DOI:10.11721/cqnuj20160501

改进后的复合 Poisson-Geometric 风险模型的预警区问题*

韩建勤, 乔克林

(延安大学 数学与计算机科学学院, 陕西 延安 716000)

摘要:在考虑到因保费收入和通货膨胀等随机干扰的影响,以及将多余资本用于投资来提高赔付能力的基础上,建立以保费收入服从复合 Poisson 过程,理赔量服从复合 Poisson-Geometric 过程的带投资的干扰风险模型,然后应用盈余过程的强马氏性和全期望公式,得到了第一个预警区的条件矩母函数满足的微积分方程,及当保费额和索赔额都服从指数分布情形下满足的微分方程。

关键词:Poisson 过程; Poisson-Geometric 过程; 预警区; 条件矩母函数

中图分类号:O211.5　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-6693(2016)05-0058-05

1 模型建立

预警区问题对保险公司考虑预警系统以及保险监管部门设计某些监管指标体系有一定的参考指导作用。这一问题的研究越来越受到人们的关注,显然已成为风险理论研究的热点问题。Gerber[1]应用鞅方法得出了在经典风险模型上第一段及最后一段负盈余持续时间的矩母函数;Dickson 等人[2]进一步深入研究,推导出整体预警区的分布函数。近几年,人们根据保险公司的实际因素,把经典模型进行推广研究,例如,于金西等人[3]引入了利率因素,研究了常利率复合 Poisson 风险模型中的预警区问题,得到了负盈余持续时间的矩母函数及各阶矩;崔巍等人[4]研究了一类推广的复合 Poisson-Geometric 风险模型下的预警区问题,推导出了单个预警区和总体预警区的矩母函数的表达式;钟朝艳[5]研究了一类利率复合 Poisson-Geometric 风险模型下的预警区问题,得出了第一预警区的一个条件矩母函数所满足的微积分方程。上述文献都是在保费到达为线性过程下研究的,但保费收入存在随机性,赵明清等人[6]考虑到这一事实,将保费到达由线性过程推广为复合 Poisson 过程,研究了一类推广的常利率复合 Poisson-Geometric 风险模型的预警区问题,推导出了首个预警区的条件矩母函数所满足的积分方程以及当保费额和索赔额都服从指数分布情形下的解析解。本文在上述文献的启示下,考虑到保费收取的随机变化且含通货膨胀等随机干扰因素的影响,同时又考虑到将多余资本用于投资以提高保险公司的偿付能力的事实,建立了将多余资本用于投资的随机保费率下带干扰的风险模型,使其更接近保险公司的实际经营运作。下面给出该风险模型的数学定义:

$$U(t)=(u-F)+(1+tj)F+\sum_{i=1}^{N_1(t)}X_i-\sum_{i=1}^{N_2(t)}Y_i+\sigma W(t), \tag{1}$$

其中,设 u 为初始资本,F 表示根据初始资本及在单位时间内预测赔付额的大小而设定用于投资的资金,j 表示单位时间的投资收益;$N_1(t)$表示签订的保单数且服从参数为 λ_1 的 Poisson 过程,$N_2(t)$表示理赔总次数且服从参数为$(\lambda_2 t,\rho)$,$0\leqslant\rho<1$ 的 Poisson-Geometric 过程;$G(x)$为保费额序列$\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$的共同分布函数,$g(x)$为密度函数;$F(y)$为理赔额序列$\{Y_i\}_{i=1}^{\infty}$的共同分布函数,$f(y)$为密度函数;干扰项$\{W(t),t\geqslant 0\}$是标准布朗运动;$\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$,$\{Y_i\}_{i=1}^{\infty}$,$\{N_1(t),t\geqslant 0\}$,$\{N_2(t),t\geqslant 0\}$,$\{W(t),t\geqslant 0\}$相互独立。为了保证保险公司的稳定经营,假设单位时间内平均投资收益和保费收入大于平均理赔,即 $jF+\lambda_1 E[X]>\dfrac{\lambda_2}{1-\rho}E[Y]$。

* **收稿日期**:2015-12-25　**修回日期**:2016-02-29　**网络出版时间**:2016-07-13 14:06

资助项目:陕西省教育厅专项科研计划项目(No. 2013JK0576);延安市科学技术研究发展计划项目(No. 2014ZC-6);延安大学研究生教育创新计划项目(No. YCX201610)

作者简介:韩建勤,男,研究方向为金融数学, E-mail:18700101932@yeah.net;**通信作者**:乔克林,副教授,E-mail:yadxqklin@163.com

网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20160713.1406.064.html

定义 1　对于 $z>0$ 且 $i\geqslant 1$，定义一个时间集合 $\Delta(-z,T_i)$，即 $\Delta(-z,T_i)=\{s>0$；存在一个 $\tau_k>0$，使得 $T_i\leqslant\tau_k<T_{i+1}$，$U(\tau_k)=-z$，$U(\tau_k+s)\geqslant 0$，且对任意 $\tau_j\geqslant T_i$，$j<k$，有 $U(\tau_j)\neq -z\}$。

定义 2　定义从给定的负盈余 $-z$ 到正盈余的第一段时间间隔（即最短恢复时间）T^0_{-z,T_i} 为

$$T^0_{-z,T_i}=\begin{cases}\inf\Delta(-z,T_i)\text{，如果 }\Delta(-z,T_i)\neq\varnothing\text{，}\\ +\infty\text{，如果 }\Delta(-z,T_i)=\varnothing\text{。}\end{cases}$$

定义 3　定义时间集合 $\Lambda^{(i)}=\{\tau\in\Lambda;U(\tau)=-z,T_i\leqslant\tau<T_{i+1}\}$，$\tau^{(i)}=\inf\Lambda^{(i)}$。对于 $z>0$ 及 $i\geqslant 1$，T^0_{-z,T_i} 的条件矩母函数记为 $\Phi(-z,0,r,T_1)=E[\mathrm{e}^{-rT^0_{-z,T_1}}|U(\tau^{(i)})=-z;U(0)=u]=E^u[\mathrm{e}^{-rT^0_{-z,T_1}}|U(\tau^{(i)})=-z]$，$r\geqslant 0$。

2 预备引理

引理 1[7]　设 $\{N_2(t),t\geqslant 0\}$ 是满足(1)式下的复合 Poisson-Geometric 过程，记 $\alpha=\dfrac{\lambda_2(1-\rho)}{\rho}$（若 $\rho=0$，则取 $\pi=\lambda$），则当 t 足够小时，有 $Pr(N_2(t)=0)=\mathrm{e}^{-\lambda_2 t}=1-\lambda_2 t+o(t)$，$Pr(N_2(t)=k)=\alpha\rho^k t+A_k(t)o(t)$，$k=1,2,\cdots$，其中，$A_k(t)=\rho^k+(k-1)[\rho(1+\alpha t)]^{k-2}$，$o(t)$ 与 k 无关，且 $\sum\limits_{k=0}^{\infty}A_k(t)$ 一致收敛。

引理 2[8]　$\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{W(t)}{t}=0$。

3 主要结论及证明

记 $F^{*k}(y)$ 为 $F(y)$ 的 k 重卷积，$f^{*k}(y)$ 为 $f(y)$ 的 k 重卷积，并记 $F_\rho(y)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}(1-\rho)\rho^{k-1}F^{*k}(y)$，$f_\rho(y)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}(1-\rho)\rho^{k-1}f^{*k}(y)$。

定理 1　假设 $\Phi(-z,0,r,T_i)$ 关于 $-z$ 可微，则在模型(1)下的第一个预警区的条件矩母函数 $\Phi(-z,0,r,T_i)$，$i=1,2,\cdots$ 满足的微积分方程

$$\Phi'(-z,0,r,T_i)=\frac{r+\lambda_1+\lambda_2}{Fj}\Phi(-z,0,r,T_i)-\frac{\lambda_2}{Fj}\int_0^\infty\Phi(-z-y,0,r,T_i)f_\rho(y)\mathrm{d}y-\frac{\lambda_1}{Fj}\int_0^z\Phi(-z+x,0,r,T_i)g(x)\mathrm{d}x-\frac{\lambda_1}{Fj}\overline{G}(z)\text{。}$$

证明　对足够小的时间 dt，结合引理 1，在时间段 $(\tau,\tau+dt]$ 内有下面 4 种情况：

1）当保费收取和索赔发生次数都为 0 时，事件 A_1 发生的概率为 $[1-\lambda_1 dt+o(dt)][1-\lambda_2 dt+o(dt)]=1-(\lambda_1+\lambda_2)dt+o(dt)$；

2）当保费收取 0 次，索赔发生 k 次时，事件 A_2 发生的概率为 $[1-\lambda_1 dt+o(dt)][\alpha\rho^k dt+A_k(dt)o(dt)]=\alpha\rho^k dt+A_k(dt)o(dt)$；

3）当保费收取 1 次，索赔发生 0 次时，事件 A_3 发生的概率为 $\lambda_1 dt[1-\lambda_2 dt+o(dt)]=\lambda_1 dt+o(dt)$；

4）其他事件 A_4 发生的概率为 $o(dt)$。

由盈余过程的强马氏性及全期望公式得

$$\Phi(-z,0,r,T_1)=E^u[\mathrm{e}^{-rT^0_{-z,T_1}}\mid U(\tau)=-z]=E^{-z}[\mathrm{e}^{-rT^0_{-z,T_1}}]=\sum_{n=1}^{4}E^{-z}[\mathrm{e}^{-rT^0_{-z,T_1}}\mid A_n]Pr(A_n)\text{。}\tag{2}$$

当事件 A_1 发生时，因为 $U(\tau+dt)=-z+Fjdt+\sigma W(dt)$，故

$$\begin{aligned}E^{-z}[\mathrm{e}^{-rT^0_{-z,T_1}}|A_1]Pr(A_1)&=E^{U(\tau)}[\mathrm{e}^{-rT^0_{U(\tau),T_1}}|A_1]Pr(A_1)=E^{U(\tau+dt)}[\mathrm{e}^{-r(dt+T^0_{U(\tau+dt),T_1})}|A_1]Pr(A_1)=\\&\mathrm{e}^{-rdt}E^{-z+Fjdt+\sigma W(dt)}[\mathrm{e}^{-rT^0_{-z+Fjdt+\sigma W(dt),T_1}}|A_1]Pr(A_1)=\\&\mathrm{e}^{-rdt}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt),0,r,T_1)[1-(\lambda_1+\lambda_2)dt+o(dt)]\text{。}\end{aligned}\tag{3}$$

当事件 A_2 发生时，因为 $U(\tau+dt)=-z+Fjdt+\sigma W(dt)-y$，故

$$\begin{aligned}E^{-z}[\mathrm{e}^{-rT^0_{-z,T_1}}\mid A_2]Pr(A_2)&=E^{U(\tau)}[\mathrm{e}^{-rT^0_{U(\tau),T_1}}\mid A_2]Pr(A_2)=E^{U(\tau+dt)}[\mathrm{e}^{-r(dt+T^0_{U(\tau+dt),T_1})}\mid A_2]Pr(A_2)=\\&\sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{e}^{-rdt}E^{-z+Fjdt+\sigma W(dt)}[\mathrm{e}^{-rT^0_{-z+Fjdt+\sigma W(dt),T_1}}\mid N_1(t)=0,N_2(t)=k]Pr(A_2)=\end{aligned}$$

$$e^{-rdt}\sum_{k=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\Phi(-z+Fj\,dt+\sigma W(dt)-y,0,r,T_1)f^{*k}(y)dy[\alpha\rho^k dt+A_k(dt)o(dt)]。\tag{4}$$

当事件 A_3 发生时,因为当 $U(\tau+dt)=-z+Fjdt+\sigma W(dt)+x>0$ 时,达到了正盈余,即 $T^0_{-z,T_1}=dt$,故

$$E^{-z}[e^{-rT^0_{-z,T_1}}\mid A_3]Pr(A_3)=\left[\int_0^{\infty}E^{-z}[e^{-rT^0_{-z,T_1}}\mid x]dG(x)\right]Pr(A_3)=$$

$$\left[\int_0^{z-Fjdt-\sigma W(dt)}E^{-z}[e^{-rT^0_{-z,T_1}}\mid x]dG(x)+\int_{z-Fjdt-\sigma W(dt)}^{\infty}e^{-rdt}dG(x)\right]Pr(A_3)=$$

$$\left\{e^{-dt}\int_0^{z-Fjdt-\sigma W(dt)}E^{-z+Fjdt+\sigma W(dt)+x}[e^{-rT^0_{-z+Fjdt+\sigma W(dt)+x,T_1}}\mid x]dG(x)+e^{-rdt}\,\overline{G}(z-Fjdt-\sigma W(dt))\right\}Pr(A_3)=$$

$$\left\{e^{-dt}\int_0^{z-Fjdt-\sigma W(dt)}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt)+x,0,r,T_1)g(x)dx+e^{-rdt}\,\overline{G}(z-Fjdt-\sigma W(dt))\right\}[\lambda_1 dt+o(dt)]。\tag{5}$$

把(3)～(5)式代入(2)式,得

$$\Phi(-z,0,r,T_1)=e^{-rdt}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt),0,r,T_1)[1-(\lambda_1+\lambda_2)dt+o(dt)]+$$
$$e^{-rdt}\sum_{k=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt)-y,0,r,T_1)f^{*k}(y)dy[\alpha\rho^k dt+A_k(dt)o(dt)]+$$
$$\left\{e^{-rdt}\int_0^{z-Fjdt-\sigma W(dt)}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt)+x,0,r,T_1)g(x)dx+e^{-rdt}\,\overline{G}(z-Fjdt-\sigma W(dt))\right\}[\lambda_1 dt+$$
$$o(dt)]+o(dt)。$$

由引理 1 知 $\sum_{k=1}^{\infty}\rho^k f^{*k}(y)$ 和 $\sum_{k=1}^{\infty}A_k(t)f^{*k}(y)$ 一致收敛,且由单调收敛定理得积分号与求和号可以交换次序,故有

$$\Phi(-z,0,r,T_1)=e^{-rdt}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt),0,r,T_1)[1-(\lambda_1+\lambda_2)dt]+$$
$$e^{-rdt}\lambda_2 dt\int_0^{\infty}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt)-y,0,r,T_1)f_\rho(y)dy+$$
$$\lambda_1 dt\left\{e^{-rdt}\int_0^{z-Fjdt-\sigma W(dt)}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt)+x,0,r,T_1)g(x)dx+e^{-rdt}\,\overline{G}(z-Fjdt-\sigma W(dt))\right\}+o(dt)。\tag{6}$$

把(6)式等号右边第一项中的 e^{-rdt} 用泰勒公式展开,并与其他项组合化简得

$$\Phi(-z,0,r,T_1)-\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt),0,r,T_1)=-(r+\lambda_1+\lambda_2)dt\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt),0,r,T_1)+$$
$$e^{-rdt}\lambda_2 dt\int_0^{\infty}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt)-y,0,r,T_1)f_\rho(y)dy+$$
$$\lambda_1 dt\left\{e^{-rdt}\int_0^{z-Fjdt-\sigma W(dt)}\Phi(-z+Fjdt+\sigma W(dt)+x,0,r,T_1)g(x)dx+e^{-rdt}\,\overline{G}(z-Fjdt-\sigma W(dt))\right\}+o(dt)。\tag{7}$$

对(7)式等号两边同时除以 $Fjdt+\sigma W(dt)$,且令 $dt\to 0$ 时有 $\Phi'(-z,0,r,T_1)=\dfrac{r+\lambda_1+\lambda_2}{Fj}\Phi(-z,0,r,T_1)-\dfrac{\lambda_2}{Fj}\int_0^{\infty}\Phi(-z-y,0,r,T_1)f_\rho(y)dy-\dfrac{\lambda_1}{Fj}\int_0^{z}\Phi(-z+x,0,r,T_1)g(x)dx-\dfrac{\lambda_1}{Fj}\overline{G}(z)$ 。

同理对 $\Phi(-z,0,r,T_i)$,$i=1,2,\cdots$ 进行讨论,得

$$\Phi'(-z,0,r,T_i)=\frac{r+\lambda_1+\lambda_2}{Fj}\Phi(-z,0,r,T_i)-$$
$$\frac{\lambda_2}{Fj}\int_0^{\infty}\Phi(-z-y,0,r,T_i)f_\rho(y)dy-\frac{\lambda_1}{Fj}\int_0^{z}\Phi(-z+x,0,r,T_i)g(x)dx-\frac{\lambda_1}{Fj}\overline{G}(z)\ 。$$

证毕

注 因为对于 $\Phi(-z,0,r,T_i)$,$i=1,2,\cdots$ 满足的微积分方程相同,所以为了简化起见将 $\Phi(-z,0,r,T_i)$,$i=1,2,\cdots$ 简写为 $\Phi(-z,0,r)$。

定理 2 若 $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ 服从参数为 α 的指数分布,$\{Y_i\}_{i=1}^{\infty}$ 服从参数为 β 的指数分布,则第一个预警区的条件矩母函数 $\Phi(-z,0,r)$ 满足的微分方程为

$$\Phi'''(-z,0,r)-\frac{r+\lambda_1+\lambda_2+[\alpha-(1-\rho)\beta]Fj}{Fj}\Phi''(-z,0,r)-$$
$$\frac{(r+\lambda_2)\alpha-(1-\rho)\beta[Fj\alpha-(r+\lambda_1)]}{Fj}\Phi'(-z,0,r)+\frac{r(1-\rho)\alpha\beta}{Fj}\Phi(-z,0,r)=0。$$

证明　因为$\{Y_i\}_{i=1}^{\infty}$服从参数为β的指数分布，则$f^{*k}(y)$是服从参数为(k,β)的 Gamma 分布，即$f^{*k}(y)=\frac{\beta^k y^{k-1}}{\Gamma(k)}e^{-\beta y}$。又$\Gamma(k)=(k-1)!$，故$f_\rho(y)=\sum_{k=1}^{\infty}(1-\rho)\rho^{k-1}f^{*k}(y)=(1-\rho)\beta e^{-(1-\rho)\beta y}$。又因为$\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$服从参数为$\alpha$的指数分布，即$g(x)=\alpha e^{-\alpha x}$。

由定理 1 得

$$\Phi'(-z,0,r)=\frac{r+\lambda_1+\lambda_2}{Fj}\Phi(-z,0,r)-\frac{\lambda_2}{Fj}\int_0^{\infty}\Phi(-z-y,0,r)f_\rho(y)dy-\frac{\lambda_1}{Fj}\int_0^{z}\Phi(-z+x,0,r)g(x)dx-\frac{\lambda_1}{Fj}\overline{G}(z),$$

令$s=-z-y$，$s=-z+x$，则上式转化为

$$\Phi'(-z,0,r)=\frac{r+\lambda_1+\lambda_2}{Fj}\Phi(-z,0,r)-\frac{\lambda_2}{Fj}\int_{-\infty}^{-z}\Phi(s,0,r)f_\rho(-z-s)ds-$$
$$\frac{\lambda_1}{Fj}\int_{-z}^{0}\Phi(s,0,r)g(z+s)ds-\frac{\lambda_1}{Fj}\overline{G}(z)。\tag{8}$$

对(8)式等号两端同时对$-z$求偏导，得

$$\Phi''(-z,0,r)=\frac{r+\lambda_1+\lambda_2}{Fj}\Phi'(-z,0,r)+\frac{(1-\rho)\beta\lambda_2}{Fj}\int_{-\infty}^{-z}\Phi(s,0,r)f_\rho(-z-s)ds-$$
$$\frac{\alpha\lambda_1}{Fj}\int_{-z}^{0}\Phi(s,0,r)g(z+s)ds+\frac{\alpha\lambda_1-(1-\rho)\beta\lambda_2}{Fj}\Phi(-z,0,r)-\frac{\alpha\lambda_1}{Fj}\overline{G}(z)。\tag{9}$$

继续对(9)式等号两端同时对$-z$求偏导，得

$$\Phi'''(-z,0,r)=\frac{r+\lambda_1+\lambda_2}{Fj}\Phi''(-z,0,r)-\frac{(1-\rho)^2\beta^2\lambda_2}{Fj}\int_{-\infty}^{-z}\Phi(s,0,r)f_\rho(-z-s)ds-$$
$$\frac{\alpha^2\lambda_1}{Fj}\int_{-z}^{0}\Phi(s,0,r)g(z+s)ds+\frac{\alpha^2\lambda_1+(1-\rho)^2\beta^2\lambda_2}{Fj}\Phi(-z,0,r)+$$
$$\frac{\alpha\lambda_1-(1-\rho)\beta\lambda_2}{Fj}\Phi'(-z,0,r)-\frac{\alpha^2\lambda_1}{Fj}\overline{G}(z)。\tag{10}$$

由(8)～(10)式可得

$$\lambda_1\int_{-z}^{0}\Phi(s,0,r)g(z+s)ds=\frac{(r+\lambda_1)(1-\rho)\beta+\alpha\lambda_1}{\alpha+(1-\rho)\beta}\Phi(-z,0,r)-\lambda_1\overline{G}(z)+$$
$$\frac{r+\lambda_1+\lambda_2-Fj(1-\rho)\beta}{\alpha+(1-\rho)\beta}\Phi'(-z,0,r)-\frac{Fj}{\alpha+(1-\rho)\beta}\Phi''(-z,0,r),\tag{11}$$

$$\lambda_1\int_{-z}^{0}\Phi(s,0,r)g(z+s)ds=\lambda_1\Phi(-z,0,r)+\frac{(r+\lambda_1)(1-\rho)\beta+\alpha\lambda_1}{\alpha^2+(1-\rho)\alpha\beta}\Phi'(-z,0,r)+$$
$$\frac{r+\lambda_1+\lambda_2-(1-\rho)\beta Fj}{\alpha^2+(1-\rho)\alpha\beta}\Phi''(-z,0,r)-\frac{Fj}{\alpha^2+(1-\rho)\alpha\beta}\Phi'''(-z,0,r)-\lambda_1\overline{G}(z)。\tag{12}$$

由(11)式和(12)式联解，得

$$\Phi'''(-z,0,r)-\frac{r+\lambda_1+\lambda_2+[\alpha-(1-\rho)\beta]Fj}{Fj}\Phi''(-z,0,r)-$$
$$\frac{(r+\lambda_2)\alpha-(1-\rho)\beta[Fj\alpha-(r+\lambda_1)]}{Fj}\Phi'(-z,0,r)+\frac{r(1-\rho)\alpha\beta}{Fj}\Phi(-z,0,r)=0。$$

证毕

参考文献：

[1] Gerber U H. When does the surplus reach a given target [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1990(9): 115-119.

[2] Dickson M C, Egidio D A. On the distribution of the duration of negative surplus[J]. Scandinavian Actuarial Journal, 1996(2): 148-164.

[3] 于金酉，胡亦钧，韦晓. 常利率复合 Poisson 风险模型中的预警区问题[J]. 数学物理学报，2010，30A(1)：1-17.

Yu J Y, Hu Y J, Wei X. Duration of negative surplus for compound Poisson risk model with constant interest force

[J]. Acta Mathematica Scientia,2010,30A(1):1-17.

[4] 崔巍,余旌胡. 一类推广的复合 Poisson-Geometric 风险模型下预警区问题的研究[J]. 数学物理学报,2012,32A(1):27-40.

Cui W,Yu J H. The analysis of the duration of the negative surplus for a generalized compound Poisson-Geometric risk model[J]. Acta Mathematica Scientia,2012,32A(1):27-40.

[5] 钟朝艳. 一类常利率复合 Poisson-Geometric 风险模型的预警区问题[J]. 西南师范大学学报:自然科学版,2014,39(3):36-40.

Zhong C Y. On duration of negative durplus for a compound Poisson-Geometric risk model with constant interest force[J]. Journal of Southwest China Normal University:Natural Science Edition,2014,39(3):36-40.

[6] 赵明清,尚鹂,李田. 一类推广的常利率复合 Poisson-Geometric 风险模型的预警区问题[J]. 经济数学,2015,32(1):1-5.

Zhao M Q,Shang L,Li T. Duration of negative surplus for a generalized compound Poisson-Geometric risk model with constant interest rate[J]. Journal of Quantitative Economics,2015,32(1):1-5.

[7] 毛泽春,刘锦萼. 索赔次数为复合 Poisson-Geometric 过程的风险模型及破产概率[J]. 应用数学学报,2005,28(3):419-428.

Mao Z C,Liu J. A risk model and ruin probability with compound Poisson-Geometric process[J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica,2005,28(3):419-428.

[8] 汤珂. 随机过程与金融衍生品[M]. 北京:中国人民大学出版社,2014.

Tang K. The stochastic process and financial derivatives[M]. Beijing:Renmin University of China Press,2014.

Duration of Negative Surplus for an Improved Poisson-Geometric Risk Model

HAN Jianqin, QIAO Kelin

(School of Mathematics and Computer Science, Yan'an University, Yan'an Shaanxi 716000, China)

Abstract: In this paper, we took into account the effects of random interference because of the premiums' randomness and inflation in insurance business, and we used the surplus capital to invest in order to enhance the insurance payment level. Based on the points above, we defined the investment risk model with interference in which the premium income follows the compound Poisson process and the claim numbers follows a compound Poisson-Geometric process. By taking full advantage of the strong Markov property of the surplus process and the total expectation formula, a integral differential equation of a conditional moment generating function for the first duration of negative surplus has been obtained. Finally, the differential equation has been given When premium income and claim sizes follow exponential distribution.

Key words: Poission process; Poission-Geometric process; duration of negative surplus; conditional moment generating function

(责任编辑 游中胜)