2016 年度重庆市出版专项基金资助栏目 DOI:10.11721/cqnuj20170618

运筹学与控制论

模糊多目标规划在制定最优竞标方案中的应用*

白富生

(重庆师范大学 数学科学学院,重庆 401331)

摘要:【目的】针对已有文献提出的一类工程项目的招投标问题,给出了一种使用模糊多目标规划技术进行建模以制定最优竞标方案的方法。【方法】将投标方在利润上的基本目标及招标方所提出的对项目目标的要求作为必须满足的约束来处理,并将最大化投标方所获利润、项目质量等级、安全性能、环境性能,最小化投标方工程成本、项目所需时间作为模型目标函数。【结果】通过对每个目标函数引入分段线性满意度函数,建立了模糊多目标规划模型,并采用加权求和法进行求解。文中给出了具体实例以详细说明建模及求解的过程。【结论】模糊多目标规划技术可以为制定最优竞标方案提供有力工具。

关键词:竞标;模糊多目标规划;满意度函数;最优竞标方案

中图分类号:O223 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-6693(2017)06-0001-06

在项目的招投标过程中招标方通常会依据投标方(承包方)的竞争力对投标方进行排名。通常情况下,每个承包商提交自己最满意或具有最大竞争力的投标方案。Drew 和 Skitmore[1]提出了一种多元回归模型方法,建立承包商竞争力和项目属性之间的关系,这里的项目属性包括合同类型、合同规模等。他们的结果表明,不同的合同规模和类型会改变承包商的竞争力。这些模型主要考虑投标价格,往往无法衡量承包商总体竞争力。事实上,项目客户也意识到只关注价格,得不到优质的服务,他们也越来越注重项目的多个目标。另一方面,对于承包方,他们不仅要考虑尽可能达到项目的多个目标,而且还要考虑自身的利润。

已经有一些研究工作致力于考虑如何在这种情况下为承包商制定更有效的投标策略。Fayek[2]开发了原型软件投标工具,可以帮助承包商制定有竞争力的投标策略。此原型软件通过考虑影响利润水平的多个因素找出在投标中最具有竞争力的利润水平。文献[3]提出了一种基于目标规划(Goal programming)的多目标竞价策略,此文献利用目标规划技术来制定最有竞争力的投标策略。目标规划作为量化工具可以让决策者在处理问题时尽可能满足各种目标和约束[4]。然而,文献[3]中的方法没有考虑承包商所投入资源的成本,而且文中采用的目标规划方法直接以软约束的方式处理招标方所设定的项目目标,因此给出的竞标方案通常不能完全满足招标方的基本要求。

本文用模糊多目标规划技术对文献[3]提出的建筑项目竞标问题进行建模,利用 Matlab 工具箱中的 Linprog 函数对所建模型进行求解。所建模型综合考虑了招标方提出的 5 个目标,即工程造价、施工时间、质量标准、安全性能和环境性能,在模型中要求工程造价和施工时间不大于招标方所给出的目标值,而质量标准、安全性能和环境性能不小于招标方给出的目标值,同时还考虑到了承包商自身的利润目标,在模型中要求招标方的利润不少于某个给定值。通过在模型中引入满意度函数,从投标方的角度出发,对竞标问题模型的目标函数给出了更切合实际的刻画,从而得到一个模糊多目标规划模型。本文通过一个实例详细说明了具体的建模和求解过程。

1 预备知识

1.1 多目标线性规划

在给定的线性约束条件下,同时对多个线性目标函数进行最优化的问题称为多目标线性规划问题[5-6],可以

* **收稿日期:**2017-05-21 **修回日期:**2017-06-13 **网络出版时间:**2017-11-10 15:35

资助项目:国家自然科学基金(No.11471062)

第一作者简介:白富生,男,教授,博士,研究方向为最优化理论与方法,E-mail:fsbai@cqnu.edu.cn

网络出版地址:http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20171110.1535.002.html

表示如下：

$$\begin{aligned}&\min\ (c_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x},c_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x},\cdots,c_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}},\\ &\text{s.t. } \boldsymbol{Ax}\leqslant\boldsymbol{d},\\ &\quad\ \boldsymbol{x}\geqslant 0。\end{aligned}\tag{1}$$

这里 $c_i=(c_{i1},c_{i2},\cdots,c_{in})^{\mathrm{T}},i=1,2,\cdots,k$，且 $\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix},\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{pmatrix},\boldsymbol{d}=\begin{pmatrix}d_1\\d_2\\\vdots\\d_m\end{pmatrix}$。

1.2 模糊多目标规划

通过为问题(1)中目标函数的每个分量函数 $c_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$ 引入隶属度函数 μ_i[5]，得到如下模糊多目标规划问题：

$$\begin{aligned}&\min\ [\mu_1(c_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}),\mu_2(c_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}),\cdots,\mu_k(c_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}},\\ &\text{s.t. } \boldsymbol{Ax}\leqslant\boldsymbol{d},\\ &\quad\ \boldsymbol{x}\geqslant 0。\end{aligned}\tag{2}$$

也可以进一步为约束函数引入隶属度函数，得到更一般的模糊多目标规划问题。利用聚集函数，可以把模糊多目标规划问题转化为单目标规划问题。常用的构造聚集函数的方法有最大最小函数法以及加权求和法，本文使用加权求和法构造聚集函数[7]。

2 最优投标策略的选择

2.1 文献[3]中的目标规划模型

考虑某类工程项目的投标问题。文献[3]中，作者定义投标方(承包商)的4个能力属性分别为技术能力 X_1、管理能力 X_2、经济能力 X_3 及健康和安全标准 X_4。同时，定义招标方的5个项目目标分别为工程造价 b_1、施工时间 b_2、质量标准 b_3、安全性能 b_4 和环境性能 b_5。更大的 $b_i(i=3,4,5)$ 值分别对应于更好的质量，更高的安全性能及更佳的环境性能。

设承包商通过使用能力资源 X_1,X_2,X_3,X_4 来达到目标 $b_i,i=1,2,\cdots,5$。文献[3]使用目标规划技术将此约束描述为：

$$\sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j\approx b_i,i=1,2,3,4,5。\tag{3}$$

这里 ω_{ij} 表示消耗每单位能力资源 X_j 为实现目标 b_i 所做的贡献值。左右两边可能不等意味着承包商所给出的项目目标值与招标方的要求可能不同，因此称此类约束为“软约束”。通过引入两个非负参数 u_i 和 v_i，(3)式可写为：

$$\sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j+u_i-v_i=b_i(u_i\geqslant 0,v_i\geqslant 0),i=1,2,\cdots,5,\tag{4}$$

这里 $u_i\cdot v_i=0$，(4)式称为目标约束。表达式 $\sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j$ 和 b_i 之间的差 u_i+v_i 可以用来刻画承包商在争取达到目标 b_i 时的表现。u_i+v_i 越小，说明承包商的表现越好。于是此投标问题的目标为 $\min\sum_{i=1}^{5}p_i(u_i+v_i)$，这里 p_i 为体现目标优先度所引入的参数。另一方面，考虑到承包商资源的有限性，各个能力资源值 X_j 应满足：$X_j\leqslant X_j^0$，$j=1,2,3,4$。这里 X_j^0 表示承包商对于能力资源 X_j 所能承担的最高值。

文献[3]给出的寻求最优竞价策略的目标规划问题如下：

$$\begin{aligned}&\min\ \sum_{j=1}^{5}p_i(u_i+v_i),\\ &\text{s.t. } \sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j+u_i-v_i=b_i,\\ &\quad\ X_j\leqslant X_j^0,\\ &\quad\ u_i,v_i,X_j\geqslant 0,i=1,\cdots,5;j=1,\cdots,4。\end{aligned}$$

2.2 模糊多目标规划模型

文献[3]给出的目标规划模型包括了 X_j 的上界约束，但并没有考虑到承包商所付出的能力资源 X_j 的实际成本。一般来说，这在投标实践中行不通，因为承包商需要考虑承包工程项目的成本并核算利润水平。以 C_j 表示每单位 X_j 所产生的费用，则总费用为 $C=\sum_{j=1}^{4}C_jX_j$。通常情况下 C 应该比招标方所给出的指导性工程造价 b_1 低，并且承包商承揽该工程所得利润 b_1-C 不应低于某个预先设定的值 p_0，否则承包商没有必要参加竞标。另外，一般来讲，承包商所提方案应该达到招标方的基本项目目标，否则不可能成功竞标，所以在模型中把招标方的基本要求作为"硬"约束（不能违反的约束）来处理更为合理。于是：

$$\sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j \leqslant b_i, i=1,2;$$

$$\sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j \geqslant b_i, i=3,4,5;$$

$$b_1-\sum_{j=1}^{4}C_jX_j \geqslant p_0。$$

应该作为最优竞标模型的约束条件。引入非负松弛变量 u_1,u_2,v_3,v_4,v_5,p，上述约束条件可改写为：

$$\sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j + u_i = b_i, i=1,2;$$

$$\sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j - v_i = b_i, i=3,4,5;$$

$$b_1-\sum_{j=1}^{4}C_jX_j - p = p_0。$$

显然，承包方希望最大程度地获取利润。此外，对于投标方工程成本、项目所需时间这两个指标而言，承包商所给出的方案的相应指标值越小，他的方案越有竞争力。而对于质量等级、安全性能、环境性能这 3 个指标，承包商所给方案的相应指标值越大，就越有竞争力。因此，可用 $\max\,(u_1,u_2,v_3,v_4,v_5,p)^{\mathrm{T}}$ 作为竞标模型的目标。于是完整的寻求最优竞价策略的多目标线性规划模型可表述如下：

$$\max\,(u_1,u_2,v_3,v_4,v_5,p)^{\mathrm{T}},$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} b_1-\sum_{j=1}^{4}C_jX_j - p = p_0 \\ \sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j + u_i = b_i, i=1,2 \\ \sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j - v_i = b_i, i=3,4,5 \\ X_j \geqslant 0, j=1,2,3,4 \\ u_i \geqslant 0, i=1,2 \\ v_i \geqslant 0, i=3,4,5 \\ p \geqslant 0 \end{cases}。$$

考虑到竞标问题的实际情况，假定投标方的决策者对此问题的每个目标函数都具有"模糊目标"，例如，希望每个目标都充分大于或等于某个数，于是相应的线性满意度函数的表达式可取如下形式：

$$\mu_i(t)=\begin{cases} 0, t \leqslant o_i \\ \dfrac{t-o_i}{q_i-o_i}, o_i < t < q_i \\ 1, t \geqslant q_i \end{cases}。\tag{5}$$

这里 $i=1,2,\cdots,6$；o_i，q_i 为预先给定的衡量承包商达到工程目标程度的两个端点，在这两点满意度函数分别取 0 和 1。满意度函数取值越大，说明相应目标达到的程度越好。利用满意度函数 $\mu_i(t)$，此承包商最优投标策略问题可以由如下模糊多目标最优化模型来刻画：

$$\max\ (\mu_1(u_1),\mu_2(u_2),\mu_3(v_1),\mu_4(v_2),\mu_5(v_3),\mu_6(p))^{\mathrm{T}},$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j+u_i=b_i,i=1,2\\ \sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j-v_i=b_i,i=3,4,5\\ b_1-\sum_{j=1}^{4}C_jX_j-p=p_0\\ X_j\geqslant 0,j=1,2,3,4\\ u_j\geqslant 0,j=1,2\\ v_j\geqslant 0,j=3,4,5\\ p\geqslant 0\end{cases}。$$

为了简便起见，本文采用加权求和法求解此模糊多目标规划模型，即求解：

$$(\mathrm{P})\quad \max\ w_1\mu_1(u_1)+w_2\mu_2(u_2)+w_3\mu_3(v_1)+w_4\mu_4(v_2)+w_5\mu_5(v_3)+w_6\mu_6(p),$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j+u_i=b_i,i=1,2\\ \sum_{j=1}^{4}\omega_{ij}X_j-v_i=b_i,i=3,4,5\\ b_1-\sum_{j=1}^{4}C_jX_j-p=p_0\\ X_j\geqslant 0,j=1,2,3,4\\ u_j\geqslant 0,j=1,2\\ v_j\geqslant 0,j=3,4,5\\ p\geqslant 0\end{cases}。$$

这里 w_i，$i=1,2,\cdots,6$ 是分配到目标函数的权重系数，满足 $w_i\geqslant 0$，$i=1,2,\cdots,6$ 且至少有一个 w_i 不为 0。注意到问题(P)为单目标规划问题。

3 模糊多目标规划模型在具体实例中的应用

在文献[3]给出的具体实例基础上，给出如下例子。

例 1 某建筑公司(投标方)考虑投标一栋办公大楼的建设项目。该公司的 4 个能力资源(技术能力 x_1、管理能力 x_2、经济能力 x_3、健康和安全标准 x_4)满足约束条件：

$$6\leqslant x_1\leqslant 10,6\leqslant x_2\leqslant 10,6\leqslant x_3\leqslant 10,6\leqslant x_4\leqslant 10。$$

招标方对此项目的 5 个项目目标的要求及该建筑公司在项目中使用 4 个能力属性的最低值时所达到的项目目标值(称为投标方基本项目目标值)如表 1 所示。显然，投标方基本项目目标值与招标方的要求相比，工程造价 b_1 增加了 $(10-9)\div 10=10\%$，施工时间 b_2 增加了 $(600-540)\div 600=10\%$，质量标准 b_3 减少了 $9-6=3$(层级)，安全性能 b_4 减少了 $8-6=2$(层级)，环境性能 b_5 减少了 $8-6=2$(层级)。

表 1 招标方要求和投标方基本性能目标

Tab. 1 Client's specification and contractor's basic performance

项目目标	招标方要求	投标方基本项目目标值
工程造价/百万元	9	10
施工时间/d	540	600
质量标准/层级	9	6
安全性能/层级	8	6
环境性能/层级	8	6

假定投标方每单位能力资源的增加对项目目标所做的贡献如表 2 所示。

表 2　投标方每单位能力资源的增加对项目目标所做贡献

Tab. 2　Contribution for objective performance improvement by each unit of competence increment

增加的能力资源	随每单位能力资源的增加而变化的量				
	减少的工程造价比/%	减少的施工时间比/%	提高的质量标准	提高的安全性能	提高的环境性能
x_1-6	2.8	3	0.5	0.15	0
x_2-6	2.7	2.5	0.6	0.2	0.6
x_3-6	1.5	0	0	0	0
x_4-6	0	0.15	0.15	0.65	0.2

另外，假定每单位 x_j 为投标方产生的费用 c_j（单位：百万元）分别为：$c_1=c_2=c_3=c_4=0.25$，并且投标方决策者要求承包此项目的利润最低为 0.5（单位：百万元）。

为寻求最优竞标策略，依据建立问题(P)的思想，建立如下规划问题模型(P1)：

$$(\text{P1})\quad \max w_1\mu_1(u_1)+w_2\mu_2(u_2)+w_3\mu_3(v_1)+w_4\mu_4(v_2)+w_5\mu_5(v_3)+w_6\mu_6(p),$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}2.8\%(x_1-6)+2.7\%(x_2-6)+1.5\%(x_3-6)-u_1=10\%\\3\%(x_1-6)+2.5\%(x_2-6)+0.15\%(x_4-6)-u_2=10\%\\0.5(x_1-6)+0.6(x_2-6)+0.15(x_4-6)-v_3=3\\0.15(x_1-6)+0.2(x_2-6)+0.65(x_4-6)-v_4=2\\0.6(x_2-6)+0.2(x_4-6)-v_5=2\\10-(0.25x_1+0.25x_2+0.25x_3+0.25x_4)-p=0.5\\6\leqslant x_1\leqslant 10\\6\leqslant x_2\leqslant 10\\6\leqslant x_3\leqslant 10\\6\leqslant x_4\leqslant 10\\0\leqslant u_1,0\leqslant u_2,0\leqslant v_3,0\leqslant v_4,0\leqslant v_5,0\leqslant p\end{cases}。$$

这里满意度函数 μ_i 具有(5)式中的形式。下面考虑函数 μ_i 中参数 $o_i,q_i,i=1,2,\cdots,6$ 的选取。为简单起见，取 $o_i=0,i=1,2,\cdots,6$。为了确定 q_i，考虑问题(P1)中的单个约束。关于工程造价的约束为：

$$2.8\%(x_1-6)+2.7\%(x_2-6)+1.5\%(x_3-6)-u_1=10\%。$$

若其中的决策变量 x_1,x_2,x_3 均取上界 10，则 u_1 取最大值 0.18，因此令 $q_1=0.18$。关于施工时间的约束为 $3\%(x_1-6)+2.5\%(x_2-6)+0.15\%(x_4-6)-u_2=10\%$；若其中的决策变量 x_1,x_2,x_4 均取上界 10，则 u_2 取最大值 0.126，因此令 $q_2=0.126$。关于质量标准的约束为 $0.5(x_1-6)+0.6(x_2-6)+0.15(x_4-6)-v_3=3$；若其中的决策变量 x_1,x_2,x_4 均取上界 10，则 v_3 取最大值 2，因此令 $q_3=2$。关于安全性能的约束为 $0.15(x_1-6)+0.2(x_2-6)+0.65(x_4-6)-v_4=2$；若其中的决策变量 x_1,x_2,x_4 均取上界 10，则 v_4 取最大值 2，因此令 $q_4=2$。关于安全性能的约束为 $0.6(x_2-6)+0.2(x_4-6)-v_5=2$；若其中的决策变量 x_2,x_4 均取上界 10，则 v_5 取最大值 1.2，因此令 $q_5=1.2$。最后考虑关于利润率的约束 $10-(0.25x_1+0.25x_2+0.25x_3+0.25x_4)-p=0.5$；若其中的决策变量 x_1,x_2,x_3,x_4 均取下界 6，则 p 取最大值 3.5，因此令 $q_6=3.5$。由此给出(P1)中的满意度函数

$$\mu_i(t)=\begin{cases}0,t\leqslant 0\\ \dfrac{t}{q_i},0<t<q_i\\ 1,t\geqslant q_i\end{cases}，其中\ i=1,2,\cdots,6,q_1=0.18,q_2=0.126,q_3=2,q_4=2,q_5=1.2,q_6=3.5。$$

于是问题(P1)成为一个线性规划问题。为简单起见，令问题(P1)目标函数中权重系数 $w_i,i=1,2,\cdots,6$，取 $w_1=w_2=w_3=w_4=w_5=1,w_6=10$。

可以利用多种最优化软件求解问题(P1)。本文选用 Matlab 2013a 自带的 Optimization 工具箱中的 linprog 函数进行求解，得出此问题的最优解为 $x_1=10.000\,0,x_2=10.000\,0,x_3=6.000\,0,x_4=6.923\,1,u_1=0.120\,0,u_2=0.121\,4,v_3=1.538\,5,v_4=0.000\,0,v_5=0.584\,6,p=1.269\,2$。

这里精确到小数点后4位。因此，当该公司技术能力取10，管理能力取10，经济能力取6，健康和安全标准取6.923 1时，可以得到一种最优竞标策略。此时工程造价为$10\times(1-10\%-u_1)=7.8$(单位：百万元)，施工时间为$600\times(1-10\%-u_2)=467.16$(单位：d)，质量标准为$9+v_3=10.538\ 5$(单位：层级)，安全性能为$8+v_4=8$(单位：层级)，环境性能为$8+v_5=8.584\ 6$(单位：层级)，投标方利润为$0.5+p=1.769\ 2$(单位：百万元)。一般来说，采用不同的权重系数，会得到不同的最优解。投标方决策者可以根据公司的具体情况调节权重系数。

参考文献：

[1] DREW D，SKITMORE R.Prequalification and-competitiveness[J].Omega，1993，21(3)：363-375.

[2] FAYEK A.Competitive bidding strategy model and software system for bid preparation[J].Journal of Construction Engineering and Management，1998，124(1)：1-10.

[3] TAN Y T，SHEN L Y，LU W S，et al.Multiple-objective bidding strategy using goal programming technique[J].Management Decision，2008，46(4)：656-661.

[4] JONES D，TAMIZ M.Practical goal programming[M].New York：Springer，2010.

[5] SAKAWA M，YANO H，NISHIZAKI I.Linear and multiobjective programming with fuzzy stochastic extensions[M].New York：Springer，2013.

[6] 赵洁.一类不可微多目标规划的Mond-Weir型对偶[J].重庆师范大学学报(自然科学版)，2017，34(3)：1-5.
ZHAO J.Mond-Weir duality for a class of nondifferentiable multiobjective programming[J].Journal of Chongqing Normal University(Natural Science)，2017，34(3)：1-5.

[7] 周雪刚.具有模糊系数的多目标模糊正项几何规划的解法[J].重庆师范大学学报(自然科学版)，2013，30(6)：31-35.
ZHOU X G.A method for solving multi-objective fuzzy posynomial geometric programming with fuzzy coefficients[J].Journal of Chongqing Normal University(Natural Science)，2013，30(6)：31-35.

Operations Research and Cybernetics

An Application of the Fuzzy Multi-objective Programming in Optimal Bidding Strategy Design

BAI Fusheng

(College of Mathematical Sciences，Chongqing Normal University，Chongqing 401331，China)

Abstract：[**Purposes**]A modeling approach based on fuzzy multi-objective programming techniques is proposed to design the optimal bidding strategy for the bidding problem in view of the existing literature. [**Methods**]This approach treat the basic objective on profit of the bidder and the project objectives of the tenderee as hard constraints，and set the maximization of profits of the bidder，project quality standard，project safety performance，and the minimization of project cost of the bidder，the project construction time as the objectives of the modelling problem. [**Findings**]A fuzzy multi-objective programming problem is then formulated by applying a piecewise linear satisfaction function to each of the objective functions. The weighting method is adopted to solve the formulated problem. A concrete example is given to illustrate the modelling and solving process in detail. [**Conclusions**]The fuzzy multi-objective programming techniques can provide a powerful tool in the optimal bidding strategy design.

Keywords：bidding；fuzzy multi-objective programming；satisfaction function；optimal bidding strategy

(责任编辑　黄　颖)