

装备空投中降落伞配备的数学模型和数值计算*

吴松林¹, 龙云¹, 陈体英², 伍度志¹

(1. 后勤工程学院 基础部, 重庆 401311; 2. 西南大学附属中学 数学组, 重庆 400715)

摘要:【目的】根据装备、降落伞的物性参数,考查空投中降落伞配备数量的计算问题。【方法】针对装备空投过程的3个阶段,通过合理假设和力学分析,分别建立了微分方程组模型。通过构建模型的数值求解方法,并结合不同装备的实际参数,计算了相应配置的降落伞绳索的最小承载力和伞衣最小面积。【结果】利用优化知识,构建了降落伞与装备的选配模型,并通过数值计算,对不同装备配置了不同规格的降落伞。【结论】建立的数学模型和数值结果可以加强对空投过程的理解,对降落伞与装备进行科学配置。

关键词:降落伞;微分方程;数学模型;牵引比;数值计算

中图分类号:O29

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2017)02-0134-07

装备空投是现代战争中一种在前沿阵地快速生成战斗力的有效途径,而装备的空投过程不仅涉及到气动力学、气固耦合等复杂知识,还涉及到装备的安全性等多个方面的因素。在考虑安全方面,许多文献深入研究了装备的缓冲装置^[1-2]、空投过程的特殊现象^[3-4]、流场特性^[5-7]、以及降落伞技术的发展^[8-9]等。但在降落伞的优化设计方面,还有许多值得深入研究的地方。理论研究、实验辅助和数值模拟是开展研究的有效方法。在实验辅助方面尽管目前采用了实地和风洞等实验方法^[10-11],但还需要解决结果的普适性、材料的可靠性等问题。另外,对降落伞选配问题还需要加强理论分析和数值计算^[12-16],为实验提供指导性作用。

本文针对降落伞与装备的科学配置问题,从装备空投过程出发,通过合理假设和力学分析等,建立了装备空投的一般方程组模型和降落伞的选配模型。通过数值计算,获得了不同装备需要配置的降落伞的最小承载力和伞衣最小面积,以及降落伞的规格。建立的数学模型可以加强对空投过程的理解,对降落伞与装备的科学配置有积极的指导作用。

1 装备空投的一般模型

空投过程除了涉及空气动力学,气固耦合力学和装备属性等基本知识之外,还会受到随机因素的影响,特别是空气阻力影响和风力影响。空投过程难以建立完全符合实际的数学模型,因此建立模型需要合理简化。本文假设飞机水平飞行,并且投放装备时滑板与水平线夹角始终保持不变;装备的运动方向始终与装备的底平面垂直;降落伞在所有充气的过程中瞬间充气完成,并开始工作;不考虑引导伞和牵引伞的重力。

1.1 空气阻力系数

由文献[1]可知,空气阻力的计算公式为 $f = \frac{1}{2} C_D \rho s v^2$,其中 C 为空气阻力系数, ρ 为空气密度, s 为物体的表面积, v 代表物体的运动速度。一般来说,球面的空气阻力系数为 0.5,方形面的空气阻力系数为 1。

当降落伞的形状为灯泡状时,不容易确定它的阻力系数,于是采用下文所述实验的方法确定降落伞阻力系数。

1.1.1 投放试验 在降落伞投放过程中,测量出它的稳降速度以及当时的空气密度,根据悬挂物体的重力,通过

下式计算降落伞的有效阻力系数为 $C_{D_y} = \frac{G_1 + G_2}{\frac{1}{2} \rho v_a^2 A_0}$,式中 G_1 为降落伞质量所产生的重力(单位: N), G_2 为悬挂物

* 收稿日期:2016-04-08 修回日期:2017-01-06 网络出版时间:2017-03-13 11:08

资助项目:重庆市基础与前沿研究计划项目(No. cstc2013jcyjA00006);重庆市研究生教育教学改革研究项目(No. yjg152017)

第一作者简介:吴松林,男,教授,研究方向为概率统计、数学建模,E-mail: wusonglin100@163.com

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20170313.1108.042.html>

质量所产生的重力(单位:N), v_d 为稳降速度(单位: $m \cdot s^{-1}$), A_0 为伞衣名义面积(单位: m^2)。

1.1.2 风洞试验 将真实伞衣按比例缩小制成模型伞,在风洞内进行试验,测量其阻力,风速及空气密度等数据,

然后按下式计算阻力系数: $C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho v^2 A_0}$,其中 ρ 代表空气密度, v 代表风速, D 代表阻力, C_D 表示阻力系数。

1.2 装备空投过程的数学模型

建立装备空投的数学模型,关键是对物伞系统进行受力分析,以及确定边界条件。一般来说,装备空投主要包括 3 个分过程:一是引导伞拉出牵引伞,牵引伞拉动装备至其离开滑板;二是主伞第一次充气完毕后呈灯泡状下落,至收口绳被剪断;三是主伞第二次充气完毕后呈完全张满状下落,至接触地面。

1.2.1 引导伞拉出牵引伞,牵引伞拉动装备至其离开滑板

对装备进行受力分析,如图 1 所示。在此过程装备受到自身的重力 $G = m_1 g$,滑板的支持力 F_N 和滑板对装备的摩擦力 f_u 以及牵引伞的拉力 T_1 (牵引伞的拉力方向与装备对地速度方向相反)。另外, φ 表示牵引伞拉直方向与水平方向的夹角; θ 表示飞机滑板方向与水平方向的夹角。

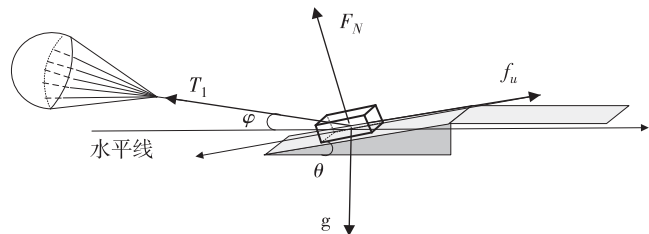


图 1 第一分过程中装备的受力分析

Fig.1 Force analysis of equipment in the first process

对于在飞机滑板上运动的装备来说,根据

受力分析,得到运动学方程为 $m_1 \frac{dv}{dt} = G \sin \theta + T_1 \cos (\varphi + \theta) - f_u$,具体简化成如下表达式:

$$m_1 \frac{dv}{dt} = G \sin \theta + 2 \rho s_2 v'^2 \cos (\varphi + \theta) - \mu [G \cos \theta - 2 \rho s_2 v'^2 \sin (\varphi + \theta)],$$

其中 v' 表示装备的对地速度, v 表示装备相对于飞机的速度。

对于此方程的求解,可采用动力学方程的数值求解法,得到此阶段装备的速度与时间的直接对应关系,继而求出了装备位移和时间的对应关系(初始条件为位移为 0)。最终根据滑板的长度 L (即装备的总位移),求出装备离开滑板的速度 V_1 。

1.2.2 主伞第一次充气完毕后呈灯泡状下落,至收口绳被剪断

对此过程装备的受力进行分析,如图 2 所示。以地面为参考系,建立直角坐标系,在此过程装备受到自身的重力 G 、空气对于装备的阻力 f_1 (与速度方向相反)、灯泡状主伞对装备的拉力 T_2 ,牵引伞对装备的拉力 T_1 的作用。 θ_1 表示装备离开滑板以后速度方向与竖直方向的夹角。

根据牛顿第二定律,分别建立装备在水平速度以及竖直速度方向的微分方程有

$$\begin{cases} m \frac{dv_y}{dt} = G - (f_1 + T_2 + T_1) \cos \theta_1, \\ m \frac{dv_x}{dt} = -(f_1 + T_2 + T_1) \sin \theta_1. \end{cases}$$

其中 $G = (m_1 + m_2) g$,表示装备和降落伞整个系统的总重量。

假设空气对于降落伞的阻力 $T_1 = 0.25 \rho s_2 v^2$,空气对装备的阻力为 $f_1 = 0.5 \rho s_1 v^2$,以及灯泡状主伞的拉力 $T_2 = 0.05 \rho s_3 v^2$,联立得

$$\begin{cases} m \frac{dv_y}{dt} = (m_1 + m_2) g - (0.25 \rho s_2 v^2 + 0.5 \rho s_1 v^2 + 0.05 \rho s_3 v^2) \frac{v_y}{v}, \\ m \frac{dv_x}{dt} = -(0.25 \rho s_2 v^2 + 0.5 \rho s_1 v^2 + 0.05 \rho s_3 v^2) \frac{v_x}{v}. \end{cases}$$

对于此方程的求解,同样采用动力学方程的数值求解法,将初始条件装备离开滑板的速度 v_1 代入,可获得此过程装备的速度和时间的对应关系以及装备位移和时间的对应关系(初始条件为位移为 0)。

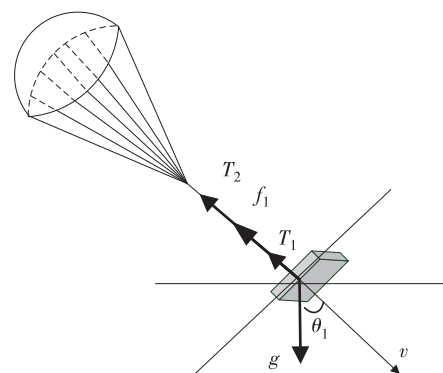


图 2 第二个分过程中装备的受力分析

Fig.2 Force analysis of equipment in the second process

一般情况下,装备下投之后,降落伞需要 5~10 s 才能够打开,所以据此条件可知此过程的总耗时,继而求出该阶段的末速度 v_2 和总位移 h_2 。

1.2.3 主伞第二次充气完毕后呈完全张满状下落,至接触地面 此阶段装备的受力情况同第二个分过程类似,但不是由灯泡状主伞提供的拉力 T_2 ,而是由完全张满状态下主伞提供的拉力 $T_3=0.25\rho s_3 v^2$ 。

根据牛顿第二定理,分别得到装备的水平速度以及竖直速度与时间的微分方程

$$\begin{cases} m \frac{dv_y}{dt} = G - (f_1 + T_1 + T_3) \cos \theta_1, \\ m \frac{dv_x}{dt} = -(f_1 + T_1 + T_3) \sin \theta_1. \end{cases}$$

由 $G=(m_1+m_2)g$, 并且 $f_1=0.5\rho s_1 v^2, T_1=0.25\rho s_2 v^2, T_3=0.25\rho s_3 v^2$, 联立得

$$\begin{cases} m \frac{dv_y}{dt} = (m_1+m_2)g - (0.5\rho s_1 v^2 + 0.25\rho s_2 v^2 + 0.25\rho s_3 v^2) \frac{v_y}{v}, \\ m \frac{dv_x}{dt} = -(0.5\rho s_1 v^2 + 0.25\rho s_2 v^2 + 0.25\rho s_3 v^2) \frac{v_x}{v}. \end{cases}$$

同样地,采用动力学方程的数值求解法,将初始条件装备在第二个过程的末速度 v_2 代入,可以得到此阶段装备的速度和时间的对应关系以及装备位移和时间的对应关系(初始条件为位移为 0)。将计算得到的第三个过程的末速度 v_3 与装备安全着陆的最大速度 $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 比较,即可知该装备着陆是否安全。

综上所述,当装备和降落伞给定以后,影响降落伞下落与装备安全相关的因素有飞机滑板与水平方向的夹角 θ 、飞机的飞行速度 v_0 、飞机的飞行高度 h_0 。

2 降落伞配备问题的模型及求解

在装备空投时,首先是通过装备的质量和形状,根据建立的模型进行计算,获得降落伞的面积和伞绳的承载力等,从而确定配备何种型号的降落伞。

设现有 6 种装备类型,若抽象成长方体,规格(长×宽×高,单位均为 m)参数见表 1。

表 1 不同装备类型的规格参数
Tab.1 Specification parameters for different equipment types

类型	A	B	C	D	E	F
质量/t	1	2	3	5	10	15
长×宽×高/m	2.5×1.5×1.8	3×2×2.5	3.5×2×2	3.5×2.5×2.5	4×3×2.5	4×3×2.5

现假设飞机的水平飞行速度为常数 $V_0(300 \leq V_0 \leq 600, \text{单位:} \text{m} \cdot \text{s}^{-1})$, 从 1 000~5 000 m 高空投放这些装备,装备下投之后,降落伞打开一般需要 5~10 s。为保证装备安全,装备落地时不能超过 $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

2.1 动力学方程数值求解的推导公式

作直线运动的质点所受的作用力是位置 x , 速度 v 和时间 t 的函数,即 $F=F(x, v, t)$, 因此质点的动力学方程的一般形式可写成

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{F(x, v, t)}{m}. \tag{1}$$

设质点沿 Ox 轴运动,在 t 到 $t+\Delta t$ 时间内,位移为 Δx ,则该时间内平均速度为

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}. \tag{2}$$

当 Δt 取得很小,则 \bar{v} 可视为质点在该时间间隔中点时刻 $t + \frac{\Delta t}{2}$ 的瞬时速度,即

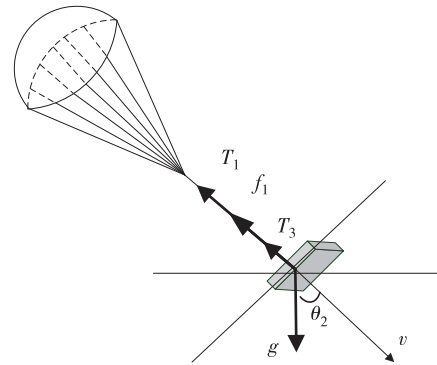


图 3 第三个分过程中装备的受力分析
Fig.3 Force analysis of equipment in the third process

$$v\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)=\frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} \tag{3}$$

同理在时刻 $t-\frac{\Delta t}{2}$ 和 $t+\frac{\Delta t}{2}$ 之间,质点的平均加速度为

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)-v\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)}{\Delta t} \tag{4}$$

若 Δt 取得很小,则 \bar{a} 可视为质点在该时间间隔中点时刻 t 的瞬时加速度,即

$$a(t)=\frac{v\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)-v\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)}{\Delta t} \tag{5}$$

将(1)式表示的加速度代人上式,并改写成有利于迭代的形式,即

$$v\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)=v\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)+\frac{F\left[x(t),v\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right),t\right]}{m}\Delta t \tag{6}$$

另外,由(3)式可得

$$x(t+\Delta t)=x(t)+v\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)\Delta t \tag{7}$$

(6)式和(7)式就是动力学方程(1)式的数值求解的迭代公式。不难看出,通过递推公式可以由某一时刻的运动状态 x 和 v 求得与此时相邻的下一时刻的运动状态。以此类推,从初始条件,即从某一已知的时刻 t_0 的速度 $v(t_0)$ 和位移 $x(t_0)$ 开始,利用递推公式就可以求得 t_0 时刻以后任意时刻的速度和位移。

需要注意的是,在作第一次迭代时,(6)式右边的速度不是初值 $v(t_0)$,而是 $v\left(t_0-\frac{\Delta t}{2}\right)$,解决的办法是在从 t_0 到 $t_0+\frac{\Delta t}{2}$ 的范围内,对速度取线性近似。

2.2 降落伞配备问题

2.2.1 伞绳的最小承载力大小的计算 在 1 台装备配 1 只降落伞的条件下,要求空投各类装备需要配备多大面积的降落伞,才能保证装备安全着陆,以及伞绳的最小承载力大小。

针对此问题,假设空气的密度 $\rho_1=1.2\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 。飞机滑板方向与水平方向的夹角 $\theta=\frac{\pi}{18}$,滑板与飞机的静摩擦系数 $u=0.1$,滑板长度为 8 m,主伞的质量 $m_2=0.1 m_1$, m_1 为装备的质量。 s_1 代表装备的投影面积,如表 2 所示。

表 2 不同类型装备空气阻力的受力面积

Tab.2 The area of air resistance for different equipments

类型	A	B	C	D	E	F
s_1/m^2	3.75	6	7	8.75	12	12

设牵引伞的牵引比为 0.8,根据牵引比的定义知 $T_{\max}=0.8G$;又 $T=0.25\rho s_2 v^2$, $v_{\max}=v_0$,所以 $T_{\max}=0.25\rho s_2 v_0^2$ 。于是 $0.8G=0.25\rho s_2 v_0^2$ 。据此设飞机分析速度为 $300\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,可以求出 s_2 的大小,如表 3 所示。

表 3 不同类型装备中牵引伞的表面积

Tab.3 Surface area of traction parachute for different equipments

类型	A	B	C	D	E	F
s_2/m^2	0.319 4	0.638 8	0.958 2	1.597 0	3.194 1	4.791 1

装备受到自身的重力 G 、空气对于装备的阻力 f_1 、张满的主伞对装备的拉力 T_3 ,牵引伞对装备的拉力 T_1 的作用。根据装备受力平衡,得到 $G=f_1+T_1+T_3$,化简即得 $(m_1+m_2)g=0.5\rho_1 s_1 v_3^2+0.25\rho_1 s_2 v_3^2+0.25\rho_1 s_3 v_3^2$,末速度 v_3 小于 $5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,所以可以求出 s_3 的理论最小值,如表 4 所示。

表 4 不同类型的装备所需主伞表面积的理论最小值

Tab.4 Theoretical minimum value of the main umbrella surface area for different equipments

类型	A	B	C	D	E	F
s_3/m^2	1 430	2 862	4 297	7 168	14 346	21 531

然后把主伞表面积的理论最小值代入降落过程的一般模型进行检验,模型检验结果如表 5 所示。

从表 5 可以发现,在设定以上降落伞面积等参数情况下,1 000 m 的降落高度能够使得最终下降速度满足安全要求。

表 5 不同类型装备降落时的计算结果

Tab.5 Calculation results when different equipments landing

下降高度/m	类型	A	B	C	D	E	F
1 000	降落所用时间/s	197.750 0	197.724 0	197.701 0	197.681 0	197.662 0	197.648 0
	落地速度/(m·s ⁻¹)	5	5	5	5	5	5
2 000	降落所用时间/s	397.750 0	397.724 0	397.701 0	397.681 0	397.662 0	397.648 0
	落地速度/(m·s ⁻¹)	5	5	5	5	5	5

伞绳的最小承载力应等于主伞能够提供的最大拉力。因为整个空投过程中,装备作减速运动,所以主伞能够提供的最大拉力应出现在主伞第一次充气完毕或第二次充气完毕时。

将主伞表面积的实际最小值代入降落过程的一般模型,可以求出第二个过程的末速度 v_2 、第三个过程的末速度 v_3 。将 v_2 代入灯泡状主伞提供的拉力 $T_2=0.05\rho s_3 v^2$,将 v_3 代入完全张满状态的主伞提供的拉力为 $T_3=0.25\rho s_3 v^2$,得到两个拉力的值,比较两者的值,较大的一个为伞绳的最小承载力。不同类型装备所需降落伞伞绳的最大承载力如表 6 所示。

2.2.2 降落伞的配备模型及求解 选择合适的降落伞是在空投系统一定约束条件下的一个优化决策问题。在保证安全系数达到规定标准的情况下,为使降落伞系统阻力浪费最少,本文考虑以降落伞系统有效面积最小为目标建立优化模型。

1) 单只降落伞的参数。多伞系统的优点是使用中即使有一个或几个伞不正常工作,也不至于造成整个系统工作失效。

为便于加工、生产、同时为了形成快速反应能力,目前各国装备都正在朝着标准化,通用化方向发展,为了提高部队战时反应速度,并结合各国伞具实际装备情况,下面采用两种单伞型号(具体参数见表 7)进行分析。

2) 多伞系统的配置模型。由文献

[1]知,多伞系统的效率可以由 $K_{sd}=(0.63\cos\varphi+0.35)$ 计算,其中 φ 取 $25^\circ\sim 40^\circ$ 最宜。降落伞系统的伞面有效面积为 $s=\sum_i s_i=\sum_i K_{sd}n_iA_i=\sum_i (0.63\cos\varphi+0.35)n_iA_i$ 。其中 n_i 表示选用第 $i(i=1,2)$ 种伞的数量。在满足安全性要求的基础上,为了减少伞系阻力的浪费,设目标函数应为降落伞系统的有效面积。

当降落伞系统的有效面积 s 大于各种装备空投时所需要的降落伞的最小面积 s_{\min} 时,才有可能使空投装备具有安全性,故有效面积限制为 $\sum_i (0.63\cos\varphi+0.35)n_iA_i\geq s_{\min}$ 。

多伞系统中单伞的数量不能过多,一般为 $2\sim 10$ 个^[1],否则伞系效率会急剧下降,故单伞数量限制为 $2\leq n_i\leq 10$ 。

在多伞系统中,着陆速度为 $v'=\sqrt{\frac{n}{n-m}}\cdot v$,式中 v 表示多伞系统在正常工作情况下的着陆速度; n 表示多伞系统的伞衣数量; m 表示失效伞的数量。基于安全性对着陆速度满足要求 $\sqrt{\frac{n}{n-m}}\cdot v\leq 5\leq\sqrt{\frac{n}{n-m-1}}\cdot v$ 。

设每支降落伞的可靠概率为 $p_0=0.999\ 9$,整个系统需满足的可靠系数为 0.98 ,即装备落地安全的概率为 0.98 ,则称其是可靠的。则在可靠度方面对降落伞数量进行约束为 $p_0^{n-m}(1-p_0)^m\geq 0.98$ 。

基于上述分析,多伞系统的规划模型如下:

$$\min s = \sum_i (0.63\cos\varphi + 0.35)n_iA_i,$$

表 6 不同类型装备所需降落伞伞绳的最大承载力

Tab.6 Maximum carrying capacity of the umbrella rope for different equipments

类型	A	B	C	D	E	F
最大拉力/N	10 720	21 470	32 230	53 760	107 600	161 480

表 7 两种单伞型号具体参数

Tab.7 Specific parameters of two single umbrella

单伞类别	主伞面积/m ²	极限载荷/kg	伞绳数/根	伞包质量/kg
1	730	2 270	16	120
2	300	905	16	60

$$s. t. \begin{cases} \sum_i (0.63 \cos \varphi + 0.35) n_i A_i \geq s_{\min}, \\ \sqrt{\frac{n}{n-m}} \cdot v \leq 5 \leq \sqrt{\frac{n}{n-m-1}} \cdot v, \\ p_0^{n-m} (1-p_0)^m \geq 0.98. \end{cases}$$

其中 $2 \leq n_i \leq 10, 25^\circ \leq \varphi \leq 40^\circ, p_0 = 0.9999$ 。

3) 多伞系统的配置。对不同规格的装备,当考虑 $\varphi = 30^\circ$,不考虑可靠性和降落伞的数量限制时,基于模型求解,所得结果如表 8 所示。

表 8 不同重量装备配备的单只伞面积与数量
Tab. 8 Area and number of a single umbrella for different weight equipments

	质量/t					
	1	2	3	5	10	15
长×宽×高/m	3×2×2.5	3.5×2×2	3.5×2.5×2.5	4×3×2.5	4×3×2.5	3×2×2.5
单伞面积/m ²	1 431	2 865	4 302	7 176	14 363	21 557
降落伞配置数	(2,1)	(4,1)	(7,0)	(11,0)	(22,0)	(30,8)

在表 8 中,降落伞配置数的两个分量分别表示两种单伞配置数。显然,表 8 中后 3 种装备配置的降落伞数超过了数量限制。通过对可靠度的检验,表 8 中后两种装备配置的降落伞数超过了 20 支,不满足可靠度的限制。因此,为了满足大质量装备进行空投,必须开发面积更大的标准降落伞。

3 结论

本文针对装备空投过程的 3 个阶段,通过合理假设和力学分析,分别建立了微分方程组模型。针对方程组模型,构建了数值求解方法,并结合不同装备的实际参数,计算了相应配置的降落伞绳索的最小承载力和伞衣最小面积。对降落伞与装备的选配问题,利用优化知识,构建了选配模型。通过数值计算,对不同装备配置了不同规格的降落伞。

参考文献:

[1] 刘彬,谷京朝,陈湘平. 重物空投着陆过程系统分析与仿真[J]. 空军雷达学院学报,2006,22(2):136-142.
LIU B, GU J C, CHEN X P. Analysis of heavy cargo air-drop system and its simulation[J]. Journal of Air Force Radar Academ, 2006, 22(2): 136-142.

[2] 李建阳,王红岩,芮强,等. 空投装备着陆冲击环境适应性研究[J]. 装备环境工程,2014,11(5):10-16.
LI J Y, WANG H Y, RUI Q, et al. Landing environmental worthiness of airborne equipment[J]. Equipment environmental engineering, 2014, 11(5): 10-16.

[3] 郭叔伟,王海涛,董杨彪,等. 降落伞“呼吸”现象研究[J]. 航天返回与遥感,2010,31(1):18-23.
GUO S W, WANG H T, DONG Y B, et al. Research on parachute breath behavior[J]. spacecraft recovery & remote sensing, 2010, 31(1): 18-23.

[4] 王海涛,秦子增,宋旭民,等. 大型降落伞拉直过程中的抽打现象分析[J]. 国防科技大学学报,2010,32(5):34-38.
WANG H T, QIN Z Z, SONG X M, et al. Analysis of the phenomenon of bull wilipping in the deployment process of large parachute[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(5): 34-38.

[5] 余莉,李水生,明晓. 降落伞弹性现象对伞衣载荷的影响[J]. 宇航学报,2008,29(1):375-379.
YU L, LI S S, MING X. Influence of the parachute elastic behavior on the canopy payload[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1): 375-379.

[6] 张红英,刘卫华,秦福德,等. 降落伞充气过程中伞衣外形及流场变化研究[J]. 空气动力学学报,2011,29(3):288-301.
ZHANG H Y, LIU W H, Qin F D, et al. Study on the canopy shape and the flow field during parachute inflation process[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2011, 29(3): 288-301.

[7] 余莉,明晓. 降落伞的流场特性研究[J]. 空气动力学学报,2007,25(3):306-301.
YU L, MING X. Investigation on the characteristics of parachute flow-field[J]. Acta Aerodynam Ica Sinica, 2007, 25(3): 306-301.

[8] 高阳,胡杰,胡连桃,降落伞自动开伞器技术现状及发展方向[J]. 航空科学技术,2015,26(2),10-13.

- GAO Y, HU J, HU L T. Technology situation and future development of the automatic parachute opener[J]. *Aeronautical Science & Technology*, 2015, 26(2): 10-13.
- [9] 余莉, 史献林, 袁文明. 伞顶伞在降落伞拉直过程中的作用[J]. *南京航空航天大学学报*, 2009, 41(2): 198-201.
- YU L, SHI X L, YUAN W M. Effects of parachute deployment using attached apex drogue[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2009, 41(2): 198-201.
- [10] 徐宏, 曹义华. 降落伞典型开伞过程的试验研究[J]. *飞行力学*, 2012, 30(1): 74-78.
- XU H, CAO Y H. Experimental investigation in typical parachute opening process[J]. *Flight Dynamics*, 2012, 30(1): 74-78.
- [11] 余莉, 明晓, 陈丽君. 不同透气情况降落伞的流场试验研究[J]. *空气动力学学报*, 2008, 26(1): 19-24.
- YU LI, MING X, CHENG L J. Experimental investigation on the flow-field of different vent canopy[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2008, 26(1): 19-24.
- [12] 王侃, 曹义华, 于子文, 等. 降落伞流固耦合问题的数值模拟和流场分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2007, 33(9): 1029-1033.
- WANG K, CAO Y H, YU Z W, et al. Numerical simulation of parachute fluid-solid coupling problem and flow analysis[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2007, 33(9): 1029-1033.
- [13] 潘星, 胡利, 曹义华. 降落伞主充气阶段的动态仿真及流场分析[J]. *航空动力学报*, 2008, 23(1): 87-92.
- PAN X, HU L, CAO Y H. Analysis of dynamic simulation and fluid field of parachute in inflation stage[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2008, 23(1): 87-92.
- [14] CHENG H, YU L, YANG X S, et al. Numerical simulation of parachute opening process in finite mass situation[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2014, 22(2): 259-263.
- [15] 陈猛, 王璐, 程涵, 等. 降落伞充气过程流固耦合方法的数值预测分析[J]. *南京航空航天大学学报*, 2013, 45(4): 515-520.
- CHENG M, WANG L, CHENG H, et al. Numerical prediction analysis of parachute inflation process using fluid-structure interaction method[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2013, 45(4): 515-520.
- [16] 胡超斌, 杨延飞, 朱四如. 降落伞两次充气空投过程的建模与仿真[J]. *空军雷达学院学报*, 2011, 25(3): 209-212.
- HU C B, YANG Y Y, ZHU S R. Modeling and simulation of air-drop process with parachutes' twice inflating[J]. *Journal of Air Force Radar Academy*, 2011, 25(3): 209-212.

Mathematical Model and Numerical Calculation for Allocating Parachute in the Airdrop of Equipment

WU Songlin¹, LONG Yun¹, CHEN Tiyang², WU Duzhi¹

(1. Department of Fundamental Studies, Logistical Engineering University, Chongqing 401311;

2. Maths Group, High School Affiliated to Southwest University, Chongqing 400715, China)

Abstract: [Purposes] According to the physical parameters of equipment and parachute, the number equipped with parachute for different equipments in airdrop was studied. [Methods] Through reasonable hypothesis and mechanical analysis, differential equations model was established respectively for three stages of equipment airdrop. According to the construction of numerical solution method of the model and the actual parameters of different equipment, the minimum bearing force of parachute ropes and the minimum area of parachute canopy were gained by numerical calculation. [Findings] With the optimization of knowledge, the allocation model of selecting the parachute for different equipment was built, and the allocation result was gained by numerical calculation. [Conclusions] The established mathematical model and the numerical results could strengthen the understanding for the airdrop process, and have scientific allocation of parachute for different equipments.

Keywords: parachute; differential equation; mathematical model; traction ratio; numerical calculation

(责任编辑 许 甲)