

新三维非线性混沌系统的动力特性分析*

胡永才¹, 张 勇¹, 舒永录²

(1. 河南工业职业技术学院 基础教学部, 河南 南阳 473000; 2. 重庆大学 数学与统计学院, 重庆 401331)

摘要:基于动力系统的理论和方法,采用理论分析和 Matlab 仿真相结合的方式,利用微分方程比较定理和 Lagrange 乘数法研究了 Couette-Taylor 流混沌系统的最终界和全局指数吸引集。对于系统的不同参数,得到了该系统最终界和全局吸引集统一的数学表达式。最后,Matlab 模拟验证了计算理论的正确性。研究结果为该系统的混沌控制、混沌同步,吸引子维数的估计提供了理论依据。

关键词:Couette-Taylor 流;混沌吸引子;最终界;吸引集;数值仿真

中图分类号:O241.84; O29

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2016)03-0079-06

混沌系统有着对系统初值和系统参数的敏感依赖性。1963年,美国气象学家 Lorenz^[1]提出了第一个天气预报混沌模型即 Lorenz 系统。1999年,陈关荣等人^[2]提出了一类与 Lorenz 系统为对偶系统的 Chen 系统。2002年,中国科学院吕金虎等人^[3]提出了一类处于 Lorenz 与 Chen 之间的过渡系统,即 Lü 系统。2007年,王兴元等人^[4]提出了超混沌 Lorenz 系统。对于混沌的研究,特别是对三维混沌系统的研究,新的系统不断被科学工作者提出与发现。混沌系统在数学、物理、化学、电路、混沌保密通信、图像加密、控制科学与工程、激光、复杂网络等领域都有着非常重要的应用价值^[5-9]。

混沌系统的最终界和吸引集是混沌系统动力学行为研究的一个重要方面,在混沌系统的控制、同步和吸引子维数估计方面有着重要的应用^[10-12]。1987年,Leonov 基于动力系统的稳定性理论研究了 Lorenz 混沌吸引子的有界性^[13-14]。随后,廖晓昕、Pogromsky 等人给出了 Lorenz 混沌吸引子界的一系列更深入的研究,并且给出了 Lorenz 混沌系统正半轨线进入吸引集的速率估计^[15-16]。最近,张付臣等人给出了 Lorenz 混沌系统最终界和吸引集一系列更为深刻的研究^[17]。基于以上文献的启发,金融混沌系统、简化 Lorenz 混沌系统、二次高维混沌系统的最终界和其他动力学行为也得到了系列的研究^[18-21]。

Lorenz 系统是将满足一定边界条件的 Navier-Stokes 方程和热传导方程进行傅立叶展开后截断而得到的。Lorenz 系统的实际背景来源于简化的大气对流模型,两平行板间流体从下板加热,热量从下至上传递,当温度比较低时,热量通过热传导方式传递,流体不发生运动。当温度增高时,液体就要发生对流,当温度继续升高时液体会翻转而发生混沌^[22]。傅立叶展开方法的优点是用得到的简单 Lorenz 系统可以粗略地描述复杂的物理现象,缺点在于得到的 Lorenz 方程过于简单。为克服以上研究方法的不足,王海燕等人^[23]运用谱方法对同心旋转圆柱间流动的 Navier-Stokes 方程谱展开后进行三模态截断得到了三模 Couette-Taylor 混沌系统,并且研究了该三模 Couette-Taylor 混沌系统吸引子的存在性、平衡点及其稳定性等问题。但是该三模 Couette-Taylor 流混沌系统的最终界和全局吸引域等问题还没有得到研究。受以上研究的启发,下面讨论了该三维 Couette-Taylor 流混沌系统的最终界和全局吸引集,并且给出计算机仿真。

1 动力系统模型及其主要结果

三模 Couette-Taylor 流混沌系统模型如下^[23]:

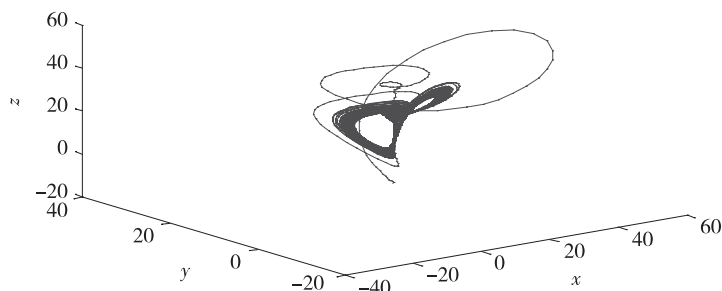
* 收稿日期:2015-11-18 修回日期:2016-03-08 网络出版时间:2016-04-29 18:34

资助项目:国家自然科学基金(No. 11171360)

作者简介:胡永才,男,副教授,研究方向为大学数学教学,E-mail: huyongcai1212@sina.com

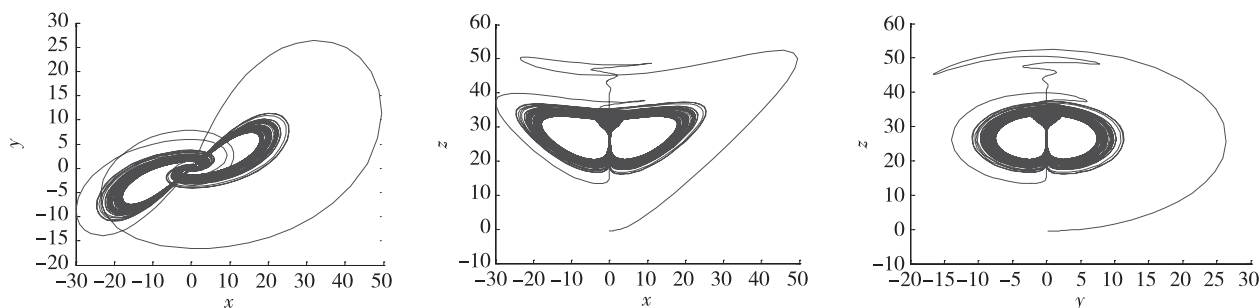
网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.n.20160429.1834.018.html>

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a(y-x) + cyz, \\ \frac{dy}{dt} = rx - xz - y, \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz. \end{cases} \quad (1)$$

图 1 系统(1)在 $xOyz$ 空间中的混沌吸引子Fig. 1 Chaotic attractors of the system (1) in $xOyz$ space

这里 a, b, c, r 为系统(1)的正参数。当 $a=20, b=0.5, c=1.3, r=27$ 时, 系统(1)的混沌吸引子^[23] 见图 1 和图 2。

下面将基于动力系统的理论与方法, 研究三模 Couette-Taylor 流混沌模型(1)的最终界与全局吸引集。

图 2 系统(1)在 xOy, xOz 和 yOz 平面上的混沌吸引子Fig. 2 Chaotic attractors of the system (1) in xOy, xOz and yOz planes

1.1 最终界

引理 1 定义椭球面

$$\Gamma_2 = \left\{ (x, y, z) \mid \frac{y^2}{m^2} + \frac{(z-l)^2}{l^2} + \frac{x^2}{n^2} = 1, m > 0, n > 0, l > 0 \right\} \quad (2)$$

和三元函数

$$H(x, y, z) = y^2 + z^2 + x^2, \quad (3)$$

则有:

$$\max_{(x, y, z) \in \Gamma_2} H = \begin{cases} \frac{m^4}{m^2 - l^2}, & m \geq n, m \geq \sqrt{2}l, \\ \frac{n^4}{n^2 - l^2}, & n > m, n \geq \sqrt{2}l, \\ 4l^2, & m < \sqrt{2}l, n < \sqrt{2}l. \end{cases}$$

根据多元函数求极值的拉格朗日乘数法容易证明引理 1。

定理 1 对任意的 $a > 0, b > 0, c > 0, r > 0, \lambda > 0, m > 0$, 下面所定义的集合

$$\Psi_{\lambda, m} = \left\{ (x, y, z) \mid \lambda x^2 + (c\lambda + m)y^2 + m \left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m} \right)^2 \leq R_{\lambda, m}^2 \right\} \quad (4)$$

为系统(1)的一个最终界和正向不变集。这里 $R_{\lambda, m}^2 = \begin{cases} \frac{b^2(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{4a(b-a)m}, & a \leq 1, b \geq 2a, \\ \frac{b^2(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{4(b-1)m}, & a > 1, b \geq 2, \\ \frac{b^2(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{m}, & b < 2a, b < 2. \end{cases}$

证明 构造广义 Lyapunov 函数族

$$V(x, y, z) = V(X) = \lambda x^2 + (c\lambda + m)y^2 + m\left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m}\right)^2, \forall \lambda > 0, \forall m > 0, \quad (5)$$

沿着上述系统(1)的正半轨线求导函数,即得

$$\begin{aligned} \left. \frac{dV(X(t))}{dt} \right|_{(1)} &= 2\lambda x \frac{dx}{dt} + 2(c\lambda + m)y \frac{dy}{dt} + 2m\left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m}\right) \frac{dz}{dt} = \\ &2\lambda x(ay - ax + cyz) + 2(c\lambda + m)y(rx - xz - y) + 2m\left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m}\right)(xy - bz) = \\ &-2a\lambda x^2 - 2(c\lambda + m)y^2 - 2bmz^2 + 2b(\lambda a + cr\lambda + rm)z, \end{aligned}$$

令 $\dot{V} = 0$, 可以得到下面的三维椭球面:

$$\Gamma_0 = \left\{ (x, y, z) \left| \frac{\lambda x^2}{b(a\lambda + cr\lambda + rm)^2} + \frac{(c\lambda + m)y^2}{b(a\lambda + cr\lambda + rm)^2} + \frac{m\left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m}\right)^2}{(a\lambda + cr\lambda + rm)^2} = 1 \right. \right\},$$

在 Γ_0 外面有 $\dot{V} < 0$, 而在 Γ_0 内部, 有 $\dot{V} > 0$. 从而三元函数 $V(x, y, z)$ 只能在三维椭球面 Γ_0 取得最大值. 因为 $V(x, y, z)$ 为一个连续函数, 且椭球面 Γ_0 为有界的闭集合, 故函数 $V(x, y, z)$ 能够在三维椭球面 Γ_0 上取到相应的最大值. 下面计算该最大值 $\max_{(x, y, z) \in \Gamma_0} V(x, y, z) = R_{\lambda, m}^2$. 即求如下的条件极值问题:

$$\left\{ \begin{aligned} \max_{(x, y, z) \in \Gamma_0} V &= \max \left\{ \lambda x^2 + (c\lambda + m)y^2 + m\left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m}\right)^2, (x, y, z) \in \Gamma_0 \right\}, \\ \Gamma_0 &= \left\{ (x, y, z) \left| \frac{\lambda x^2}{b(a\lambda + cr\lambda + rm)^2} + \frac{(c\lambda + m)y^2}{b(a\lambda + cr\lambda + rm)^2} + \frac{m\left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m}\right)^2}{(a\lambda + cr\lambda + rm)^2} = 1 \right. \right\}. \end{aligned} \right.$$

下面根据引理 1 求该条件极值, 从而令 $\sqrt{\lambda}x = x_1, \sqrt{c\lambda + m}y = y_1, \sqrt{m}z = z_1$, 则上述条件极值问题可以转化为下面的条件极值:

$$\left\{ \begin{aligned} \max_{(x_1, y_1, z_1) \in \Gamma_0} V &= \max \left\{ x_1^2 + y_1^2 + \left(z_1 - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{\sqrt{m}}\right)^2, (x_1, y_1, z_1) \in \Gamma_0 \right\}, \\ \Gamma_0 &= \left\{ (x_1, y_1, z_1) \left| \frac{x_1^2}{b(a\lambda + cr\lambda + rm)^2} + \frac{y_1^2}{b(a\lambda + cr\lambda + rm)^2} + \frac{\left(z_1 - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{\sqrt{m}}\right)^2}{(a\lambda + cr\lambda + rm)^2} = 1 \right. \right\}. \end{aligned} \right.$$

由上述引理 1, 可以容易得到:

$$R_{\lambda, m}^2 = \begin{cases} \frac{b^2(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{4a(b-a)m}, & a \leq 1, b \geq 2a, \\ \frac{b^2(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{4(b-1)m}, & a > 1, b \geq 2, \\ \frac{b^2(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{m}, & b < 2a, b < 2. \end{cases} \quad (6)$$

基于动力系统的理论与方法, 容易证明 $\Psi_{\lambda, m}$ 为系统(1)的一个最终界和正向不变集. 从而,

$$\Psi_{\lambda, m} = \left\{ (x, y, z) \left| \lambda x^2 + (c\lambda + m)y^2 + m\left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m}\right)^2 \leq R_{\lambda, m}^2 \right. \right\}$$

为系统(1)的一个最终界和正向不变集. 证毕

虽然定理 1 指出系统(1)的正半轨线最终有界, 但是没有给出轨线从吸引集外进入吸引集的速率表达式, 对于系统(1)的正半轨线进入吸引集的速率估计有下面的定理 2.

1.2 全局吸引集

定理 2 对任意的 $a > 0, b > 0, c > 0, r > 0, \lambda > 0, m > 0$, 系统的正半轨线(1)存在指数估计式

$$V(X(t)) - L_{\lambda, m} \leq (V(X(t_0)) - L_{\lambda, m})e^{-\theta(t-t_0)}, \quad (7)$$

从而,

$$\Omega_{\lambda,m} = \{X(t) \mid V(X(t)) \leq L_{\lambda,m}\} = \left\{ (x, y, z) \mid \lambda x^2 + (c\lambda + m)y^2 + m \left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m} \right)^2 \leq L_{\lambda,m} \right\}$$

为系统(1)的全局指数吸引集。其中:

$$V(X) = \lambda x^2 + (c\lambda + m)y^2 + m \left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m} \right)^2 \quad (\forall \lambda > 0, \forall m > 0),$$

$$\theta = \min(a, b, 1) > 0, L_{\lambda,m} = \frac{b[a\lambda + cr\lambda + rm]^2}{\theta m}.$$

证明 对任意的 $a > 0, b > 0, c > 0, r > 0, \lambda > 0, m > 0$, 构造广义 Lyapunov 函数族

$$V(x, y, z) = V(X) = \lambda x^2 + (c\lambda + m)y^2 + m \left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m} \right)^2, \quad \forall \lambda > 0, \forall m > 0,$$

当 $V(X(t)) > L_{\lambda,m}, V(X(t_0)) > L_{\lambda,m}$ 时, 对时间 t 求导数有

$$\begin{aligned} \frac{dV(X(t))}{dt} \Big|_{(1)} &= 2\lambda x \frac{dx}{dt} + 2(c\lambda + m)y \frac{dy}{dt} + 2m \left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m} \right) \frac{dz}{dt} = \\ &2\lambda x(ay - ax + cyz) + 2(c\lambda + m)y(rx - xz - y) + 2m \left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m} \right) (xy - bz) = \\ &\quad - 2a\lambda x^2 - 2(c\lambda + m)y^2 - 2bmz^2 + 2b(\lambda a + cr\lambda + rm)z \leq \\ &\quad - 2a\lambda x^2 - 2(c\lambda + m)y^2 - bmz^2 + 2b(\lambda a + cr\lambda + rm)z \leq \\ &- 2a\lambda x^2 - 2(c\lambda + m)y^2 - bm \left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m} \right)^2 + \frac{b(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{m} \leq \\ &\quad - a\lambda x^2 - (c\lambda + m)y^2 - bm \left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m} \right)^2 + \frac{b(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{m} \leq \\ &-\theta V + \frac{b(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{m} \leq -\theta \left(V - \frac{b(\lambda a + cr\lambda + rm)^2}{m\theta} \right) < -\theta(V - L_{\lambda,m}) < 0, \end{aligned}$$

对上述不等式两边积分有,

$$V(X(t)) - L_{\lambda,m} \leq (V(X(t_0)) - L_{\lambda,m}) e^{-\theta(t-t_0)}, \quad (8)$$

当 $V(X(t)) > L_{\lambda,m}, V(X(t_0)) > L_{\lambda,m}$ 时, 令 $t \rightarrow +\infty$ 对上述不等式取上极限有 $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(X(t)) \leq L_{\lambda,m}$ 。从而集合

$$\Omega_{\lambda,m} = \{X(t) \mid V(X(t)) \leq L_{\lambda,m}\} = \left\{ (x, y, z) \mid \lambda x^2 + (c\lambda + m)y^2 + m \left(z - \frac{a\lambda + cr\lambda + rm}{m} \right)^2 \leq L_{\lambda,m} \right\} \quad (9)$$

为系统(1)的全局吸引集, 其中:

$$\theta = \min(a, b, 1) > 0, L_{\lambda,m} = \frac{b[a\lambda + cr\lambda + rm]^2}{\theta m}. \quad (10)$$

注 1) 对(9)式中的参数 $\lambda > 0, m > 0$ 取不同的 λ, m 值, 可以系统(1)的一系列不同的全局吸引集估计表达式。

2) 取 $\lambda = 1, \forall m > 0$ 时, 根据定理 2 有:

$$\Omega_{1,m} = \left\{ (x, y, z) \mid x^2 + (c+m)y^2 + m \left(z - \frac{a+cr+rm}{m} \right)^2 \leq L_{1,m} \right\} \quad (11)$$

为系统(1)的全局吸引集。其中 $\theta = \min(a, b, 1) > 0, L_{1,m} = \frac{b(a+cr+rm)^2}{\theta m}$ 。

3) 取 $\forall \lambda > 0, m = 1$ 时, 根据定理 2 有

$$\Omega_{\lambda,1} = \{ (x, y, z) \mid \lambda x^2 + (c\lambda + 1)y^2 + (z - a\lambda - cr\lambda - r)^2 \leq L_{\lambda,1} \}$$

为系统(1)的全局吸引集。其中 $\theta = \min(a, b, 1) > 0, L_{\lambda,1} = \frac{b(a\lambda + cr\lambda + r)^2}{\theta}$ 。

4) 取 $\lambda = 1, m = 1$ 时, 根据定理 2 有,

$$\Omega_{1,1} = \{ (x, y, z) \mid x^2 + (c+1)y^2 + (z - a - cr - r)^2 \leq L_{1,1} \} \quad (12)$$

为系统(1)的全局吸引集。其中 $\theta = \min(a, b, 1) > 0, L_{1,1} = \frac{b(a+cr+r)^2}{\theta}$ 。

2 数值模拟

据文献[23]取参数 $a=20, b=0.5, c=1.3, r=27$, 根据上述定理 2 有 $\theta=\min(a, b, 1)=0.5$, 由(12)式有

$$\Omega_{1,1} = \{(x, y, z) \mid x^2 + (c+1)y^2 + (z-a-cr-r)^2 \leq L_{1,1}\} = \\ \{(x, y, z) \mid x^2 + 2.3y^2 + (z-82.1)^2 \leq 82.1^2\},$$

为系统(1)的一个界, 系统(1)的正半轨线界估计, 如图 3 所示。 $\Omega_{1,1}$ 在 xoy, xoz 和 $yo z$ 平面上的投影图, 见图 4。

3 结论

基于动力系统的基本理论和方法, 研究了一个新三维混沌系统的最终界和全局吸引集, 本文分别得到了该系统最终界和全局吸引集统一的数学表达式, 这就为该混沌系统的控制、同步、吸引子维数的估计等提供了理论依据。最后本文给出了相应的 Matlab 仿真, Matlab 仿真验证了本文计算理论的可行性和正确性。

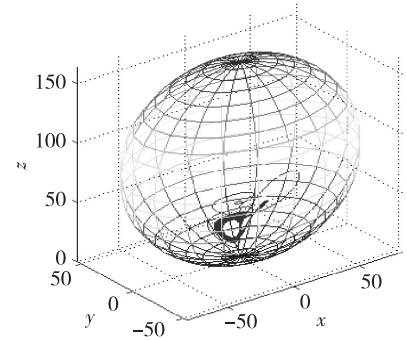


图 3 系统(1)正半轨线最终界估计图示
Fig. 3 Bounds estimation of system (1)

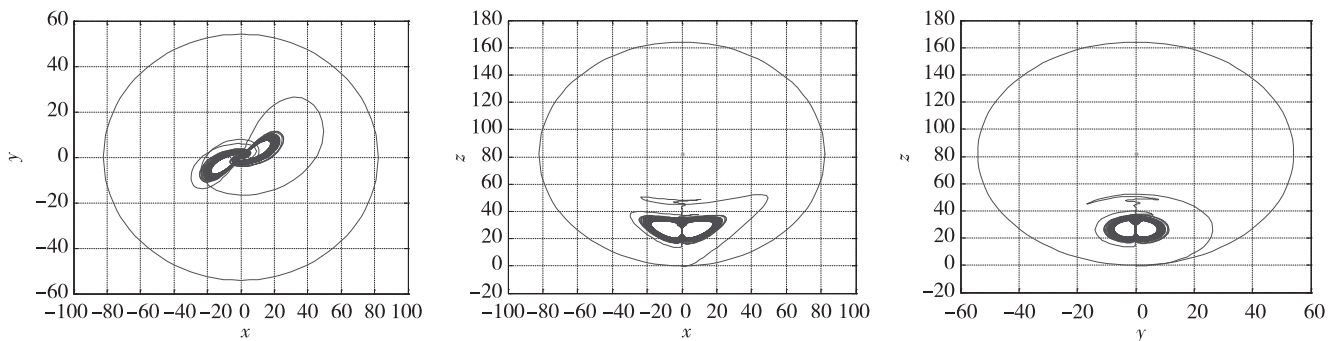


图 4 $\Omega_{1,1}$ 在 xoy, xoz 和 $yo z$ 平面上的投影图

Fig. 4 Bounds estimation of $\Omega_{1,1}$ in xoy, xoz and $yo z$ planes

参考文献:

- [1] Lorenz E N. Deterministic nonperiodic flow[J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 1963, 20(2): 130-141.
- [2] Chen G R, Ueta T. Yet another chaotic attractor[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(7): 1465-1466.
- [3] Lü J H, Chen G R. A new chaotic attractor coined[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(3): 659-661.
- [4] Wang X Y, Wang M J. A hyperchaos generated from Lorenz system[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2008, 387(14): 3751-3758.
- [5] 毛北行, 张国锋. 一类混沌系统的观测器同步[J]. 重庆师范大学学报: 自然科学版, 2015, 32(5): 94-98.
Mao B X, Zhang G F. Observer synchronization of a class of chaos systems[J]. Journal of Chongqing Normal University: Natural Science, 2015, 32(5): 94-98.
- [6] 毛北行, 许宏伟. 一类 Lurie 复杂网络混沌系统的保性能控制[J]. 重庆师范大学学报: 自然科学版, 2015, 32(4): 81-84.
Mao B X, Xu J W. The guaranteed cost control of Lurie complex networked chaos systems[J]. Journal of Chongqing Normal University: Natural Science, 2015, 32(4): 81-84.
- [7] 朱红兰. 一个超混沌系统的最优控制与同步[J]. 重庆师范大学学报: 自然科学版, 2013, 30(3): 65-68.
Zhu H L. Optimal control and synchronization of a hyperchaotic system[J]. Journal of Chongqing Normal University: Natural Science, 2013, 30(3): 65-68.
- [8] 张学兵, 赵洪涌. 不同复混沌系统的修正函数投影同步[J]. 重庆师范大学学报: 自然科学版, 2013, 30(2): 65-68.
Zhang X B, Zhao H Y. Adaptive modified function projective synchronization of different chaotic complex systems[J]. Journal of Chongqing Normal University: Natural Science, 2013, 30(2): 65-68.
- [9] 陈关荣, 吕金虎. Lorenz 系统族的动力学分析控制与同步[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
Chen G R, Lü J H. Dynamic Analysis control and synchronization of the family of Lorenz systems[M]. Beijing: Science Press, 2003.

- [10] Liu H J, Wang X Y, Zhu Q L. Asynchronous anti-noise hyper chaotic secure communication system based on dynamic delay and state variables switching[J]. *Physics Letters A*, 2011, 375(30/31): 2828-2835.
- [11] Leonov G A, Boichenko V. Lyapunov's direct method in the estimation of the Hausdorff dimension of attractors [J]. *Acta Applicandae Mathematicae*, 1992, 26(1), 1-60.
- [12] Wang X Y, Wang M J. Dynamic analysis of the fractional-order Liu system and its synchronization[J]. *Chaos: an Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2007, 17(3): 033106.
- [13] Leonov G A. Bound for attractors and the existence of homoclinic orbit in the Lorenz system[J]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2001, 65(1): 19-32.
- [14] Leonov G A, Bunin A, Kocsch N. Attractor localization of the Lorenz system[J]. *Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik Und Mechanik*, 1987, 67: 649-656.
- [15] Liao X X, Luo H G, Fu Y L, et al. Globally exponentially attractive sets and positively invariant sets of the family of Lorenz systems[J]. *Science in China Series E: Information Sciences*, 2007, 37(6): 757-769.
- [16] Pogromsky A Y, Santoboni G, Nijmeijer H. An ultimate bound on the trajectories of the Lorenz systems and its applications[J]. *Nonlinearity*, 2003, 16(5): 1597-1605.
- [17] Zhang F C, Zhang G Y. Further results on ultimate bound on the trajectories of the Lorenz system[J]. *Qualitative Theory of Dynamical Systems*, 2015, DOI:10.1007/s12346-015-0137-0.
- [18] Li D M, Lu J N, Wu X Q, et al. Estimating the ultimate bound and positively invariant set for the Lorenz system and a unified chaotic system[J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2006, 323(2): 844-853.
- [19] Lin D, Zhang F C, Liu J M. Symbolic dynamics-based error analysis on chaos synchronization via noisy channels [J]. *Physical Review E*, 2014, 90: 012908-1-012908-7.
- [20] Wang P, Li D M, Wu X Q, et al. Ultimate bound estimation of a class of high dimensional quadratics autonomous dynamical systems[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2011, 21(9): 2679-2694.
- [21] 王长有, 胡敏, 豆启. 一类非线性差分方程的解的动力学行为[J]. *重庆邮电大学学报: 自然科学版*, 2015, 27(6): 844-848.
- Wang C Y, Hu M, Dou Q. Dynamical behavior of the solution for a nonlinear difference equation[J]. *Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications: Natural Science Edition*, 2015, 27(6): 844-848.
- [22] 王海燕, 王贺元. Benard 对流问题五模类 Lorenz 方程组的动力学行为及其数值模拟[J]. *大连交通大学学报*, 2009, 30(3): 96-98.
- Wang H Y, Wang H Y. Dynamic behavior and numerically simulation of five-dimensional Lorenz-Like system of Benard problem[J]. *Journal of Dalian Jiaotong University*, 2009, 30(3): 96-98.
- [23] Wang H Y, Li K T. On the Lorenz systems for the incompressible flow between two concentric rotating cylinders [J]. *Journal of Partial Differential Equations*, 2010, 23(3): 209-221.

Dynamical Analysis of a New 3D Chaotic System Model

HU Yongcai¹, ZHANG Yong¹, SHU Yonglu²

(1. Department of Basic Teaching, Henan Polytechnic Institute, Nanyang Henan 473000;

2. College of Mathematics and Statistics, Chongqing University, Chongqing 401331, China)

Abstract: Based on the theory and the method of dynamical systems, this paper further investigates complex dynamical behaviors of the Couette-Taylor flow chaotic system by theoretical analysis and Matlab simulation combined method. The ultimate bounds and global attractive sets of the system are obtained. In this paper, the unified mathematical expression of the ultimate bounds and global attractive sets of the system are obtained by the comparison theorem of differential equation and Lagrange multiplier method. Finally, Matlab simulation verifies the correctness of the theoretical calculation. This article provides a theoretical basis for chaos control, chaos synchronization, the attractor dimension estimate of this system.

Key words: Couette-Taylor flow; chaotic attractor; bounds; attractive set; Matlab simulations

(责任编辑 黄 颖)