

# 具有变时滞的模糊 Cohen-Grossberg 型神经网络 在有限时间内的控制同步\*

蒲 浩<sup>1</sup>, 刘衍民<sup>1</sup>, 黄建文<sup>1</sup>, 胡 成<sup>2</sup>

(1. 遵义师范学院 数学学院, 贵州 遵义 563006; 2. 新疆大学 数学与系统科学学院, 乌鲁木齐 830046)

**摘要:**【目的】研究一类具有变时滞的模糊 Cohen-Grossberg 型神经网络在有限时间内的同步。【方法】使用 Lyapunov 稳定性理论和一些不等式方法, 并恰当控制外部输入条件。【结果】得到新的模糊 Cohen-Grossberg 型神经网络在有限时间内的充分条件, 且驱动系统和响应系统在有限时间内实现同步。【结论】之前的一些关于神经网络的工作, 驱动系统和响应系统是在当时间  $t \rightarrow +\infty$  实现同步, 相比之下本文结论更加高效实用。

**关键词:**模糊 Cohen-Grossberg 型神经网络; 有限时间内同步; 变时滞;  $p$ -范数

中图分类号:O175.1

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2017)03-0064-05

自从 Cohen-Grossberg 型神经网络模型被 Cohen 和 Grossberg 在 1983 年提出以来<sup>[1]</sup>, Cohen-Grossberg 型神经网络的稳定性和同步的结论在科研领域和生产实践中已被广泛应用, 例如应用在联想记忆、生态系统、组合优化、人工智能系统等方面。因此许多研究者对该模型的稳定性和同步进行了广泛研究, 并得到一些重要的结论<sup>[2-4]</sup>。

过去的一些文章主要研究 Cohen-Grossberg 型神经网络的周期间歇同步、带有脉冲效应的同步、带有反应扩散项的同步、解的稳定性等。其中在带有脉冲效应的同步、带有反应扩散项的同步、解的稳定性等问题中, 都有一个共同的问题, 即只有当时间  $t \rightarrow +\infty$  时, 才能实现 Cohen-Grossberg 型神经网络系统的同步或者解的稳定性<sup>[5-6]</sup>。例如在文献[5]中, 作者研究了具有脉冲的 Cohen-Grossberg 型神经网络在噪声扰动下的延迟完全同步, 当在定义系统同步的式子  $E \|e(t)\|^2 \leq \|\varphi\|_F^2 e^{-at}$  时, 所研究的系统才能实现同步, 这种情况不够高效实用。

对于 Cohen-Grossberg 型神经网络的解在有限时间内的稳定性问题, 已经得到了广泛深入的研究<sup>[7-9]</sup>。但是对于模糊 Cohen-Grossberg 型神经网络在有限时间内的同步研究, 目前的研究结果比较少。本文通过一个重要的微分不等式, 在恰当的外部控制输入的条件下, 在有限的时间内实现了具有变时滞的模糊 Cohen-Grossberg 型神经网络的同步。相比于当时间  $t \rightarrow +\infty$ , 才能实现系统的同步, 本文结果更加实用高效。

## 1 模型和预备知识

考虑如下具有变时滞的模糊 Cohen-Grossberg 型神经网络模型模型:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \alpha_i(x_i(t)) \left[ -\beta_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \mu_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^n b_{ij} g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigwedge_{j=1}^n T_{ij} \mu_j + \bigvee_{j=1}^n c_{ij} f_j(x_j(t)) + \bigvee_{j=1}^n d_{ij} g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigvee_{j=1}^n H_{ij} \mu_j \right]. \quad (1)$$

其中,  $i \in I = \{1, 2, \dots, n\}$ ;  $x_i(t)$  是对第  $i$  个神经元的描述;  $\alpha_i(x_i(t))$  是扩大函数,  $\beta_i(x_i(t))$  是一个行为恰当函数;  $f_j, g_j$  为激活函数;  $\tau_{ij}(t)$  是信号转换时滞;  $\gamma_{ij}$  是模糊前馈模板元,  $a_{ij}, b_{ij}, T_{ij}$  都是模糊反馈最小模板元,  $c_{ij}, d_{ij}, H_{ij}$  都是模糊反馈最大模板元;  $\wedge$  和  $\vee$  分别表示模糊“和”和模糊“或”算子。

系统(1)的初值条件为:  $x_i(s) = \varphi_i(s)$ ,  $s \in [t_0 - \tau, t_0]$ ,  $t_0 \geq 0$ ,  $i \in I$ , 其中  $\tau = \max_{i \in I} \{\tau_i\}$ ,  $\varphi(s) = (\varphi_1(s), \varphi_2(s), \dots, \varphi_n(s))^T \in C = ([t_0 - \tau, t_0], \mathbf{R}^n)$  指的是把  $[t_0 - \tau, t_0]$  映射到  $\mathbf{R}^n$  上的所有连续函数组成的一个具有  $p$ -

\* 收稿日期:2016-04-01 修回日期:2017-01-04 网络出版时间:2017-05-02 17:24

资助项目:国家自然科学基金(No.71461027);贵州省自然科学基金(No.黔科合 KY[2014]295);遵义市 15851 人才资助项目(2013—2015 年);贵州省科技计划课题(No.黔科合 LH 字[2015]7053;No.黔科合 LH 字[2015]7005)

第一作者简介:蒲浩,男,讲师,研究方向为神经网络同步,E-mail:puhao2100@163.com

网络出版地址:<http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20170502.1724.016.html>

范数的 Banach 空间( $p \geq 2$  是一个正整数),其中  $p$ -范数在本文中定义形式为:

$$\|\varphi\| = \left( \sup_{s \in [t_0 - \tau, t_0]} \sum_{i=1}^n |\varphi_i(s)|^p \right)^{\frac{1}{p}}。 \quad (2)$$

对于系统(1),假设:

H<sub>1</sub>)  $f_j$  和  $g_j$  是有界的函数且满足 Lipschitzian 条件,即存在正常数  $M_j > 0, G_j > 0, L_j > 0, N_j > 0$  使得  $|f_j(x)| \leq M_j, |g_j(x)| \leq G_j, |f_j(y) - f_j(x)| \leq L_j |y - x|, |g_j(y) - g_j(x)| \leq N_j |y - x|$ , 对任意的  $x, y \in \mathbf{R}, j \in I$  成立。

H<sub>2</sub>) 存在常数  $\bar{\alpha}_i > 0, m_i > 0$ ,使得  $0 \leq \alpha_i(x) \leq \bar{\alpha}_i, |\alpha_i(y) - \alpha_i(x)| \leq m_i |y - x|$  对任意的  $i \in I, x, y \in \mathbf{R}$  成立。

H<sub>3</sub>) 存在一个常数  $h_i > 0$ ,使得  $\frac{\alpha_i(y)\beta_i(y) - \alpha_i(x)\beta_i(x)}{|y - x|} \geq h_i$ ,对任意  $i \in I, x, y \in \mathbf{R}$  且  $x \neq y$  成立。

把系统(1)作为主驱动系统。为了同步,引入如下的响应系统:

$$\frac{dy_i(t)}{dt} = \alpha_i(y_i(t)) \left[ -\beta_i(y_i(t)) + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}\mu_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^n a_{ij}f_j(y_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^n b_{ij}g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigwedge_{j=1}^n T_{ij}\mu_j + \bigvee_{j=1}^n c_{ij}f_j(y_j(t)) + \bigvee_{j=1}^n d_{ij}g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigvee_{j=1}^n H_{ij}\mu_j \right] + u_i(t)。 \quad (3)$$

其中  $u_i(t)$  是外部输入控制

$$u_i(t) = - \sum_{j=1}^n \xi_i (|b_{ij}| + |d_{ij}|) N_j |e_j(t - \tau_{ij}(t))| - c_i |e_i(t)|, \quad (4)$$

$\xi_i$  是一个常数且  $\xi_i > \bar{\alpha}_i$ 。

为了书写方便记  $c_i = \bar{\alpha}_i \sum_{j=1}^n |a_{ji}| L_i + \bar{\alpha}_i \sum_{j=1}^n |c_{ji}| L_i + m_i a_i + m_i \sum_{j=1}^n |b_{ij}| G_j + m_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}| M_j + m_i \sum_{j=1}^n |c_{ij}| M_j + m_i \sum_{j=1}^n |d_{ij}| G_j + q$ , 其中  $q > 0$ 。记  $a_i = \left| \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}\mu_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^n T_{ij}\mu_j + \bigwedge_{j=1}^n H_{ij}\mu_j \right|$ , 其中模糊“和”算子  $\wedge$  定义为  $\vartheta(x) \wedge \bar{\omega}(x) = \min\{\vartheta(x), \bar{\omega}(x)\}$ , 模糊“或”算子定义为  $\vartheta(x) \vee \bar{\omega}(x) = \max\{\vartheta(x), \bar{\omega}(x)\}$ 。

响应系统(3)的初值条件是:  $y_i(s) = \varphi_i(s), s \in [t_0 - \tau, t_0], i \in I$ , 其中  $\varphi_i(s) = (\varphi_1(s), \varphi_2(s), \dots, \varphi_n(s))^T \in C([t_0 - \tau, t_0], \mathbf{R}^n)$ 。这里定义  $e_i(t) = y_i(t) - x_i(t)$ 。

由驱动系统(1)和响应系统(3),可以得到如下的误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) = & -(\alpha_i(y_i(t))\beta_i(y_i(t)) - \alpha_i(x_i(t))\beta_i(x_i(t))) + \alpha_i(y_i(t)) \left[ \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}\mu_j + I_i + \right. \\ & \left. \bigwedge_{j=1}^n a_{ij}f_j(y_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^n b_{ij}g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigwedge_{j=1}^n T_{ij}\mu_j + \bigvee_{j=1}^n c_{ij}f_j(y_j(t)) + \bigvee_{j=1}^n d_{ij}g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) + \right. \\ & \left. \bigvee_{j=1}^n H_{ij}\mu_j - \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}\mu_j - I_i - \bigwedge_{j=1}^n a_{ij}f_j(x_j(t)) - \bigwedge_{j=1}^n b_{ij}g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) - \bigwedge_{j=1}^n T_{ij}\mu_j - \bigvee_{j=1}^n c_{ij}f_j(x_j(t)) - \right. \\ & \left. \bigvee_{j=1}^n d_{ij}g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) - \bigvee_{j=1}^n H_{ij}\mu_j \right] + u_i(t) + (\alpha_i(y_i(t)) - \\ & \alpha_i(x_i(t))) \left[ \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}\mu_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^n a_{ij}f_j(x_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^n b_{ij}g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \right. \\ & \left. \bigwedge_{j=1}^n T_{ij}\mu_j + \bigvee_{j=1}^n c_{ij}f_j(x_j(t)) + \bigvee_{j=1}^n d_{ij}g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigvee_{j=1}^n H_{ij}\mu_j \right] = -(\alpha_i(y_i(t))\beta_i(y_i(t)) - \\ & \alpha_i(x_i(t))\beta_i(x_i(t))) + \alpha_i(y_i(t)) \left[ \bigwedge_{j=1}^n a_{ij}f_j(y_j(t)) - \bigwedge_{j=1}^n a_{ij}f_j(x_j(t)) + \right. \\ & \left. \bigwedge_{j=1}^n b_{ij}g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) - \bigwedge_{j=1}^n b_{ij}g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigvee_{j=1}^n c_{ij}f_j(y_j(t)) - \bigvee_{j=1}^n c_{ij}f_j(x_j(t)) + \right. \\ & \left. \bigvee_{j=1}^n d_{ij}g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) - \bigvee_{j=1}^n d_{ij}g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) \right] + u_i(t) + \\ & (\alpha_i(y_i(t)) - \alpha_i(x_i(t))) \left[ \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}\mu_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^n a_{ij}f_j(x_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^n b_{ij}g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \right. \\ & \left. \bigwedge_{j=1}^n T_{ij}\mu_j + \bigvee_{j=1}^n c_{ij}f_j(x_j(t)) + \bigvee_{j=1}^n d_{ij}g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigvee_{j=1}^n H_{ij}\mu_j \right]。 \end{aligned} \quad (5)$$

## 2 辅助引理

为了证明的需要引入下列引理。

**引理 1<sup>[10]</sup>** 假设  $x$  与  $y$  是系统(1)和系统(3)中的两个状态变量,则下列不等式成立:

$$\begin{aligned} \left| \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} f_j(y) - \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} f_j(x) \right| &\leq \sum_{j=1}^n |a_{ij}| |f_j(y) - f_j(x)|, \\ \left| \bigwedge_{j=1}^n b_{ij} f_j(y) - \bigwedge_{j=1}^n b_{ij} f_j(x) \right| &\leq \sum_{j=1}^n |b_{ij}| |f_j(y) - f_j(x)|, \\ \left| \bigvee_{j=1}^n c_{ij} f_j(y) - \bigvee_{j=1}^n c_{ij} f_j(x) \right| &\leq \sum_{j=1}^n |c_{ij}| |f_j(y) - f_j(x)|, \\ \left| \bigvee_{j=1}^n d_{ij} f_j(y) - \bigvee_{j=1}^n d_{ij} f_j(x) \right| &\leq \sum_{j=1}^n |d_{ij}| |f_j(y) - f_j(x)|. \end{aligned}$$

结合假设  $H_1$ )和引理 1,下列不等式成立:

$$\left| \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j) \right| \leq \sum_{j=1}^n |a_{ij}| M_j, \quad \left| \bigwedge_{j=1}^n b_{ij} g_j(x_j) \right| \leq \sum_{j=1}^n |b_{ij}| G_j, \quad (6)$$

$$\left| \bigvee_{j=1}^n c_{ij} f_j(x_j) \right| \leq \sum_{j=1}^n |c_{ij}| M_j, \quad \left| \bigvee_{j=1}^n d_{ij} g_j(x_j) \right| \leq \sum_{j=1}^n |d_{ij}| G_j. \quad (7)$$

**引理 2<sup>[11]</sup>** 存在一个连续且正定的函数  $V(t)$ ,常数  $\lambda > 0, 0 < \theta < 1$ ,若微分不等式  $\dot{V}(t) \leq -\lambda V^\theta(t), t \geq t_0$ ,  $V(t_0) \geq 0$  成立,则对任意给定的  $t_0$ ,下列不等式  $V^{1-\theta}(t) \leq V^{1-\theta}(t_0) - \lambda(1-\theta)(t-t_0), t_0 \leq t \leq T$  成立,同时当  $t \geq T, V(t) = 0$ ,其中  $T = t_0 + \frac{V^{1-\theta}(t_0)}{\lambda(1-\theta)}$ 。

**定义 1** 对于驱动系统(1)和响应系统(3),若存在一个有限的时间常数  $T \geq 0$ ,使得  $\lim_{t \rightarrow T} \|y(t) - x(t)\| = 0$ ,同时当  $t \geq T$  时  $\|y(t) - x(t)\| = 0$ ,则驱动系统(1)和响应系统(3)是在有限时间  $(t_0, T]$  内同步的。

## 3 主要结果

**定理 1** 如果  $H_1 \sim H_3$  都成立,且存在一个恰当的外部控制输入  $u_i(t)$ ,则驱动系统(1)和响应系统(3)在有限时间  $(t_0, T]$  内是同步的,其中  $T = t_0 + \frac{V^{1-\theta}(t_0)}{\rho q(1-\theta)}$ 。

**证明** 构造如下形式的 Lyapunov 函数

$$V(t) = \sum_{i=1}^n |e_i(t)|^p, \quad (8)$$

结合(4)式至(7)式,由假设  $H_1$  至  $H_3$  可知,对  $V(t)$  关于  $t$  计算 Dini 右上导数,可以得到:

$$\begin{aligned} D^+ V(t) &= \sum_{i=1}^n p |e_i(t)|^{p-1} \operatorname{sign}(e_i(t)) \dot{e}_i(t) = \\ &= \sum_{i=1}^n p |e_i(t)|^{p-1} \operatorname{sign}(e_i(t)) \left[ -(\alpha_i(y_i(t)) \beta_i(y_i(t)) - \alpha_i(x_i(t)) \beta_i(x_i(t))) + \alpha_i(y_i(t)) \left[ \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} f_j(y_j(t)) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^n b_{ij} g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) - \bigwedge_{j=1}^n b_{ij} g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigvee_{j=1}^n c_{ij} f_j(y_j(t)) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \bigvee_{j=1}^n c_{ij} f_j(x_j(t)) + \bigvee_{j=1}^n d_{ij} g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) - \bigvee_{j=1}^n d_{ij} g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) \right] + u_i(t) + (\alpha_i(y_i(t)) - \right. \\ &\quad \left. \alpha_i(x_i(t))) \left[ \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \mu_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^n b_{ij} g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \bigwedge_{j=1}^n T_{ij} \mu_j + \bigvee_{j=1}^n c_{ij} f_j(x_j(t)) + \bigvee_{j=1}^n d_{ij} g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigvee_{j=1}^n H_{ij} \mu_j \right] \leqslant \right. \\ &\quad \left. \sum_{i=1}^n p |e_i(t)|^{p-1} \left[ -h_i |e_i(t)| + \bar{\alpha}_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}| L_j |e_j(t)| + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \bar{\alpha}_j \sum_{i=1}^n |b_{ij}| N_j |e_j(t - \tau_{ij}(t))| + \bar{\alpha}_i \sum_{i=j}^n |c_{ij}| L_j |e_j(t)| + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \bar{\alpha}_i \sum_{j=1}^n |d_{ij}| N_j |e_j(t - \tau_{ij}(t))| + m_i |e_i(t)| a_i + m_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}| M_j |e_i(t)| + \\
& m_i \sum_{j=1}^n |c_{ij}| M_j |e_i(t)| + m_i \sum_{j=1}^n |b_{ij}| G_j |e_i(t)| + m_i \sum_{j=1}^n |d_{ij}| G_j |e_i(t)| - \\
& \sum_{j=1}^n \xi_i (|b_{ij}| + |d_{ij}|) N_j |e_j(t - \tau_{ij}(t))| - c_i |e_i(t)| \Big] \leqslant \\
& \sum_{i=1}^n p |e_i(t)|^p \left[ -h_i + \bar{\alpha}_i \sum_{j=1}^n |a_{ji}| L_i + \bar{\alpha}_i \sum_{j=1}^n |c_{ji}| L_i + m_i a_i + m_i \sum_{j=1}^n |b_{ij}| G_j + \right. \\
& \left. m_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}| M_j + m_i \sum_{j=1}^n |c_{ij}| M_j + m_i \sum_{j=1}^n |d_{ij}| G_j - c_i \right] \leqslant \\
& - \sum_{i=1}^n q p |e_i(t)|^p \leqslant -pqV^\theta(t).
\end{aligned}$$

由引理 2 的结论可知,  $V^{1-\theta}(t) \leq V^{1-\theta}(t_0) - pq(1-\theta)(t-t_0)$ ,  $T = t_0 + \frac{V^{1-\theta}(t_0)}{pq(1-\theta)}$ ,  $t \geq T$  时,  $\|y(t) - x(t)\| = 0$ 。

所以当  $t \rightarrow T$  时,  $\|y(t) - x(t)\| = 0$ ,  $t \geq T$  时,  $\|y(t) - x(t)\| = 0$ 。说明驱动系统(1)和响应系统(3)在有限时间  $(t_0, T]$  内是同步的。证毕

#### 4 推论

在过去的一些文章中,对于驱动系统(1)和响应系统(3)中,当  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|y(t) - x(t)\| = 0$  时驱动系统(1)和响应系统中(3)才能同步,而在本文中,当  $\lim_{t \rightarrow T} \|y(t) - x(t)\| = 0$  时,驱动系统(1)和响应系统(3)是同步的,其中  $T$  是有限时间量。因此,本文的结论更加实用有效。当系统(1)中的扩大函数  $\alpha_i(x_i(t)) \equiv 1$  时,驱动系统(1)就成了如下的具有变时滞的模糊细胞神经网络模型:

$$\begin{aligned}
\frac{dx_i(t)}{dt} = & -\beta_i(x_i(t)) + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \mu_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} f_j(x_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^n b_{ij} g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \\
& \bigwedge_{j=1}^n T_{ij} \mu_j + \bigvee_{j=1}^n c_{ij} f_j(x_j(t)) + \bigvee_{j=1}^n d_{ij} g_j(x_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigvee_{j=1}^n H_{ij} \mu_j. \tag{9}
\end{aligned}$$

响应系统(3)变为:

$$\begin{aligned}
\frac{dy_i(t)}{dt} = & -\beta_i(y_i(t)) + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \mu_j + I_i + \bigwedge_{j=1}^n a_{ij} f_j(y_j(t)) + \bigwedge_{j=1}^n b_{ij} g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigwedge_{j=1}^n T_{ij} \mu_j + \\
& \bigvee_{j=1}^n c_{ij} f_j(y_j(t)) + \bigvee_{j=1}^n d_{ij} g_j(y_j(t - \tau_{ij}(t))) + \bigvee_{j=1}^n H_{ij} \mu_j + u_i(t). \tag{10}
\end{aligned}$$

从而可以设定如下假设条件:

$H_4$ ) 存在常数  $\eta_i > 0$ ,  $\frac{\beta_i(y) - \beta_i(x)}{y - x} > \eta_i$ , 对任意的  $i \in I, x, y \in \mathbf{R}$  成立。

其中外部输入控制为:

$$u_i(t) = - \sum_{j=1}^n (|b_{ij}| + |d_{ij}|) N_j |e_j(t - \tau_{ij}(t))| - c_i |e_i(t)|, \tag{11}$$

为了书写方便记  $c_i = \sum_{j=1}^n |a_{ji}| L_i + \sum_{j=1}^n |c_{ji}| L_i + q$ , 其中  $q > 0$ 。

根据定理 1,有如下推论:

**推论 1** 如果假设  $H_1$  和  $H_4$  成立,在外部输入  $u_i(t)$  控制下,则驱动系统(9)和响应系统(10)在有限时间  $(t_0, T]$  内是同步的,其中  $T = t_0 + \frac{V^{(1-\theta)}(t_0)}{pq(1-\theta)}$ 。

#### 参考文献:

- [1] COHEN M A, GROSSBERG S. Absolute stability of global pattern formation and parallel memory storage by competitive neural networks[J]. IEEE Trans Syst, Man and Cybernetics, 1983, 13(5): 815-826.

- [2] WU W, CUI B T. Global exponential stability of Cohen-Grossberg neural networks with distributed delays[J]. Neurocomputing, 2008, 47(9):386-391.
- [3] LI T, SONG A G, FEI S M. Synchronization control for arrays of coupled discrete time-delayed Cohen-Grossberg neural networks[J]. Neurocomputing, 2010, 74(1):197-204.
- [4] YU J, HU C, JIANG H J. Exponential Synchronization of Cohen-Grossberg neural networks via periodically intermittent control[J]. Neurocomputing, 2011, 74(10):1776-1782.
- [5] ZHANG C. Complete synchronization for impulsive Cohen-Grossberg neural networks with delay under noise perturbation[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009, 42(3):1664-1669.
- [6] ZHU Q X, LI X D. Exponential and almost sure exponential stability of stochastic fuzzy delayed Cohen-Grossberg neural networks[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2012, 203:74-94.
- [7] SERGEY G N, WASSIM M H. Finite-time stabilization of nonlinear impulsive dynamical systems[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2008, 2(3):832-845.
- [8] ZHANG X, FENG G, SUN, Y H. Finite-time stabilization by state feedback control for a class of time-varying nonlinear systems[J]. Automatica, 2012, 48(3):499-504.
- [9] REN H L, ZONG G D, HOU L L. Finite-time control of interconnected impulsive switched systems with time-varying delay[J]. Applied Mathematics and Computation, 2016, 276:143-157.
- [10] YANG T, YANG L B. The global stability of fuzzy cellular neural networks[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems Part I, 1996, 43(10):880-883.
- [11] WANG H, HAN Z Z, WEI Z. Finite-time chaos synchronization of unified chaotic system with uncertain parameters [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2009, 14(5):2239-2247.

## Finite Time Control Synchronization of Fuzzy Cohen-Grossberg Type Neural Networks with Time-varying Delays

PU Hao<sup>1</sup>, LIU Yanmin<sup>1</sup>, HUANG Jianwen<sup>1</sup>, Hu Cheng<sup>2</sup>

(1. School of Mathematics, Zunyi Normal College, Guizhou Zunyi 563006;

2. School of Mathematics and Systems Science, Xinjiang University, Urumqi 830046, China)

**Abstract:** [Purposes] The finite-time synchronization for a class of fuzzy Cohen-Grossberg neural networks with time-varying delays is studied. [Methods] Through Lyapunov stability theory and some inequality methods, and under the proper control of external input conditions. [Findings] Some new sufficient conditions for the fuzzy Cohen-Grossberg neural network in finite time synchronization are obtained, and the synchronization between the drive system and the response system is realized in a finite time. [Conclusions] In the past some neural network articles, the drive system and the response system are synchronized in the time  $t \rightarrow +\infty$ . In contrast, the conclusions of this paper are more efficient and practical.

**Keywords:** fuzzy Cohen-Grossberg neural network; finite time synchronization; variable time delay;  $p$ -norm

(责任编辑 许 甲)