

滤波正弦相位调制干涉测量技术误差分析*

杨文韬^{1,2,3}, 王立威^{1,2}, 梁一平³, 肖立勇^{1,2}, 韩文娟^{1,2}

(1. 六盘水师范学院 物理与电子科学系, 贵州 六盘水 553004; 2. 六盘水光机电工程中心, 贵州 六盘水 553004;
3. 重庆师范大学 物理与电子工程学院, 重庆 401331)

摘要:基于正弦相位调制干涉测量是当前国际前沿的高精度光学测量技术,在位移、形貌等测量中得到广泛应用。通常采用傅里叶变换进行频谱分析提取相位参数,测量中需要处理庞大的数据,测量仪器难以快速获得测量结果,严重限制了正弦相位调制干涉的使用范围。为了降低传统频谱分析处理信号的复杂性,采用了滤波技术处理相位信息。在数据处理时直接采用低通滤波器滤除高次谐波成分,通过误差分析可知运用滤波技术处理干涉信号,公式本身引起的误差非常小,最大仅为0.9%;当调制频率波动为0.01 Hz时,位移误差最大为0.1 nm,误差可以忽略不计。

关键词:测量;正弦相位调制;滤波;干涉;误差

中图分类号: TN249; TH744.3

文献标志码: A

文章编号: 1672-6693(2016)02-0159-07

1986年,日本新泻大学的O. Sasaki提出了正弦相位调制概念^[1],1990年进一步发展为电流调制半导体激光器测量微小位移的SPM干涉技术^[2],该技术中干涉仪可选择LED或者气体激光器作为光源。半导体激光器的波长调谐十分方便,只需要加入一个电流正弦信号即可完成。正弦信号的加入在干涉信号相位引入调制,解读干涉信号相位响应信息,可以探测被测物尺度参数变化信息。这种测量系统在测量精度、灵敏度、结构、体积方面优于同类产品,可以用于振动、位移、表面形貌等参数的高精度精密测量^[3-10],激发了国内外学者极大的研究兴趣,该技术目前在表面形貌、位移、距离、角度等领域获得广泛应用。

2001年宋松、王向朝等人在上海光机所的研究是在正弦相位调制分析数据时引入滤波技术,大幅度降低了计算复杂度,完成了对一个维度振动信号的测量^[4-5]。6年后中国科学院上海光机所的何国田等人的研究再次将研究领域拓宽到三维,用于形貌测量,滤波技术在大数据的处理中起到了关键性的作用^[6-8]。稍后步鹏等人将该技术用于实现频域光学相干层析成像^[9],使成像深度有了质的飞跃。2014年南楠、王向朝等人发展为全深度频域多普勒光学相干层析成像系统,采用带通滤波技术并结合傅里叶变换获得全深度层析成像和多普列图,成像深度获得1倍的提升^[10]。李忠梁、王渤帆等人还对正弦相位调制干涉装置光强调制带来的影响做了有益的研究^[11-12]。传统的正弦相位调制干涉仪需要进行傅里叶变换,从频谱中提取相位参数信息^[9],数据处理计算量庞大,仪表使用范围受到限制。为了减少测量中处理数据的难度,提高仪表响应速度,引入了滤波技术,这个技术的引入大幅度降低了计算的复杂度。

1 基于滤波技术的正弦相位调制干涉信号处理滤波原理

在传统的电调制正弦相位干涉技术基础上采用滤波技术可以降低计算量,提高响应速度。

图1给出了一个正弦相位调制干涉仪-泰曼-格林干涉仪的光路图,LD半导体激光器发出的激光穿过凸透镜Lens获得准直,然后经过分束镜BS分开成为两束光,其中一束光被反射镜M反射,形成参考光源,另外一束光线受到物体Object的反射,成为物光,两束光获得的相位干涉信息被光电二极管PD获取,调制电流通过FBM

* 收稿日期:2015-05-30 修回日期:2015-10-17 网络出版时间:2016-1-20 21:27

资助项目:贵州省科技厅联合基金项目(No. 黔科合 LH 字[2014]7456);贵州省教育厅重点项目(No. 2013174);贵州省高校优秀科技创新人才支持计划项目(No. 黔教合 KY 字[2013]146)

作者简介:杨文韬,男,副教授,研究方向为激光器、光电传感器及应用,E-mail: youngwentao@163.com

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20160120.2127.062.html>

反馈回路注入。设激光器获得的调制电流为:

$$\Delta i_c(t) = a \cos(\omega_c t + \theta), \quad (1)$$

则半导体激光器输出激光波长被调制为:

$$\Delta \lambda(t) = \beta a \cos(\omega_c t + \theta). \quad (2)$$

光电二极管传感器 PD 中采集到的干涉信号可以近似表示为:

$$s(t) = s_0 \cos [z \cos(\omega_c t + \theta) + \alpha], \quad (3)$$

其中 $z = -\frac{2\pi\beta al}{\lambda_0^2}$, z 表示正弦相位受到的调制深度, α 为待求相位, l 表示参考光与物光光程差, λ_0 为半导体激光器 LD 发出的激光波长, β, a 是比例系数。

将(3)式用贝塞尔函数展开得:

$$\begin{aligned} s(t) = & s_0 \cos[a(t)] \cdot [J_0(z) - 2J_2 \cos(2\omega_c t + 2\theta) + \\ & 2J_4(z) \cos(4\omega_c t + 4\theta) - \dots] - s_0 \sin[a(t)] \cdot \\ & [2J_1(z) \cos(\omega_c t + \theta) - 2J_3(z) \cos(3\omega_c t + 3\theta) + \\ & 2J_5(z) \cos(5\omega_c t + 5\theta) - \dots]. \end{aligned} \quad (4)$$

将(4)式乘以 $\cos(2\omega_c t + 2q)$, 并通过低通滤波器得:

$$F_1 = -s_0 J_1(z) \sin \alpha. \quad (5)$$

将(4)式乘以 $\cos(2\omega_c t + 2q)$, 并通过低通滤波器得:

$$F_2 = -s_0 J_2(z) \cos \alpha, \quad (6)$$

式中 F_1, F_2 分别表示滤波后所得信号, J_n 表示 n 阶贝塞尔函数。

(5), (6) 两式相除并整理得:

$$\tan \alpha = \frac{F_1 / J_1(z)}{F_2 / J_2(z)}, \quad (7)$$

求正切函数的反三角函数可得到相位值 α 。

被测的振动、位移或形貌等尺度正好与相位成正比例关系:

$$\alpha = kd, \quad (8)$$

其中 d 为被测物理量长度, $k = \frac{4P}{l_0}$ 为比例系数, 因此被测物尺度信息可以通过获取相位信息来测量。

2 误差分析

引入滤波技术后测量精度产生的影响到底有多大是评判这个测量技术是否可靠的一个重要标志, 本文将对此进行分析。

2.1 理论误差

由于(3)式的推导过程中用到了近似条件 $\int_0^{\tau_0} \Delta \lambda(t) dt - \int_0^{\tau_r} \Delta \lambda(t) dt \approx \frac{l}{c} \Delta \lambda(t)$, 公式(3)应修正为:

$$s(t) = s_0 \cos [\bar{z} \cos(\omega_c t + \bar{\theta}) + \alpha], \quad (9)$$

其中, $\bar{z} = z + \Delta z$, $\bar{\theta} = \theta + \Delta \theta$ 。经计算 $\Delta z \approx \frac{1}{12} \frac{\pi \beta a \omega_c^2 l^3}{\lambda_0^2 c^2}$, $\Delta \theta = -\frac{\omega_c (\tau_0 + \tau_r)}{2}$ 。 c 为光速, τ_0 和 τ_r 分别为物光和参考光到达光电二极管的时间。下面分别讨论 Δz 和 $\Delta \theta$ 对测量结果的影响。

2.1.1 Δz 对测量结果的影响 由于 Δz 的影响, 公式(5)和公式(6)应分别变为:

$$F_1 = -s_0 J_1(\bar{z}) \sin \alpha, \quad (10)$$

$$F_2 = -s_0 J_2(\bar{z}) \cos \alpha, \quad (11)$$

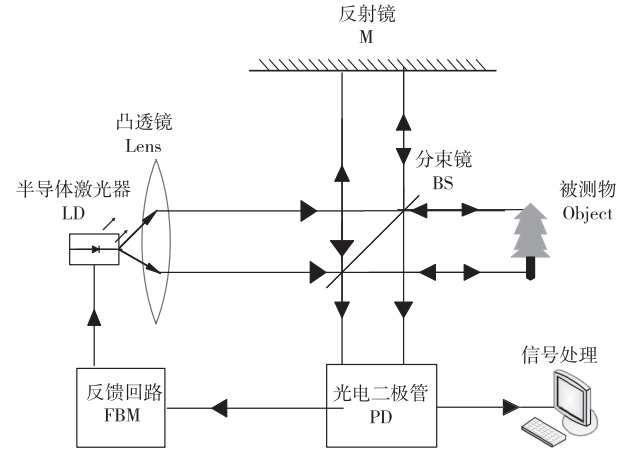


图 1 正弦相位调制干涉光路图

Fig. 1 Beam path of sinusoidal phase modulation interference

由(10)式和(11)式,相位的正切值应表示为:

$$\tan \alpha = \frac{F_1/J_1(\bar{z})}{F_2/J_2(\bar{z})}, \quad (12)$$

若记 ϵ_z 为误差,则有:

$$\tan(\alpha + \epsilon_z) = \frac{F_1/J_1(z)}{F_2/J_2(z)}, \quad (13)$$

由于 ϵ_z 较小,有:

$$\tan \epsilon_z \approx \epsilon_z. \quad (14)$$

由(12),(13),(14)式可得:

$$\epsilon_z = \frac{F_1}{F_2} \left[\frac{J_2(z)}{J_1(z)} - \frac{J_2(\bar{z})}{J_1(\bar{z})} \right] / \left[1 + \frac{F_1^2 J_2(z) J_2(\bar{z})}{F_2^2 J_1(z) J_1(\bar{z})} \right]. \quad (15)$$

本干涉测量仪测试位移的范围一般限定在 100 nm 左右使用,因此以下仿真均以测量 100 nm 位移为测试条件。图 2 为相位误差随 Δz 的变化曲线。

图 2 中,位移误差为比例系数 k 取 0.019 8 rad/nm,物体位移为 100 nm 时,误差随 Δz 变化曲线。从图中可知,当 Δz 从 0 变化到 0.1 时,相位误差最大 0.018 rad,位移误差最大为 0.9 nm,最大相对误差为 0.9%,误差对测量结果影响较小,可忽略不计。

2.1.2 $\Delta \theta$ 对测量结果的影响 由于 $\Delta \theta$ 的影响,(5)式和(6)式应分别变为:

$$F_1 = -s_0 J_1(z) \cos \Delta \theta \sin \alpha, \quad (16)$$

$$F_2 = -s_0 J_2(z) \cos 2\Delta \theta \cos \alpha. \quad (17)$$

由(16)和(17)式,相位的正切值应表示为:

$$\tan \alpha = \frac{F_1/J_1(z) \cos(\Delta \theta)}{F_2/J_2(z) \cos(2\Delta \theta)}. \quad (18)$$

若记 ϵ_θ 为误差,则有:

$$\tan(\alpha + \epsilon_\theta) = \frac{F_1/J_1(z)}{F_2/J_2(z)}, \quad (19)$$

由于 ϵ_θ 较小,有:

$$\tan \epsilon_\theta \approx \epsilon_\theta. \quad (20)$$

由(18),(19),(20)式可得:

$$\epsilon_\theta = \frac{F_1 J_2(z)}{F_2 J_1(z)} \left[1 - \frac{\cos 2\Delta \theta}{\cos \Delta \theta} \right] / \left[1 + \frac{F_1^2 J_2(z)^2 \cos 2\Delta \theta}{F_2^2 J_1(z)^2 \cos \Delta \theta} \right]. \quad (21)$$

图 3 为误差随 $\Delta \theta$ 的变化曲线。图 3 中,位移误差为比例系数 k 取 0.019 8 rad/nm,物体位移为 100 nm 时,误差随 $\Delta \theta$ 变化曲线。从图中可知,当 $\Delta \theta$ 从 -0.1 rad 变化到 0 rad 时,相位误差最大 0.002 4 rad,位移误差最大为 0.12 nm,最大相对误差为 0.12%。

2.2 滤波器带来的误差

完全理想的滤波器跟引入滤波所采用的滤波器本身存在差异,具有一定偏差。实际滤波器必然在滤波器截止频率、采样频率、调制频率以及阶数等方面对测量结果产生消极影响,需要加以分析。

定义:

$$k_1 = \frac{N}{f_s}, \quad (22)$$

其中 N 为滤波器阶数, f_s 为采样频率。图 4 为振动信号为 $d(t) = 50 \sin(2\pi \cdot 5 \cdot t)$ 时,峰峰值误差百分比随 k_1 变化曲线,从图中可以看出,当 k_1 取 0.07 到 0.22 间的值时,误差最小。

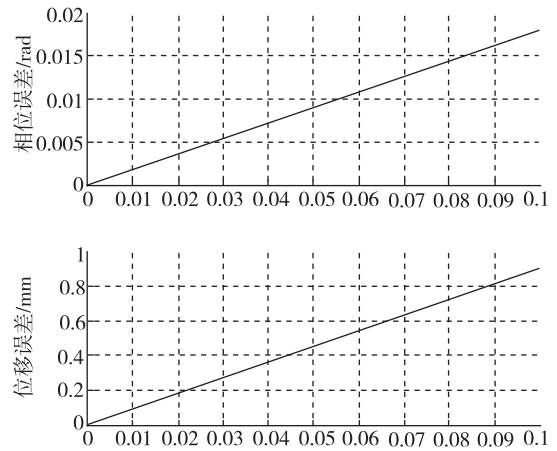


图 2 相位误差随 Δz 的变化曲线

Fig. 2 Chart of phase error change follow Δz

定义:

$$k_2 = \frac{f_E}{f_c}, \quad (23)$$

其中 f_E 为滤波器截止频率, f_c 为调制频率。图 5 表示振动信号为 $d(t) = 50\sin(2\pi \cdot 5 \cdot t)$ 时, 峰峰值误差百分比随 k_2 变化曲线, 从图中可以看出, 当 k_2 取 0.24 到 0.75 间的值时, 误差最小。

定义:

$$k_3 = \frac{f_s}{f_c}, \quad (24)$$

其中, f_s 为采样频率, f_c 为调制频率。图 6 为振动信号为 $d(t) = 50\sin(2\pi \cdot 5 \cdot t)$ 时, 峰峰值误差百分比随 k_3 变化曲线, 从图中可以看出, k_3 取误差最小的区间是 $[7, 11]$ 之间的值。取 f_c 为 100 Hz, f_s 为 1 000 Hz, 截止频率为 $0.3f_c$, 滤波器设定为 100 阶的数字低通滤波器。

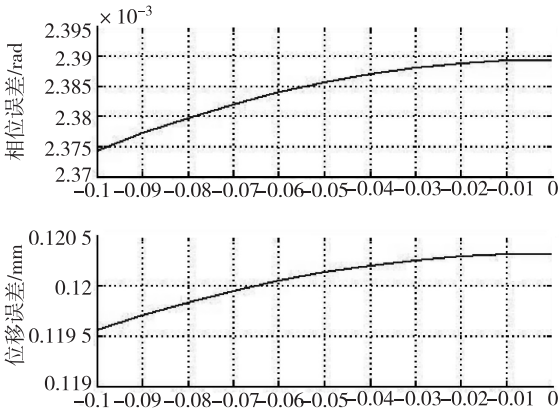


图 3 误差随 $\Delta\theta$ 的变化曲线

Fig. 3 Chart of phase error change follow $\Delta\theta$

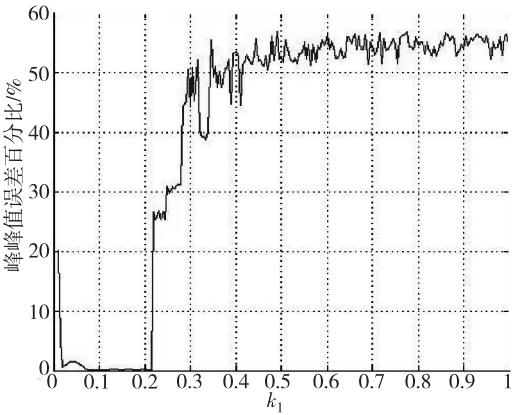


图 4 误差随 k_1 变化曲线

Fig. 4 Chart of phase error change follow k_1

图 7 反映的是滤波前后位移之间的对比, 图 8 为一个周期内的位移误差图, 其中位移最大误差为 0.049 3 nm。

滤波得到的位移的标准差为:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N (d_{im} - d_{ir})^2 / (N - 1)}, \quad (25)$$

其中 d_{im} 表示滤波后第 i 个点的位移值, d_{ir} 为实际第 i 个点的位移值。 N 为采样点的个数。通过对 (25) 式进行计算, 可以得到标准差只有 0.024 6 nm, 说明可以通过控制选取滤波器参数把误差控制在可以接受的范围内。

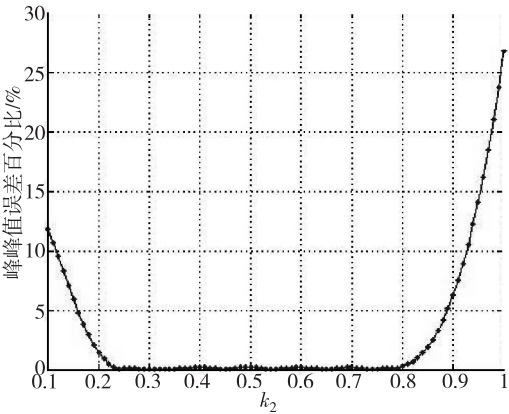


图 5 误差随 k_2 变化曲线

Fig. 5 Chart of phase error change follow k_2

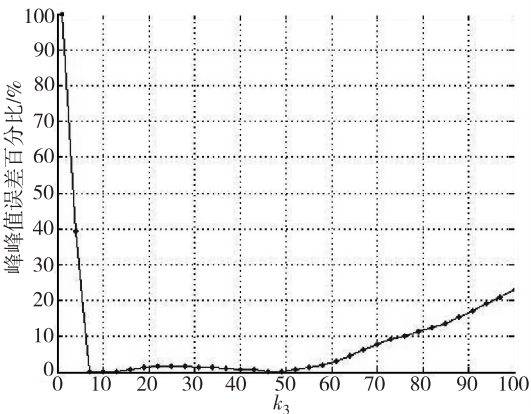


图 6 误差随 k_3 变化曲线

Fig. 6 Chart of phase error change follow k_3

2.3 噪声引入的误差

2.3.1 乘性噪声导致的误差 温度是影响半导体激光器激光中心波长漂移的重要因素, 振动也会引起干涉仪参

数变化,最终在干涉信号带来乘性噪声,因此(3)式需要修正为:

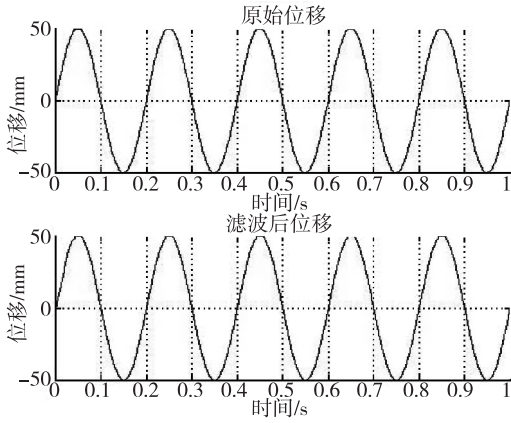


图 7 振动相位滤波前后对比图

Fig. 7 Contrast chart of before and after wave filtering

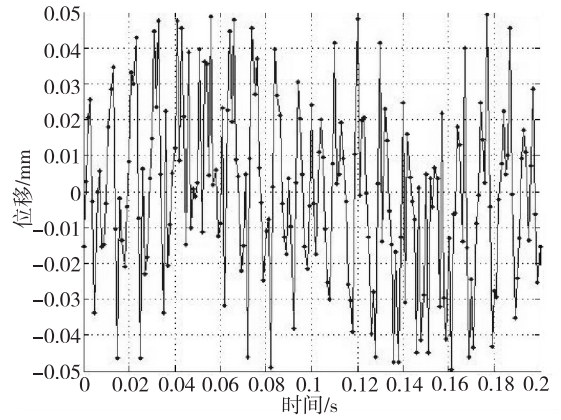


图 8 位移误差

Fig. 8 Shift error

$$s(t) = s_0 \cos [z \cos(\omega_c t + \theta) + \alpha + n_M(t)], \quad (26)$$

其中 $n_M(t)$ 表示一个均值为 0, 它的方差为 σ_M^2 的高斯噪声, 乘性噪声与干涉信号的信噪比表达式:

$$\rho_M = (z^2/2)/\sigma_M^2. \quad (27)$$

图 9 模拟了乘性噪声信噪比在 100 到 1000 之间变化时, 位移标准差的变化曲线。

当乘性噪声信噪比超过 400 时, 由图 9 可以看出位移测量标准差已经下降到 0.005 nm, 实际测量时, 信噪比都在 1000 以上, 其引入的误差更小, 所以乘性噪声的影响完全可以忽略。

2.3.2 加性噪声引起的误差 加性噪声是由探测器和电路带来的另外一种噪声源, 需要将(3)式进一步修正为:

$$s(t) = s_0 \cos [z \cos(\omega_c t + \theta) + \alpha] + n_a(t), \quad (28)$$

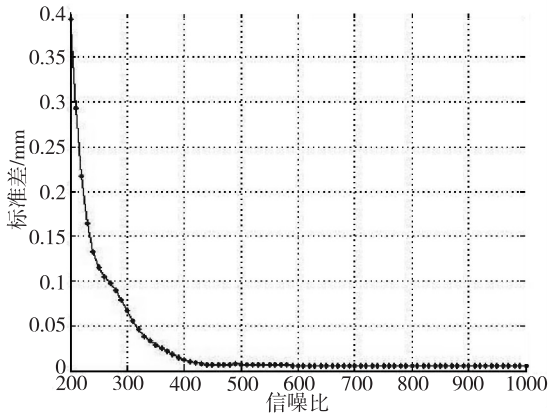


图 9 位移标准差随乘法噪声信噪比变化曲线

Fig. 9 Chart of shift standard deviation

follow multiplication-noise signal-to-noise ratio

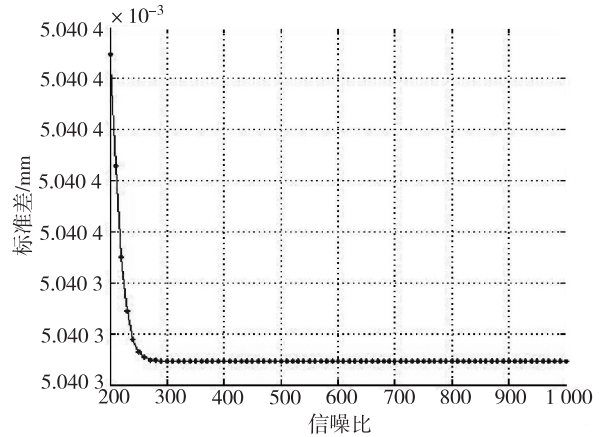


图 10 位移标准差随加法信噪比变化曲线

Fig. 10 Chart of shift standard deviation follow adding-noise

signal-to-noise ratio

其中 $n_a(t)$ 表示一个均值为 0, 方差为 σ_a^2 的高斯噪声, 加性噪声信噪比的表达式:

$$\rho_a = (s_0^2/2)/\sigma_a^2. \quad (29)$$

图 10 模拟了信噪比在 100 到 1000 之间变化时, 位移标准差的变化曲线。由图 10 可知, 当信噪比在 100 到 1000 之间变化时, 位移测量标准差小于 0.005 04 nm, 加性噪声对测量精度产生的影响极小, 可以不予考虑。

2.4 调制频率波动引起的误差

调制频率很容易受到环境干扰, 产生一定幅度的频率漂移, 可以将(3)式修正为

$$s(t) = s_0 \cos [z \cos(\omega_c t + \Delta \omega t + \theta) + \alpha], \quad (30)$$

其中 $\Delta\omega$ 为角频率的变化量。 $\Delta\omega$ 的影响需要将(5)式和(6)式分别修改为:

$$F_1 = -s_0 J_1(z) \cos(\Delta\omega t) \sin\alpha, \quad (31)$$

$$F_2 = -s_0 J_2(z) \cos(2\Delta\omega t) \cos\alpha. \quad (32)$$

由(28)式和(29)式,相位的正切值应表示为:

$$\tan\alpha = \frac{F_1/J_1(z) \cos(\Delta\omega t)}{F_2/J_2(z) \cos(2\Delta\omega t)}. \quad (33)$$

若记 ϵ_f 为误差,则有:

$$\tan(\alpha + \epsilon_f) = \frac{F_1/J_1(z)}{F_2/J_2(z)}. \quad (34)$$

图 11 为振动信号为 $d(t) = 50 \sin(2\pi \cdot 5 \cdot t)$, 调制频率波动分别为 0.01 Hz, 0.1 Hz, 1 Hz 时误差随时间变化曲线。从图 11 中可知, 当 Δf_c 为 0.01 Hz 时, 位移误差最大为 0.1 nm, 相对误差在 0.1% 以内; 当 Δf_c 为 0.1 Hz 时, 位移误差最大为 3.7 nm; 当 Δf_c 为 1 Hz 时, 位移误差最大为 104 nm。所以为了提高测量精度, Δf_c 应该控制在 0.01 Hz 以内。

3 结论

通过模拟计算分析, 得到采用滤波技术的正弦相位调制干涉测量有以下结论:

- 1) 滤波技术应用于正弦相位调制干涉术中, 原理简单, 可以很容易地从干涉信号中提取到待测量物理量。
- 2) 通过误差分析可知运用滤波技术处理干涉信号, 在测量范围 100 nm 内, 滤波公式本身引起的误差非常小, 最大相对误差仅为 0.9% 左右, 当调制频率波动为 0.01 Hz 时, 位移误差最大为 0.1 nm, 精度较高; 当位移参数限定在 100 nm 范围内时, 滤波技术引起的误差极小, 不改变测试精度。滤波技术可以很好地抑制噪声, 降低运算量, 缩短了响应时间, 扩大了仪表使用范围。

参考文献:

- [1] Sasaki O, Okazaki H. Sinusoidal phase modulating interferometry for surface profile measurement[J]. Applied Optics, 1986, 25(18): 3137-3140.
- [2] Sasaki O, Suzuki T, Takahashi K. Sinusoidal phase modulating laser diode interferometer with feedback control system to eliminate external disturbance[J]. Optical Engineering, 1990, 29(12): 1511-1515.
- [3] Dubois A. Phase-map measurements by interferometry with sinusoidal phase modulation and four integrating buckets [J]. JOSA A, 2001, 18(8): 1972-981979.
- [4] 宋松, 王向朝, 王学锋, 等. 半导体激光微小振动实时干涉测量仪[J]. 光学学报, 2001, 21(5): 578-580.
Song S, Wang X Z, Wang X F, et al. Real-time micro-vibration measurement with laser diode interferometer[J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(5): 578-580.
- [5] 宋松, 王向朝, 王学锋, 等. 半导体激光微小振动实时反馈式干涉测量仪[J]. 中国激光, 2002, 29(5): 402-406.
- [6] Song S, Wang X Z, Wang X F, et al. A laser diode interferometer with a feedback control system for real-time micro-vibration measurements [J]. Chinese Journal Of Lasers, 2002, 29(5): 402-406.
- [7] 何国田, 王向朝, 曾爱军. 物体表面形貌的正弦相位调制实时干涉测量技术研究[J]. 光学学报, 2008, 27(11): 1997-2002.
He G T, Wang X Z, Zeng A J. Real-time surface profile measurement using sinusoidal phase-modulation interferometry[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 27(11): 1997-2002.
- [8] 何国田, 王向朝, 曾爱军, 等. 实时测量表面形貌的正弦相位调制半导体干涉仪[J]. 光学快报, 2007, 5(3): 164-167.
He G T, Wang X Z, Zeng A J, et al. Sinusoidal phase-modulating laser diode interferometer for real-time surface profile measurement[J]. Chinese Optics Letters, 2007, 5(3): 164-167.
- [9] 何国田, 曾智, 李明. 实时测量表面形貌的抗振抗干扰半导

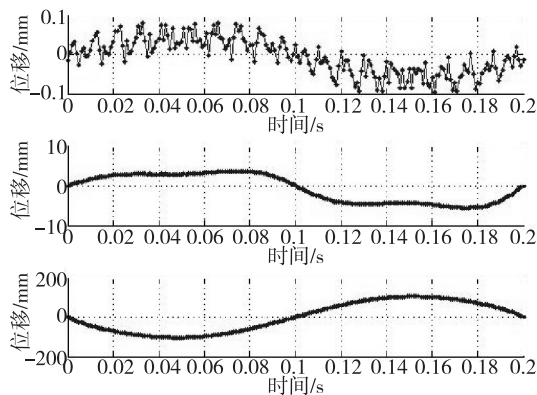


图 11 误差随时间变化曲线

Fig. 11 Chart of error follow time

- 体激光干涉仪[J]. 光学学报, 2009, 29(s1): 216-219.
- He G T, Zeng Z, Li M. Real-time surface profile measurement in a laser diode interferometer insensitive to disturbance[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(s1): 216-219.
- [9] 步鹏, 王向朝. 正弦相位调制的频域光学相干层析成像[J]. 光学学报, 2007, 27(8): 1470-1474.
- Bu P, Wang X Z, Sasaki O. Fourier-domain optical coherence tomography base on sinusoidal phase modulation[J]. Acta Optics Sinica, 2007, 27(8): 1470-1474.
- [10] 南楠, 步鹏, 李中梁, 等. 正弦相位调制全深度频域多普勒光学相干层析成像技术[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 233-238.
- Nan N, Bu P, Li Z L, et al. Full-range fourier domain Doppler optical coherence tomography base on sinusoidal phase modulation[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(2): 233-238.
- [11] Wang X F, Wang X Z, Liu Y M, et al. A sinusoidal phase-modulating fiber-optic interferometer insensitive to the intensity change of the light source[J]. Optics & Laser Technology, 2003, 35(3): 219-222.
- [12] 王渤帆, 李中梁, 王向朝, 等. 消除光强调制影响的双波长正弦相位调制干涉仪[J]. 中国激光, 2011, 38(10): 156-162.
- Wang B F, Li Z L, Wang X Z, et al. Two-wavelength sinusoidal phase modulating interferometer insensitive to intensity modulation[J]. Chinese Journal of Lasers, 2011, 38(10): 156-162.

Error Analysis of Sinusoidal Phase Modulating Interferometry Technique Base on Filter Wave

YANG Wentao^{1,2,3}, WANG Liwei^{1,2}, LIANG Yiping³, XIAO Liyong^{1,2}, HAN Wenjuan^{1,2}

(1. School of Physics and Electronic Science, Liupanshui Normal University, Liupanshui Guizhou 553004;

2. Engineering Centre of Opto-mechatronics of Liupanshui, Liupanshui Guizhou 553004;

3. College of Physics and Electronic Engineering, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: The measurement technology based on sinusoidal phase-modulating interferometry is a forward measuring optical technique in the world. It is widely used in the shift measurement and shape measurement. Generally, Fourier transform is presented to the spectral analysis and extracting phase information. However, since a large amount of data are needed to handle and acquiring the measure result quickly is difficult in measure, it is seriously confined the usable range of Sinusoidal Phase Modulating Interferometry Technique. To reduce the complexity of traditional technology, lower-filter is applied to shelve the higher harmonic wave in data processing. We can see that the error is very small with the Technique of Filter Wave. The greatest inaccuracy from the formula itself is under 0.9%. When the modulate frequency is 0.01 Hz, the maximal error of shift measurement is about 0.1nm, which can be ignored.

Key words: measurement; sinusoidal phase modulation; filter; interference; error

(责任编辑 游中胜)