

具有阶段结构与嗜食行为的捕食模型动力学分析*

赵敏, 张平正

(江苏大学 理学院, 江苏 镇江 212013)

摘要:【目的】研究正平衡点的稳定性及 Hopf 分支问题。【方法】针对一个时滞捕食者食饵模型, 根据泛函微分方程稳定性理论, 分析该模型在正平衡点处的特征方程根的分布情况, 再通过数值仿真验证理论分析的正确性。【结果】时滞的增大会导致正平衡点失去稳定性, 并可能使系统发生 Hopf 分支。【结论】时滞对于该模型的动力学特征有着重要的影响。

关键词: 捕食模型; 阶段结构; 时滞; 稳定性; Hopf 分支

中图分类号: O415.5; TP27

文献标志码: A

文章编号: 1672-6693(2018)05-0097-05

自具有阶段结构的捕食种群模型被提出以来^[1-2], 此类模型得到了广泛研究, 取得了一系列有意义的成果^[3-10]。事实上, 自然界中种群的生长通常分为幼年期与成年期两个阶段, 不同时期的物种可能有不同的行为特征。例如, 处于幼年期的捕食者不具有捕食的能力, 而成年期的捕食者不仅具有繁殖能力、捕食能力, 还具有更强的生存能力。此外, 在幼年期与成年期的捕食者之间也有着不同的作用关系, 如捕食、竞争、合作等。这些因素对种群的生存都有着重要的影响。因此, 具有阶段结构的种群模型有着重要的研究意义。

Chakraborty 等人^[11]提出了捕食者具有嗜食同类与阶段结构的捕食者-食饵模型:

$$\begin{cases} \dot{x} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha xz}{a+x} - \sigma xy \\ \dot{y} = \beta z - \frac{\omega yz}{b+y} - \rho xy \\ \dot{z} = sz \left(1 - \frac{\gamma z}{x+y}\right) \end{cases},$$

其中 x, y, z 分别表示食饵、幼年期捕食者与成年捕食者, r 表示食饵的出生率, K 表示环境容量, σ 与 ρ 表示竞争系数, β 描述了未成熟捕食者的出生率与成熟捕食者的密度之间的正比关系, α 表示成年捕食者捕食食饵的平均捕食率, ω 表示成年捕食者捕食幼年期捕食者的平均捕食率, a, b 是半饱和捕食常数, γ 表示了捕食者和被捕食者的平衡比例, s 表示成熟捕食者的固定增长率。

众所周知, 种群密度变化对于增长率的影响都不是瞬间发生的, 而是与过去的生活状态有关, 即有时间滞后性。例如动物消化食物、生物群落从妊娠到出生以及种群做季节性迁移都需要一定的时间。因此, 要模拟出更加符合实际的种群生态系统, 有必要考虑时滞所带来的影响。因此, 本文在文献[11]研究的模型基础上, 考虑模型:

$$\begin{cases} \dot{x} = rx \left(1 - \frac{x(t-\tau)}{K}\right) - \frac{\alpha xz}{a+x} - \sigma xy \\ \dot{y} = \beta z - \frac{\omega yz}{b+y} - \rho xy \\ \dot{z} = sz \left(1 - \frac{\gamma z}{x+y}\right) \end{cases}, \quad (1)$$

其中 τ 表示环境密度限制延迟。

* 收稿日期: 2017-11-13 修回日期: 2018-05-09 网络出版时间: 2018-09-26 13:26

资助项目: 国家自然科学基金(No. 11271164); 江苏大学校立科研项目(No. 16A310)

第一作者简介: 赵敏, 女, 研究方向为微分方程理论与应用, E-mail: 1963775828@qq.com; 通信作者: 张平正, 男, 副教授, 博士, E-mail: pzzhang@ujs.edu.cn

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20180926.1325.040.html>

类似于文献[11]得到如下引理。

引理 1 如果 $y(t)$ 非负, 则对任意一个满足初始条件 $x(t_0) = x_0 \geq 0, y(t_0) = y_0 \geq 0$ 与 $z(t_0) = z_0 \geq 0$ 的解在 $[t_0, +\infty)$ 都是非负且最终有界的。

本文将重点讨论时滞 τ 对系统稳定性的影响, 并研究由其产生的 Hopf 分支问题。

1 平衡点的存在性

显然系统具有平衡点: 1) $E_1 = (K, 0, 0)$, 表示捕食者灭绝; 2) $E_2 = \left(0, \frac{\beta b}{\omega - \beta}, \frac{\beta b}{\gamma(\omega - \beta)}\right)$ 表示食饵灭绝; 3) 对于正平衡点, 显然满足方程:

$$\begin{cases} r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha z}{a+x} - \sigma y = 0 \\ \beta z - \frac{\omega y z}{b+y} - \rho x y = 0 \\ 1 - \frac{\gamma z}{x+y} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

由系统(1)的方程组中第 3 个方程可得:

$$z = \frac{x+y}{\gamma}, \quad (3)$$

将(3)式代入方程组(2)中的第 1 个方程可得:

$$r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha}{a+x} \frac{x+y}{\gamma} - \sigma x y = 0. \quad (4)$$

由(4)式可得:

$$y = \frac{r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha}{a+x} \frac{x}{\gamma}}{\frac{\alpha}{a+x} \frac{1}{\gamma} + \sigma}. \quad (5)$$

再将(5)式代入(3)式可得:

$$z = \frac{x\left(\frac{\alpha}{a+x} \frac{1}{\gamma} + \sigma\right) + r\left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{\alpha}{a+x} \frac{x}{\gamma}}{\gamma\left(\frac{\alpha}{a+x} \frac{1}{\gamma} + \sigma\right)}. \quad (6)$$

这样将(5), (6)式代入方程组(2)中的第 2 个方程可得:

$$A_1 x^5 + A_2 x^4 + A_3 x^3 + A_4 x^2 + A_5 x + A_6 = 0. \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_1 &= \gamma^2 r^2 \rho, A_2 = \gamma \omega r^2 - \beta \gamma r^2 - 2K \gamma^2 r^2 \rho + 2a \gamma^2 r^2 \rho + 2K \alpha \gamma r \rho + K \beta \gamma r \sigma - K b \gamma^2 r \rho \sigma, \\ A_3 &= K^2 \gamma^2 r^2 \rho - K^2 \alpha \omega \sigma + a^2 \gamma^2 r^2 \rho + K^2 \alpha \beta \sigma + 2K \beta \gamma r^2 + K^2 \alpha^2 \rho - 2K \gamma \omega r^2 - 2a \beta \gamma r^2 + 2a \gamma \omega r^2 - \\ &K \alpha \beta r + K \alpha \omega r - K^2 b \beta \gamma \sigma^2 - 4K a \gamma^2 r^2 \rho - 2K^2 \alpha \gamma r \rho - K^2 \beta \gamma r \sigma + K^2 \gamma \omega r \sigma - K^2 a b \gamma \rho \sigma + \\ &K^2 b \gamma^2 r \rho \sigma + 2K a \alpha \gamma r \rho - K a b \gamma r \rho + 2K a \beta \gamma r \sigma + K b \beta \gamma r \sigma - 2K a \gamma \omega r \sigma - 2K a b \gamma^2 r \rho \sigma, \\ A_4 &= K^2 \alpha \beta r - K^2 \alpha \omega r - K^2 \alpha^2 b \rho - K^2 \beta \gamma r^2 + K^2 \gamma \omega r^2 - a^2 \beta \gamma r^2 + a^2 \gamma \omega r^2 - K a \alpha \beta r + K a b \beta r + K a \alpha \omega r - \\ &2K a^2 \gamma^2 r^2 \rho + 2K^2 a \gamma^2 r^2 \rho + K^2 a \alpha \beta \sigma - K^2 a b \beta \sigma + 4K a \beta \gamma r^2 - K^2 a \alpha \omega \sigma - 4K a \gamma \omega r^2 - 2K^2 a \alpha \gamma r \rho + \\ &K^2 a b \gamma r \rho + K a^2 \beta \gamma r \sigma - 2K^2 a \beta \gamma r \sigma - K^2 b \beta \gamma r \sigma - K a^2 \gamma \omega r \sigma + 2K^2 a \gamma \omega r \sigma - 2K^2 a b \beta \gamma \sigma^2 - \\ &K a a b \gamma r \rho + 2K a b \beta \gamma r \sigma - K^2 a a b \gamma \rho \sigma - K a^2 b \gamma^2 r \rho \sigma + 2K^2 a b \gamma^2 r \rho \sigma, \\ A_5 &= 2K a^2 \beta \gamma r^2 - 2K^2 a \beta \gamma r^2 - 2K a^2 \gamma \omega r^2 + 2K^2 a \gamma \omega r^2 + K^2 a \alpha \beta r - K^2 a b \beta r - K^2 a \alpha \omega r + K^2 a^2 \gamma^2 r^2 \rho - \\ &K^2 a a b \beta \sigma - K^2 a^2 \beta \gamma r \sigma + K^2 a^2 \gamma \omega r \sigma + K a a b \beta r - K^2 a^2 b \beta \gamma \sigma^2 + K^2 a^2 b \gamma^2 r \rho \sigma + K^2 a a b \gamma r \rho + K a^2 b \beta \gamma r \sigma - 2K^2 a b \beta \gamma r \sigma, \\ A_6 &= K^2 a^2 \gamma \omega r^2 - K^2 a^2 \beta \gamma r^2 - K^2 a a b \beta r - K^2 a^2 b \beta \gamma r \sigma. \end{aligned}$$

显然, 若 $\omega < r$, 则 $A_6 < 0$, 那么(7)式至少有一正根 x^* 。若 x^* 满足 $r\left(1 - \frac{x^*}{K}\right) - \frac{\alpha}{a+x^*} \frac{x^*}{\gamma} > 0$, 则系统(1)至少有一正平衡点 $E^* = (x^*, y^*, z^*)$ 。

2 正平衡点的稳定性与分支

记 $a_{11} = \frac{\alpha z^* x^*}{(a+x^*)^2}, a_{12} = -\sigma x^*, a_{13} = -\frac{\alpha x^*}{a+x^*}, a_{21} = -\rho y^*, a_{22} = -\frac{\omega b z^*}{(b+y^*)^2} - \rho x^*, a_{23} = -\frac{\omega y^*}{b+y^*}, a_{31} = \frac{s\gamma z^{*2}}{(x^*+y^*)^2}, a_{33} = s - \frac{2s\gamma z^*}{x^*+y^*}, C = -\frac{rx^*}{K}$ 。将系统(1)在正平衡点处线性化可得:

$$\lambda^3 + B_1\lambda^2 + B_2\lambda + B_3 + (\lambda^2 + B_4\lambda + B_5)Ce^{-\lambda\tau} = 0. \tag{8}$$

其中:

$$B_1 = -(a_{11} + a_{22} + a_{33}), B_2 = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} + a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31} - a_{23}a_{31} + a_{22}a_{33},$$

$$B_3 = a_{11}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{21}a_{31} - a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{21}a_{33} - a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{22}a_{31}, B_4 = -(a_{22} + a_{33}), B_5 = a_{22}a_{33} - a_{23}a_{31}.$$

当 $\tau=0$ 时,特征方程(8)转化为:

$$\lambda^3 + (B_1+C)\lambda^2 + (B_2+B_4C)\lambda + B_3 + B_5C = 0. \tag{9}$$

假设 (H₁) $B_1+C>0$; (H₂) $(B_1+C)(B_2+B_4C)>B_3+B_5C$; (H₃) $B_3+B_5C>0$; (H₄) $B_1^2-2B_2-C^2>0$; (H₅) $B_2^2-2B_1B_3-C^2B_4^2+2B_5C^2>0$; (H₆) $B_3-CB_5<0$ 。

引理 2 当 $\tau=0$ 时,若(H₁)~(H₃)成立,则系统(1)的正平衡点局部渐近稳定。

证明 因为 $p_1>0$,由条件(H₁),(H₂)容易证得 $B_1(B_2+B_4\beta)>B_3+B_5\beta, B_3+B_5\beta>0$,根据霍尔维茨判据得系统(1)的正平衡点是局部渐近稳定的。 证毕

当 $\tau\neq 0$ 时,设特征方程(8)有一对纯虚根 $\lambda = \pm ip(p>0)$,将 $\lambda = ip$ 代入方程(8)得:

$$-ip^3 - B_1p^2 + B_2ip + B_3 + C(-p^2 + B_4ip + B_5)(\cos p\tau - isin p\tau) = 0. \tag{10}$$

分离实虚部得:

$$\begin{cases} -p^3 + B_2p = -(p^2 - B_5)\sin p\tau - CB_4p\cos p\tau \\ -B_1p^2 + B_3 = -CB_4p\sin p\tau + (p^2 - B_5)\cos p\tau \end{cases}, \tag{11}$$

将方程(10)两边平方相加得:

$$p^6 + (B_1^2 - 2B_2 - C^2)p^4 + (B_2^2 - 2B_1B_3 - C^2B_4^2 + 2B_5C^2)p^2 + B_3^2 - C^2B_5^2 = 0. \tag{12}$$

令 $u = p^2, h(u) = u^3 + (B_1^2 - 2B_2 - C^2)u^2 + (B_2^2 - 2B_1B_3 - C^2B_4^2 + 2B_5C^2)u + B_3^2 - C^2B_5^2 = 0$ 。

根据以上分析,有下面的结论成立。

引理 3 若(H₄)~(H₆)成立,则 $h(u)$ 有唯一正根。

引理 3 由笛卡尔符号变换法则易得结论成立。

由引理 3, $h(u)$ 有唯一正根 u^* ,从而方程(13)有唯一的正实根 $p_0 = \sqrt{u^*}$ 。由(12)式可得:

$$\cos p_0\tau = \frac{B_4p_0C(-p_0^3 + B_2p_0) + (-p_0^2 - B_5)(-B_1p_0^2 + B_3)}{CB_4^2p_0^2 + C^2(p_0^2 - B_5)^2},$$

$$\tau^j = \frac{1}{p_0} \arccos\left(\frac{B_4p_0C(-p_0^3 + B_2p_0)}{CB_4^2p_0^2 + C^2(p_0^2 - B_5)^2} + \frac{(-p_0^2 - B_5)(-B_1p_0^2 + B_3)}{CB_4^2p_0^2 + C^2(p_0^2 - B_5)^2}\right) + 2j\pi,$$

其中 $j=0,1,2,\dots$ 。

引理 4 假设 $h'(u)\neq 0$,若 $\tau = \tau^j$,则 $\pm ip_0$ 为特征方程(8)的一对纯虚根,并且满足 $\text{Re}\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)_{\tau=\tau_n^j} \neq 0$,并且符号与 $h'(u)$ 符号一致。

证明 令 $R(\lambda) = \lambda^3 + B_1\lambda^2 + B_2\lambda + B_3, Q(\lambda) = (\lambda^2 + B_4\lambda + B_5)C$,则特征方程可写为 $R(\lambda) + Q(\lambda)e^{-\lambda\tau} = 0$,则有 $R(ip)\bar{R}(ip) + Q(ip)\bar{Q}(ip) = 0$,所以 $M(p^2) = R(ip)\bar{R}(ip) - Q(ip)\bar{Q}(ip)$ 。

再对两边求导,得: $ph'(p^2) = i[R'(ip)\bar{R}(ip) - R(ip)\bar{R}'(ip) - Q'(ip)\bar{Q}(ip) + Q(ip)\bar{Q}'(ip)]$,因为 ip 是特征方程的根,所以 $\left.\frac{d}{d\lambda}[R(\lambda) + Q(\lambda)e^{-\lambda\tau}]\right|_{\lambda=ip} = 0$,则有 $R'(ip) + Q'(ip)e^{-ip\tau} - \tau_n^j Q(ip)e^{-ip\tau} = 0$,即:

$$R'(ip) + Q'(ip)e^{-ip\tau} - \tau_n^j Q(ip)e^{-ip\tau} = 0, \tau_j = \frac{Q'(ip)}{Q(ip)} - \frac{R'(ip)}{R(ip)},$$

$$\text{Im}(\tau_j) = \text{Im}\left(\frac{Q'(ip)}{Q(ip)} - \frac{R'(ip)}{R(ip)}\right) = \text{Im}\left(\frac{Q'(ip)\bar{Q}(ip)}{Q(ip)\bar{Q}(ip)} - \frac{R'(ip)\bar{R}(ip)}{R(ip)\bar{R}(ip)}\right) = \text{Im}\left(\frac{Q'(ip)\bar{Q}(ip) - R'(ip)\bar{R}(ip)}{R(ip)\bar{R}(ip)}\right) =$$

$$-i \frac{[Q'(ip)\bar{Q}(ip) - R'(ip)\bar{R}(ip) - \bar{Q}'(ip)Q(ip) + \frac{\bar{R}'(ip)R(ip)}{R(ip)\bar{R}(ip)}]}{R(ip)\bar{R}(ip)} = \frac{ph'(p^2)}{|R(ip)\bar{R}(ip)|^2}$$

因为 τ_j 是实数, 所以它的虚部等于零, 则有 $h'(p^2) = h'(u) = 0$ 。对特征方程关于 τ 求导得:

$$[R'(\lambda) + Q'(\lambda)e^{-\lambda\tau} - \tau Q(\lambda)e^{-\lambda\tau}] \frac{d\lambda}{d\tau} - \lambda Q(\lambda)e^{-\lambda\tau} = 0,$$

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = \frac{\lambda Q(\lambda)}{R'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q'(\lambda) - \tau Q(\lambda)} = \frac{\lambda Q(\lambda)[\bar{R}'(\lambda)e^{\lambda\tau} + \bar{Q}'(\lambda) - \tau \bar{Q}(\lambda)]}{|R'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q'(\lambda) - \tau Q(\lambda)|^2} =$$

$$\frac{\lambda[-R(\lambda)\bar{R}'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q(\lambda)\bar{Q}'(\lambda)]}{|R'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q'(\lambda) - \tau Q(\lambda)|^2} - \frac{\lambda\tau|Q(\lambda)|^2}{|R'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q'(\lambda) - \tau Q(\lambda)|^2}.$$

所以

$$\left. \frac{d(\operatorname{Re} \lambda(\tau))}{d\tau} \right|_{\tau=\tau^j} = \frac{\operatorname{Re}\{\lambda[-R(\lambda)\bar{R}'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q(\lambda)\bar{Q}'(\lambda) - \tau|Q(\lambda)|^2]\}_{\tau=\tau^j}}{|R'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q'(\lambda) - \tau Q(\lambda)|^2} =$$

$$\frac{ip_n[-R(ip_n)\bar{R}'(ip_n) + Q(ip_n)\bar{Q}'(ip_n) + R'(ip_n)\bar{R}(ip_n)]}{|R'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q'(\lambda) - \tau Q(\lambda)|^2} - \frac{ip_n Q'(ip_n)\bar{Q}(ip_n)}{|R'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q'(\lambda) - \tau Q(\lambda)|^2} =$$

$$\frac{p^2 h'(p^2)}{|R'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q'(\lambda) - \tau Q(\lambda)|^2} = \frac{p^2 h'(u)}{|R'(\lambda)e^{\lambda\tau} + Q'(\lambda) - \tau Q(\lambda)|^2} \neq 0.$$

显然, $\frac{d(\operatorname{Re} \lambda(\tau))}{d\tau}$ 的符号与 $h'(u)$ 的符号一致, 引理得证。

证毕

由引理 2~引理 4 容易得到下面结论。

定理 1 若条件 $(H_1) \sim (H_6)$ 成立, 则有: i) 当 $\tau \in [0, \tau_0)$ 时, 系统(1)的正平衡点 E^* 是渐近稳定的; 当 $\tau > \tau_0$ 时, 系统(1)的正平衡点 E^* 不稳定。ii) 当 $\tau = \tau^j$ 时, 系统(1)在正平衡点 E^* 处发生 Hopf 分支, 即产生周期解。

3 数值模拟

例 1 取定参数值: $r=0.9, K=5, \alpha=0.5, b=2.5, \beta=0.2, \rho=0.18, a=8, s=0.7, \gamma=0.9$, 简单计算可得系统有唯一的正平衡点 $E^* = (3.6280, 0.6813, 4.7882)$, 分岔临界值 $\tau_0 = 2.4154$ 。根据定理 1 可知, 当 $\tau \in [0, \tau_0)$ 时, 系统(1)的正平衡点局部渐近稳定, 而当 $\tau > \tau_0$ 时, 系统正平衡点不稳定, 且会产生周期解, 见图 1。由图 1 可知, 时滞对于系统(1)的动力学特征有着重要的影响, 不同的时滞可能导致种群以不同的方式共存, 稳态形式或周期振荡形式。

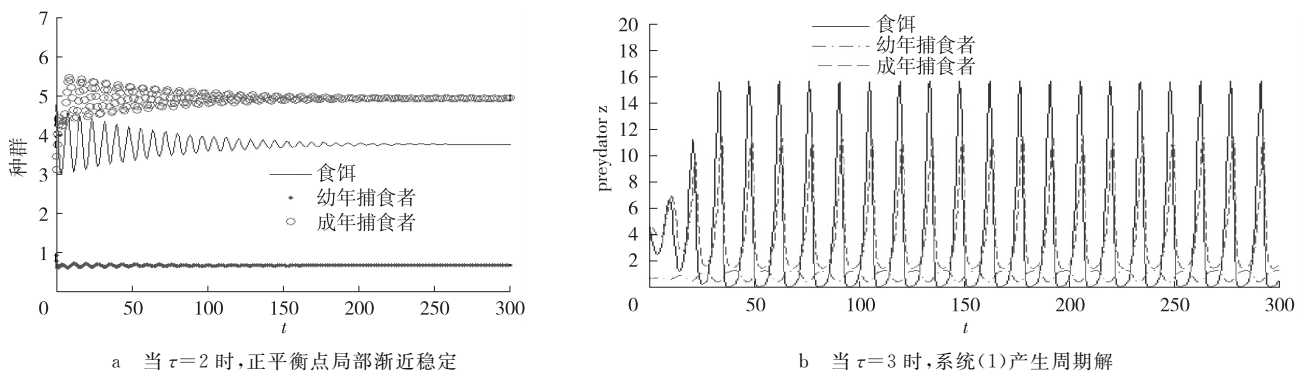


图 1 系统(1)的动力学特征

Fig. 1 The dynamics of system (1)

4 结论

本文建立了一个具有阶段结构的时滞捕食者—食饵模型, 根据泛函微分方程理论研究了该模型的正平衡点的稳定性以及 Hopf 分支问题。研究表明时滞会改变系统正平衡的稳定性, 它可能会导致种群以稳态形式或者周期振荡形式共存。

参考文献:

- [1] LANDAHL H D, HANSEN B D. A three stage population model with cannibalism[J]. *Bulletin of Mathematical Biology*, 1975, 37(1): 11-17.
- [2] TOGNETTI K. The two stage stochastic population model [J]. *Mathematical Biosciences*, 1975, 25(3/4): 195-204.
- [3] QU Y, WEI J J. Bifurcation analysis in a time-delay model for prey-predator growth with stage-structure[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2007, 49(1): 285-294.
- [4] 华盈盈, 杨志春. 具有随机扰动和比率依赖的 Holling 型捕食系统正解的存在性[J]. *重庆师范大学学报(自然科学版)*, 2011, 28(5): 41-44.
HUA Y Y, YANG Z C. The existence of positive solution of a random perturbation of the ratio of Holling-rely on ($n+1$) type predator-prey system[J]. *Journal of Chongqing Normal University (Natural Science)*, 2011, 28(5): 41-44.
- [5] 汤慧, 杨志春. 具功能反应的离散捕食系统的持续性和周期性[J]. *重庆师范大学学报(自然科学版)*, 2010, 27(5): 33-36.
TANG H, YANG Z C. Persistence and existence of periodic solution for predator-prey system with Holling- N type function response[J]. *Journal of Chongqing Normal University (Natural Science)*, 2011, 27(5): 33-36.
- [6] 伍代勇. 具有变时滞阶段结构捕食系统的全局吸引性[J]. *计算机工程与应用*, 2014, 50(24): 50-53.
WU D Y. Global attractivity of stage structured predator system with vary delay[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2014, 50(24): 50-53.
- [7] 伍代勇. 一类具有阶段结构的捕食-被捕食系统的渐近性质[J]. *淮北煤炭师范学院学报(自然科学版)*, 2007, 28(4): 18-22.
WU D Y. The asymptotical properties of a predator-prey model with stage structure[J]. *Journal of Huaibei Coal Industry Teachers College (Natural Science)*, 2007, 28(4): 18-22.
- [8] XU R, MA Z E. Stability and hopf bifurcation in a predator-prey model with stage structure for the predator[J]. *Nonlinear Analysis Real World Applications*, 2008, 9(4): 1444-1460.
- [9] HU H, HUANG L H. Stability and hopf bifurcation in a delayed predator-prey system with stage structure for prey [J]. *Nonlinear Analysis Real World Applications*, 2010, 11(4): 2757-2769.
- [10] 叶丽霞, 张忠. 具有脉冲时滞和 Holling III 型的捕食者-食饵系统正周期解的存在性[J]. *重庆理工大学学报(自然科学)*, 2016, 30(12): 171-176.
YE L X, ZHANG Z. Existence of periodic solutions Holling III prey-predator system with time-varying delay [J]. *Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science)*, 2016, 30(12): 171-176.
- [11] CHAKRABORTY K, DAS K, KAR T K. Combined harvesting of a stage structured prey-predator model incorporating cannibalism in competitive environment [J]. *Comptes Rendus Biologies*, 2013, 336(1): 34-45.

Dynamics of a Stage Structured Predator-Prey Model with Cannibalism for Predator

ZHAO Min, ZHANG Pingzheng

(College of Science, Jiangsu University, Zhenjiang Jiangsu 212013, China)

Abstract: [Purposes] The stability of positive equilibrium and Hopf bifurcation are studied. [Methods] A delayed stage structured prey-predator model with cannibalism for predator is considered here. By using the theory of functional differential equations, the distribution of characteristic roots is analyzed at the equilibrium point of the model. Numerical simulations substantiate the analytical results. [Findings] A delayed stage has important influence on the dynamic characteristics in the model. [Conclusions] The delay can lead system to periodic behavior.

Keywords: predator model; stage structure; delay; stability; Hopf bifurcation

(责任编辑 黄 颖)