1、第 2 带隙频率非常低,带宽也大,适宜应用于低频振 动控制。

2)针对晶格常数同为 0.06 m 的 3 类结构,当只改变散射体的填充率时,结构第 1 带隙的起始频率变化规律 一致,都是先减小后增大;然而第 1 带隙截止频率变化不一致,金属-金属型结构先增大一点后快速减小,金属-非 金属型结构是快速增大后稍有减小,非金属-非金属型结构则是一直增大。显然填充率变化对 3 类结构带隙的调 控规律不一致,但作用很明显。

3)对于一维二元(金属-金属型)声子晶体与(金属-非金属型)声子晶体,在散射体填充率增大的过程中,在某 个填充率取值下,会出现第1带隙带宽最大而第2带隙带宽最小的情况,这种性质可为声波控制提供思路。

#### 参考文献:

- [1] 温激鸿,郁殿龙,王刚,等. 薄板状周期栅格结构中弹性波 传播特性研究[J]. 物理学报,2007,56(4):2298-2304.
  Wen J H, Yu D L, Wang G, et al. The characteristics of wave propagation in laminated grid structure [J]. Acta Physica Sinica,2007,56(4):2298-2304.
- [2] Sigalas M M, Soukoulis C M. Elastic-wave propagation through disordered and/or absorptive layered systems[J]. Phys Rev B,1995,51(5):2780.
- [3] Jensen J. Phononic band gaps and vibrations in one-and two-dimensional massspring Structures [J]. J Sound Vib, 2003,266:1053-1078.
- [4] 温激鸿,王刚,刘耀宗,等.基于集中质量法的一维声子晶体弹性波禁带计算[J].物理学报,2004,53(10):3384.
   Wen J H, Wang G, Liu Y Z, et al. Lumped-mass method on

calculation of elastic band gaps of one-dimensional phononic crystals[J]. Acta Physica Sinica,2004,53(10):3384.

[5] 温激鸿,王刚,刘耀宗,等.周期弹簧振子结构振动带隙理论与实验研究[J].机械科学与术,2004,23(11):1338-1342.

Wen J H, Wang G, Liu Y Z, et al. Calculation and Experiment on Vibration Band Gaps of Periodic Mass-Spring Structure[J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23 (11):1338-1342.

[6] 胡家光,张晋,张茜,等.一维花岗岩/丁腈橡胶声子晶体的 禁带及其应用[J].云南大学学报:自然科学版,2006(6): 504-508.

Hu J G, Zhang J, Zhan X, et al. Band gaps and application of one-dimensional phononic crystals consisted of g ranite and

nitrile rubber [J]. Journal of Yunnan University: Natural Science Edition, 2006(6): 504-508.

- [7] Wang G, Wen J H, Wen X S. Quasi-one-dimensional phononic crystals studied using the improved lumped-mass method:application to locally resonant beams with flexural wave bandgap[J]. Phys Rev B,2005,71:104302.
- [8] 温激鸿,王刚,郁殿龙,等. 声子晶体振动禁带及减振特性研究[J].中国科学E辑,2007,37(9):1126-1139.
  Wen J H, Wang G, Yu D L, et al. Research on the phononic crystal vibration band gaps and the damping characteristic [J]. Science in China E,2007,(9):1126-1139.
- [9] Liang B, Yuan B, Cheng J C. Acoustic diode: Rectification of acoustic energy flux in one-dimensional systems [J]. Phys Rev Lett, 2009, 103:104301.
- [10] 邱学云,胡家光.基于1 维石灰岩/硅橡胶声子晶体的振动 控制研究[J].河南师范大学学报:自然科学版,2013,41 (2):38-42.

Qiu X Y, Hu J G. On the vibration control of one dimensional Phonon Crystal of Limestone and Silicone Rubber [J]. Journal of Henan Normal University: Natural Science Edition, 2013, 41(2): 38-42.

[11] 邱学云,胡家光.一维三组元杆状结构声子晶体禁带研究 [J].重庆师范大学学报:自然科学版,2013,30(2):102107.

Qiu X Y, Hu J G. On the Tripropellant Rod-shaped Structure of the Band Gap of One-dimensional Phononic Crystals Journal of Chongqing Normal University: Natural Science, 2013, 30(2):102-107.

[12] 邱学云,胡家光.温度变化对一维声子晶体带隙的调控分析[J].河南师范大学学报:自然科学版,2014,42(4):39-43.

Qiu X Y, Hu J G. The Influence of Temperature Changes on the Band Gap of One-dimensional Phonon Crystals [J]. Journal of Henan Normal University: Natural Science Edition, 2014, 42(4): 39-43.

- [13] 徐超,胡丽芬,董兴成,刘应开.一维声子晶体在防止低频 噪声中的应用[J]. 压电与声光,2010,32(5):859-862.
  Xu C,Hu L F,Dong X C,et al. The application of one-dimensional phononic crystals to preventing low-frequency noise[J]. Piezoelectrics& Acoustooptics, 2010, 32(5):859-862.
- [14] 陈源,李竞,黄涛,周明刚. 层状三元周期结构的带隙计算
  [J]. 噪声与振动控制,2014,34(1):19-22.
  Chen Y,LI J, Huang T, et al. Analysis of the Band Gap of a Layered Triple Periodic Structure[J]. Noise and Vibra-

tion Control, 2014, 34(1): 19-22.

# Influences of Filling Ratio on the Rod-shaped Structure of One-dimensional Two-component Phononic Crystals

### QIU Xueyun, HU Jiaguang, TANG Qiqiang

#### (School of Information Science, Wenshan University, Wenshan Yunnan 663099, China)

Abstract: Based on the same lattice constant (0.06 m), different materials and filling ratios are selected to computerize three one-dimensional phononic crystal structures; metal-metal structure, metal-nonmetal structure, and nonmetal-nonmetal structure. The metal-metal structure has relatively higher frequency of impassable band gap, but the band is narrow; the frequency of metal-nonmetal structure is lower than that of the metal-metal structure, but the impassable band gap is rather broad, making the structure suitable for high-frequency vibration control; nonmetal-nonmetal structure presents very low frequency, applicable to low-frequency vibration control. When the filling ratio of materials is changed, the first band gap of both metal-metal structure and metal-nonmetal structure has the maximum bandwidth, while the second band gap of both structures has the minimum. Changing the filling ratio has apparent impact on the regulation of band gap of the three structures of one-dimensional phononic crystals. Key words; phononic crystal rod; band gap; lumped mass method; filling ratio

(责任编辑 许 甲)