

基于 M-DUCG 中条件作用事件展开的一般形式*

胡婷婷, 王洪春, 吴成姚
(重庆师范大学 数学科学学院, 重庆 401331)

摘要:【目的】为克服在基于条件作用事件对所关注的假设事件进行展开时的困难过程。【方法】以命题的形式给出了基于 M-DUCG 中条件作用事件展开的一般形式, 利用事件展开算法对结论进行了严谨的推导和证明。【结果】将所给的一般形式运用于展开事件的过程中, 涉及到条件作用事件时, 只需找出相应标号, 代入所给命题的结论中, 并将一般形式应用到实例中, 实践结果体现出了直接利用一般形式展开的优越性。【结论】在基于证据确定化简图立即得到所关注假设事件的状态事件展开表达式, 由此大大减少了计算量, 为使用者提供了方便。

关键词: M-DUCG; 条件作用事件; 因果关系; 不确定性

中图分类号: O715

文献标志码: A

文章编号: 1672-6693(2019)02-0073-06

随着科技的日新月异, 人工智能已逐渐进入了人类日常生活, 而处理不确定因果关系的知识表达方式和推理方法则是人工智能系统研究领域目前需要解决的关键问题之一。前人的研究已提出了诸多理论模型, 其中贝叶斯网络(Bayes Network, BN)^[1-8]是国际上目前较流行的处理不确定因果关系的推理模型。为解决 BN 中的不足, 张勤教授于 2010 年提出了一种新的因果知识的表达和推理方法——动态不确定因果图(Dynamical uncertainty causality graph, DUCG), 它以图形的方式简洁表达任何情况下的不确定因果关系, 并基于证据化简图形和展开事件, 以得到所关注的假设事件及其状态概率表达式。DUCG 这一理论模型是在 DCD(Dynamic causality diagram)^[9]的基础上改进而来。

DUCG 有单值动态不确定因果图(Single-valued DUCG, S-DUCG)和多值动态不确定因果图(Multiple-valued DUCG, M-DUCG)之分, 两者结合便是 DUCG。S-DUCG 和 M-DUCG 分别引进了条件连接事件 $P_{nk,ij}$ 和条件作用事件 $A_{nk,ij}$ 。 $P_{nk,ij}$ 和 $A_{nk,ij}$ 在本质上并无差别, 都是在某一特定条件下才对所关注的假设事件起作用, 区别在于 S-DUCG 只能处理子变量为单赋值的情形, 而 M-DUCG 对子变量为单赋值和多赋值的情形都适用。由于 M-DUCG 中条件作用事件 $A_{nk,ij}$ 的情况较为复杂, 比如条件作用事件 $A_{nk,ij}$ 的条件为单个或多个父变量某一状态的余事件情形, 甚至是所有父变量某一状态的余事件情形时, 当父变量数量变得庞大时, 会对所关注假设事件的展开过程增加一定的难度。因而有必要对条件作用事件进行归纳总结, 给出所关注假设事件的一般展开形式, 减少繁琐的推导过程以便于后续的化简和计算。

1 M-DUCG 中的条件作用事件

DUCG 是处理多赋值情况的一个新的理论模型, 它基于如下假设^[10-11]: 设 $V_i (V \in \{X, B, G\})$ 是 X_n 的父变量, 则有 $X_{nk} = \sum_i (r_{ni}/r_n) \sum_{j_i} A_{nk,ij_i} V_{ij_i}$ 成立。其中 j_i 表示父变量 V_i 所处状态; r_{ni} 表示 X_n 和 V_i 之间的关联度, 且 $r_n \equiv \sum_i r_{ni}$; A_{nk,ij_i} 表示在 V_{ij_i} 已发生的条件下 V_{ij_i} 独立导致 X_{nk} 发生的这一随机事件, 也被称为父事件 V_{ij_i} 与子事件 X_{nk} 之间的作用事件。当 A_{nk,ij_i} 为条件作用事件时, 在图形中通常用虚线有向弧“ $\cdots \rightarrow$ ”表示父变量与子变量的因果关系, 如图 1 所示。只有当 A_{nk,ij_i} 的条件存在时, 此时的条件作用事件 A_{nk,ij_i} 变为普通作用事件

* 收稿日期: 2018-08-14 修回日期: 2018-10-23 网络出版时间: 2019-03-15 07:00

资助项目: 国家社会科学基金(No. 13BTJ008)

第一作者简介: 胡婷婷, 女, 研究方向为人工智能, E-mail: 1083401605@qq.com; 通信作者: 王洪春, 男, 教授, 博士, E-mail: wanghc@cqnu.edu.cn

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20190315.0056.014.html>

$A_{nk;ij}$, 且虚线有向弧“ $\dashrightarrow$ ”变为实线有向弧“ $\rightarrow$ ”。

1.1 M-DUCG 中条件作用事件为某一父变量的某一状态的余事件情形

命题 1 设 X_n 有 m 个父变量, $A_{nk;ij}$ 是一个条件作用事件, 设其条件为 $Z_{n;i} = \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}}$, 其中 $V_{i_1 j'_{i_1}}$ 表示父变量 V_{i_1} 处于 j'_{i_1} 状态, $V \in \{X, B, G\}$, $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, $i_1 \in \{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, m\}$, $i \neq i_1$, 则有:

$$X_{nk} = \sum_{i' \neq i, i_1} (r_{n;i'} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j'_{i'}} A_{nk;i' j'_{i'}} V_{i' j'_{i'}} + (r_{n;i_1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i_1 j'_{i_1}} V_{i_1 j'_{i_1}} + \sum_{i' \neq i_1} (r_{n;i'} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j'_{i'}} A_{nk;i' j'_{i'}} V_{i' j'_{i'}} + (r_{n;i_1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \sum_{j'_{i_1} \neq j'_{i_1}} A_{nk;i_1 j'_{i_1}} V_{i_1 j'_{i_1}}. \quad (1)$$

证明 由于条件作用变量 $A_{nk;ij}$ 的条件为 $Z_{n;i} = \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}}$, 即仅当 $V_{i_1 j'_{i_1}}$ 不存在时, $A_{nk;ij}$ 才可能发生, 从而当观测到或给定 $V_{i_1 j'_{i_1}}$ 后, 有 $Z_{n;i} = 0$, 于是 $r_{n;i} = 0$, 即 X_n 和 V_i 之间无因果关系; 否则 $A_{nk;ij}$ 成为普通的作用事件。不妨设 $i < i_1$, 则 X_{nk} 的表达式为:

$$\begin{aligned} X_{nk} &= (Z_{n;i} + \bar{Z}_{n;i}) X_{nk} = (V_{i_1 j'_{i_1}} + \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}}) ((r_{n;i} / r_n) Z_{n;i} \sum_{j_i} A_{nk;i j_i} V_{ij_i} + (r_{n;1} / r_n) \sum_{j_1} A_{nk;1 j_1} V_{1 j_1} + \dots + \\ & (r_{n;i-1} / r_n) \sum_{j_{i-1}} A_{nk;i-1 j_{i-1}} V_{i-1 j_{i-1}} + (r_{n;i+1} / r_n) \sum_{j_{i+1}} A_{nk;i+1 j_{i+1}} V_{i+1 j_{i+1}} + \dots + (r_{n;i_1} / r_n) \sum_{j_{i_1}} A_{nk;i_1 j_{i_1}} V_{i_1 j_{i_1}} + \dots + \\ & (r_{n;m} / r_n) \sum_{j_m} A_{nk;m j_m} V_{m j_m}) = (r_{n;1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j_1} A_{nk;1 j_1} V_{1 j_1} + (r_{n;2} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j_2} A_{nk;2 j_2} V_{2 j_2} + \dots + \\ & (r_{n;i_1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i_1 j'_{i_1}} V_{i_1 j'_{i_1}} + \dots + (r_{n;m} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j_m} A_{nk;m j_m} V_{m j_m} + (r_{n;i} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j_i} A_{nk;i j_i} V_{ij_i} + \\ & (r_{n;1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j_1} A_{nk;1 j_1} V_{1 j_1} + \dots + (r_{n;i-1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j_{i-1}} A_{nk;i-1 j_{i-1}} V_{i-1 j_{i-1}} + \\ & (r_{n;i_1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \sum_{j_{i_1} \neq j'_{i_1}} A_{nk;i_1 j_{i_1}} V_{i_1 j_{i_1}} + (r_{n;i+1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j_{i+1}} A_{nk;i+1 j_{i+1}} V_{i+1 j_{i+1}} + \dots + \\ & (r_{n;m} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j_m} A_{nk;m j_m} V_{m j_m} = \sum_{i' \neq i, i_1} (r_{n;i'} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j'_{i'}} A_{nk;i' j'_{i'}} V_{i' j'_{i'}} + (r_{n;i_1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i_1 j'_{i_1}} V_{i_1 j'_{i_1}} + \\ & \sum_{i' \neq i_1} (r_{n;i'} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} \sum_{j'_{i'}} A_{nk;i' j'_{i'}} V_{i' j'_{i'}} + (r_{n;i_1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \sum_{j'_{i_1} \neq j'_{i_1}} A_{nk;i_1 j'_{i_1}} V_{i_1 j'_{i_1}}. \end{aligned}$$

其中 $\bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} = \sum_{j_{i_1} \neq j'_{i_1}} V_{i_1 j_{i_1}}$ 。

证毕

由上述证明可看出, 对于给定的 j'_{i_1} , 有下式成立:

$$\begin{cases} X_{nk} | V_{1 j_1} V_{2 j_2} \dots V_{i_1 j'_{i_1}} \dots V_{m j_m} = \sum_{i' \neq i, i_1} (r_{n;i'} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i' j'_{i'}} + (r_{n;i_1} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i_1 j'_{i_1}}, j_{i_1} = j'_{i_1}, \\ X_{nk} | V_{1 j_1} V_{2 j_2} \dots V_{i_1 j_{i_1}} \dots V_{m j_m} = \sum_{i' \neq i} (r_{n;i'} / \sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i' j'_{i'}}, j_{i_1} \neq j'_{i_1}. \end{cases} \quad (2)$$

用小写字母替换(1),(2)式中的大写字母, 便可很容易计算出 $\Pr\{X_{nk}\}$ 和 $\Pr\{X_{nk} | V_{1 j_1} V_{2 j_2} \dots V_{i_1 j_{i_1}} \dots V_{m j_m}\}$ 。因此在基于证据确定化简图形和展开事件的过程中, 符合命题 1 中的条件时, 只需将相应的下标值代入(1)式, 即得假设事件的状态事件展开表达式, 无需经过繁琐的推导。

例 1 在实际生活中, 商品的市场价格往往受诸多因素的影响, 如商品的供给量因素、需求量因素、市场竞争程度因素、经济政策因素等。利用 DUCG 理论模型将其中的因果逻辑关系视图化, 如图 2 所示。其中 X_5 表示某商品的市场价格,

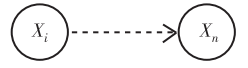


图 1 条件作用事件示意图

Fig. 1 Conditional event schematic

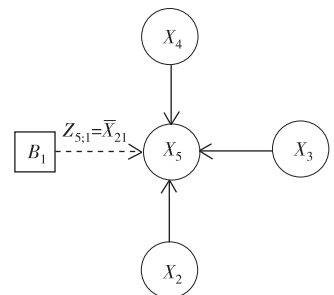


图 2 M-DUCG 中的条件作用事件

Fig. 2 The conditional functional event in M-DUCG

B_1, X_2, X_3, X_4 分别表示经济政策、某商品的供给量、某商品的需求量和市场竞争程度, 设 X_5 为多赋值变量, 则图 2 便是 DUCG 中的一个 M-DUCG 子模块。

由图 2 可看出 B_1, X_2, X_3 和 X_4 是 X_5 的 4 个父变量, 其中 $X_{5k;1j}$ 为一个条件作用事件, 若给定其条件为 $Z_{5;1} = \bar{X}_{21}$, 从而满足命题 1 中的假设, 可直接由 (1) 式得 X_5 的状态事件展开表达式。该例中, $n=5, i=1, i_1=2, j'_{i_1}=1$, 运用 (1) 式有:

$$\begin{aligned} X_{5k} = & (r_{5;2}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;21}X_{21} + (r_{5;3}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} \sum_{j_3} A_{5k;3j_3} X_{3j_3} + \\ & (r_{5;4}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} \sum_{j_4} A_{5k;4j_4} X_{4j_4} + (r_{5;1}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))\bar{X}_{21} \sum_{j_1} A_{5k;1j_1} B_{1j_1} + \\ & (r_{5;2}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4})) \sum_{j_2 \neq 1} A_{5k;2j_2} X_{2j_2} + (r_{5;3}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))\bar{X}_{21} \sum_{j_3} A_{5k;3j_3} X_{3j_3} + \\ & (r_{5;4}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))\bar{X}_{21} \sum_{j_4} A_{5k;4j_4} X_{4j_4}。 \end{aligned}$$

进而有:

$$\begin{aligned} X_{5k} | B_{1j_1} X_{21} X_{3j_3} X_{4j_4} = & (r_{5;2}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;21} + \\ & (r_{5;3}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;3j_3} + (r_{5;4}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;4j_4}, j_2=1; \\ X_{5k} | B_{1j_1} X_{2j_2} X_{3j_3} X_{4j_4} = & (r_{5;1}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;21} + (r_{5;2}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;2j_2} + \\ & (r_{5;3}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;3j_3} + (r_{5;4}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;4j_4}, j_2 \neq 1。 \end{aligned}$$

1.2 M-DUCG 中条件作用事件为多个父变量某一状态的余事件情形

命题 2 设 X_n 有 m 个父变量, $A_{nk;ij}$ 是一个条件作用变量的条件为 $Z_{n;i} = \overline{V_{i_1j'_{i_1}} V_{i_2j'_{i_2}} \cdots V_{i_pj'_{i_p}}}$ ($p < m, i_1 < i_2 < \cdots < i_p$), $X_n, V \in \{X, B, G\}$, 其中 $V_{i_1}, V_{i_2}, \cdots, V_{i_p}$ 为 m 个父变量中的任 p 个父变量, $V_{i_1j'_{i_1}}$ 表示父变量 V_{i_1} 处于 j'_{i_1} 状态, 则有:

$$\begin{aligned} X_{nk} = & \sum_{i''=i_1}^{i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i''j'_{i''}} \bar{Z}_{n;i} + \sum_{i'' \neq i_1, \dots, i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{Z}_{n;i} \sum_{j''} A_{nk;i''j''} V_{i''j''} + \\ & \sum_{i'' \neq i_1, \dots, i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) Z_{n;i} \sum_{j''} A_{nk;i''j''} V_{i''j''} + \sum_{i''=i_1}^{i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (\bar{V}_{i_1j'_{i_1}} + V_{i_1j'_{i_1}} \bar{V}_{i_2j'_{i_2}} + \cdots + \\ & V_{i_1j'_{i_1}} \cdots V_{i'-2j'_{i'-2}} \bar{V}_{i'-1j'_{i'-1}}) \sum_{j''} A_{nk;i''j''} V_{i''j''} + \sum_{i''=i_1}^{i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (V_{i_1j'_{i_1}} \cdots V_{i'-1j'_{i'-1}} \bar{V}_{i''+1j'_{i''+1}} + \\ & V_{i''-1j'_{i''-1}} \\ & V_{i''+1j'_{i''+1}} \bar{V}_{i''+2j'_{i''+2}} + \cdots + V_{i_1j'_{i_1}} \cdots \bar{V}_{i_pj'_{i_p}}) A_{nk;i''j''} V_{i''j''} + \sum_{i''=i_1}^{i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) V_{i_1j'_{i_1}} \cdots V_{i'-1j'_{i'-1}} \sum_{j'' \neq j'_{i''}} A_{nk;i''j''} V_{i''j''}。 \end{aligned} \quad (3)$$

注 (3) 式中 $i''-1, i''-2, i''+1, i''+2$ 定义为 $i_{s-1}, i_{s-2}, i_{s+1}, i_{s+2}, s \in \{1, 2, \dots, p\}$, 当 $s=1, 2$ 时, i_{s-1}, i_{s-2} 无意义, 即不存在。

证明 由于 $Z_{n;i} = \overline{V_{i_1j'_{i_1}} V_{i_2j'_{i_2}} \cdots V_{i_pj'_{i_p}}} = \bar{V}_{i_1j'_{i_1}} + V_{i_1j'_{i_1}} \bar{V}_{i_2j'_{i_2}} + \cdots + V_{i_1j'_{i_1}} V_{i_2j'_{i_2}} \cdots V_{i_{p-1}j'_{i_{p-1}}} \bar{V}_{i_pj'_{i_p}} \bar{Z}_{n;i} = V_{i_1j'_{i_1}} V_{i_2j'_{i_2}} \cdots V_{i_pj'_{i_p}}$, 不妨设 $i_1 < i_s < i < i_p$, 则:

$$\begin{aligned} X_{nk} = & (Z_{n;i} + \bar{Z}_{n;i}) X_{nk} = (Z_{n;i} + V_{i_1j'_{i_1}} V_{i_2j'_{i_2}} \cdots V_{i_pj'_{i_p}}) ((r_{n;1}/r_n) \sum_{j_1} A_{nk;1j_1} V_{1j_1} + \cdots + \\ & (r_{n;i_1}/r_n) \sum_{j_{i_1}} A_{nk;i_1j_{i_1}} V_{i_1j_{i_1}} + \cdots + (r_{n;i_s}/r_n) \sum_{j_{i_s}} A_{nk;i_sj_{i_s}} V_{i_sj_{i_s}} + \cdots + (r_{n;i}/r_n) Z_{n;i} \sum_{j_i} A_{nk;ij_i} V_{ij_i} + \cdots + \\ & (r_{n;i_p}/r_n) \sum_{j_{i_p}} A_{nk;i_pj_{i_p}} V_{i_pj_{i_p}} + \cdots + (r_{n;m}/r_n) \sum_{j_m} A_{nk;mj_m} V_{mj_m}) = \\ & (r_{n;1}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) Z_{n;i} \sum_{j_1} A_{nk;1j_1} V_{1j_1} + \cdots + (r_{n;i_1}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) \sum_{j_{i_1} \neq j'_{i_1}} A_{nk;i_1j_{i_1}} V_{i_1j_{i_1}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (r_{n;i_1}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (\bar{V}_{i_2 j'_{i_2}} + V_{i_2 j'_{i_2}} \bar{V}_{i_3 j'_{i_3}} + \cdots + V_{i_2 j'_{i_2}} \cdots V_{i_{p-1} j'_{i_{p-1}}} \bar{V}_{i_p j'_{i_p}}) A_{nk;i_1 j'_{i_1}} V_{i_1 j'_{i_1}} + \cdots + \\
& (r_{n;i_s}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (\bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} + V_{i_1 j'_{i_1}} \bar{V}_{i_2 j'_{i_2}} + \cdots + V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{s-2} j'_{i_{s-2}}} \bar{V}_{i_{s-1} j'_{i_{s-1}}}) \sum_{j_i} A_{nk;i_s j'_{i_s}} V_{i_s j'_{i_s}} + \\
& (r_{n;i_s}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{s-1} j'_{i_{s-1}}} \bar{V}_{i_{s+1} j'_{i_{s+1}}} + V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{s-1} j'_{i_{s-1}}} V_{i_{s+1} j'_{i_{s+1}}} \bar{V}_{i_{s+2} j'_{i_{s+2}}} + \cdots + V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots \bar{V}_{i_p j'_{i_p}}) A_{nk;i_s j'_{i_s}} V_{i_s j'_{i_s}} + \\
& (r_{n;i_s}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{s-1} j'_{i_{s-1}}} \sum_{j_i \neq j'_{i_s}} A_{nk;i_s j'_{i_s}} V_{i_s j'_{i_s}} + \cdots + (r_{n;i}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) Z_{n;i} \sum_{j_i} A_{nk;i j'_{i_s}} V_{i j'_{i_s}} + \cdots + \\
& (r_{n;i_p}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (\bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} + V_{i_1 j'_{i_1}} \bar{V}_{i_2 j'_{i_2}} + \cdots + V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{p-2} j'_{i_{p-2}}} \bar{V}_{i_{p-1} j'_{i_{p-1}}}) \sum_{j_p} A_{nk;i_p j'_{i_p}} V_{i_p j'_{i_p}} + \\
& (r_{n;i_p}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{p-1} j'_{i_{p-1}}} \sum_{j_p \neq j'_{i_p}} A_{nk;i_p j'_{i_p}} V_{i_p j'_{i_p}} + \cdots + (r_{n;m}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) Z_{n;i} \sum_{j_m} A_{nk;m j_m} V_{m j_m} + \\
& (r_{n;1}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{Z}_{n;i} \sum_{j_1} A_{nk;1 j_1} V_{1 j_1} + \cdots + (r_{n;i_1}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) V_{i_2 j'_{i_2}} \cdots V_{i_p j'_{i_p}} A_{nk;i_1 j'_{i_1}} V_{i_1 j'_{i_1}} + \cdots + \\
& (r_{n;i_s}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{s-1} j'_{i_{s-1}}} V_{i_{s+1} j'_{i_{s+1}}} \cdots V_{i_p j'_{i_p}} A_{nk;i_s j'_{i_s}} V_{i_s j'_{i_s}} + \cdots + \\
& (r_{n;i_p}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{p-1} j'_{i_{p-1}}} A_{nk;i_p j'_{i_p}} V_{i_p j'_{i_p}} + \cdots + (r_{n;m}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{Z}_{n;i} \sum_{j_m} A_{nk;m j_m} V_{m j_m} = \\
& \sum_{i''=i_1}^{i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i'' j'_{i''}} \bar{Z}_{n;i} + \sum_{i'' \neq i_1, \dots, i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) \bar{Z}_{n;i} \sum_{j_{i''}} A_{nk;i'' j'_{i''}} V_{i_{i''} j'_{i''}} + \sum_{i'' \neq i_1, \dots, i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) Z_{n;i} \sum_{j_{i''}} A_{nk;i'' j'_{i''}} V_{i_{i''} j'_{i''}} + \\
& \sum_{i''=i_1}^{i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (\bar{V}_{i_1 j'_{i_1}} + V_{i_1 j'_{i_1}} \bar{V}_{i_2 j'_{i_2}} + \cdots + V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{p-2} j'_{i_{p-2}}} \bar{V}_{i_{p-1} j'_{i_{p-1}}}) \sum_{j_{i''}} A_{nk;i'' j'_{i''}} V_{i_{i''} j'_{i''}} + \\
& \sum_{i''=i_1}^{i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{p-1} j'_{i_{p-1}}} \bar{V}_{i''+1 j'_{i''+1}} + V_{i''+1 j'_{i''+1}} V_{i''+2 j'_{i''+2}} \bar{V}_{i''+3 j'_{i''+3}} + \cdots + V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots \bar{V}_{i_p j'_{i_p}}) A_{nk;i'' j'_{i''}} V_{i_{i''} j'_{i''}} + \\
& \sum_{i''=i_1}^{i_p} (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_{p-1} j'_{i_{p-1}}} \sum_{j_{i''} \neq j'_{i''}} A_{nk;i'' j'_{i''}} V_{i_{i''} j'_{i''}}. \quad \text{证毕}
\end{aligned}$$

类似地,由上述证明可看出,对于给定的 $j'_{i_s}, s = 1, 2, \dots, p$, 有下式成立:

$$\begin{aligned}
X_{nk} \mid V_{1j_1} \cdots V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_p j'_{i_p}} V_{mj_m} &= \sum_{i'=i_1}^{i_p} (r_{n;i'}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i' j'_{i'}} + \sum_{i' \neq i_1, \dots, i_p} (r_{n;i'}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i' j'_{i'}}, j_{i_s} = j'_{i_s}, s = 1, 2, \dots, p; \\
X_{nk} \mid V_{1j_1} \cdots V_{i_1 j'_{i_1}} \cdots V_{i_p j'_{i_p}} V_{mj_m} &= \sum_{i'=i_1}^m (r_{n;i'}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) A_{nk;i' j'_{i'}}, j_{i_s} \neq j'_{i_s}, s = 1, 2, \dots, p. \quad (4)
\end{aligned}$$

例 2 在例 1 中问题背景不变的基础上改变条件作用事件的条件,如图 3。 $X_{5k;1j}$ 为一个条件作用事件,设条件为 $Z_{5;1} = \overline{X_{21}} X_{32}$ 。为更好体现出本文所给一般形式的优越性,分别运用传统展开方法和直接应用一般形式对该例中 X_5 的状态事件进行展开。由传统展开算法有:

$$\begin{aligned}
X_{5k} &= (Z_{5;1} + \bar{Z}_{5;1}) ((r_{5;1}/r_5) Z_{5;1} \sum_{j_1} A_{5k;1j_1} B_{1j_1} + \\
& (r_{5;2}/r_5) \sum_{j_2} A_{5k;2j_2} X_{2j_2} + \\
& (r_{5;3}/r_5) \sum_{j_3} A_{5k;3j_3} X_{3j_3} + (r_{5;4}/r_5) \sum_{j_4} A_{5k;4j_4} X_{4j_4}) = \\
& (r_{5;1}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4})) (\bar{X}_{21} + X_{21} \bar{X}_{32}) \sum_{j_1} A_{5k;1j_1} B_{1j_1} + \\
& (r_{5;2}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4})) (\bar{X}_{21} + X_{21} \bar{X}_{32}) \sum_{j_2} A_{5k;2j_2} X_{2j_2} + \\
& (r_{5;3}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4})) (\bar{X}_{21} + X_{21} \bar{X}_{32}) \sum_{j_3} A_{5k;3j_3} X_{3j_3} +
\end{aligned}$$

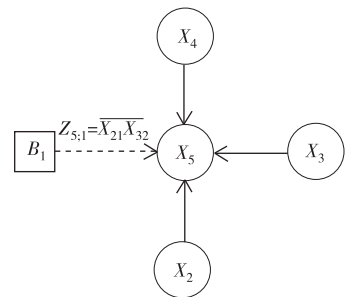


图 3 M-DUCG 中的条件作用事件

Fig. 3 The conditional functional event in M-DUCG

$$\begin{aligned}
& (r_{5;4}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))(\bar{X}_{21} + X_{21} \bar{X}_{32}) \sum_{j_4} A_{5k;4j_4} X_{4j_4} + \\
& (r_{5;2}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{32} A_{5k;21} X_{21} + \\
& (r_{5;3}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} A_{5k;32} X_{32} + (r_{5;4}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} X_{32} \sum_{j_4} A_{5k;4j_4} X_{4j_4} = \\
& (r_{5;1}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))(\bar{X}_{21} + X_{21} \bar{X}_{32}) \sum_{j_1} A_{5k;1j_1} B_{1j_1} + (r_{5;2}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))\bar{X}_{32} A_{5k;21} X_{21} + \\
& (r_{5;2}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4})) \sum_{j_2 \neq 1} A_{5k;2j_2} X_{2j_2} + (r_{5;3}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))\bar{X}_{21} \sum_{j_3} A_{5k;3j_3} X_{3j_3} + \\
& (r_{5;3}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} \sum_{j_3 \neq 2} A_{5k;3j_3} X_{3j_3} + (r_{5;4}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))(\bar{X}_{21} + X_{21} \bar{X}_{32}) \sum_{j_4} A_{5k;4j_4} X_{4j_4} + \\
& (r_{5;2}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{32} A_{5k;21} X_{21} + (r_{5;3}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} A_{5k;32} X_{32} + \\
& (r_{5;4}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} X_{32} \sum_{j_4} A_{5k;4j_4} X_{4j_4}。
\end{aligned}$$

而用本文所给的一般形式,直接利用命题 2 的结论及题中条件可知: $n=5, i=1, i_1=2, i_2=3, j_{i_1}=1, j_{i_2}=2, p=2$,代入(3)式可得:

$$\begin{aligned}
X_{5k} &= (r_{5;2}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{32} A_{5k;21} X_{21} + (r_{5;3}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} A_{5k;32} X_{32} + \\
& (r_{5;4}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} X_{32} \sum_{j_4} A_{5k;4j_4} X_{4j_4} + (r_{5;1}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))(\bar{X}_{21} + X_{21} \bar{X}_{32}) \sum_{j_1} A_{5k;1j_1} B_{1j_1} + \\
& (r_{5;2}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))\bar{X}_{32} A_{5k;21} X_{21} + (r_{5;2}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4})) \sum_{j_2 \neq 1} A_{5k;2j_2} X_{2j_2} + \\
& (r_{5;3}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))\bar{X}_{21} \sum_{j_3} A_{5k;3j_3} X_{3j_3} + (r_{5;3}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))X_{21} \sum_{j_3 \neq 2} A_{5k;3j_3} X_{3j_3} + \\
& (r_{5;4}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))(\bar{X}_{21} + X_{21} \bar{X}_{32}) \sum_{j_4} A_{5k;4j_4} X_{4j_4}。
\end{aligned}$$

进而由(4)式有:

$$\begin{aligned}
X_{5k} | B_{1j_1} X_{21} X_{32} X_{4j_4} &= (r_{5;2}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;21} + \\
& (r_{5;3}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;32} + (r_{5;4}/(r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;4j_4}, j_2=1, j_3=2; \\
X_{5k} | B_{1j_1} X_{2j_2} X_{3j_3} X_{4j_4} &= (r_{5;1}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;1j_1} (r_{5;2}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;2j_2} + \\
& (r_{5;3}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;3j_3} + (r_{5;4}/(r_{5;1} + r_{5;2} + r_{5;3} + r_{5;4}))A_{5k;4j_4}, j_2 \neq 1, j_3 \neq 2。
\end{aligned}$$

通过上述过程可明显看出,运用传统展开方法和直接应用本文所给一般形式得出的事件状态展开式是一致的,但传统展开方法的过程较繁琐,而按照本文中一般形式进行展开更简便,进一步体现出了本文所给一般形式的优越性和有效性所在。

特别地,对于命题 2 中的条件若为 $Z_{n;i} = \overline{V_{1j'_1} V_{2j'_2} \cdots V_{mj'_m}}$,则有:

$$\begin{aligned}
X_{nk} &= \sum_{i' \neq i} (r_{n;i'}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i'j'_{i'}} \bar{Z}_{n;i} + (r_{n;i}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) Z_{n;i} \sum_{j_i} A_{nk;i'j_i} V_{ij_i} + \\
& \sum_{i''=1}^m (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (\bar{V}_{1j'_1} + V_{1j'_1} \bar{V}_{2j'_2} + V_{1j'_1} \cdots V_{i''-2j'_{i''-2}} \bar{V}_{i''-1j'_{i''-1}}) \sum_{j_{i''}} A_{nk;i'j_{i''}} V_{i'j_{i''}} + \\
& \sum_{i''=1}^m (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) (V_{1j'_1} \cdots V_{i''-1j'_{i''-1}} \bar{V}_{i''+1j'_{i''+1}} + V_{i''-1j'_{i''-1}} V_{i''+1j'_{i''+1}} \bar{V}_{i''+2j'_{i''+2}} + \cdots + V_{1j'_1} \cdots \bar{V}_{mj'_m}) A_{nk;i'j'_{i''}} V_{i'j'_{i''}} + \\
& \sum_{i''=1}^m (r_{n;i''}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) V_{1j'_1} \cdots V_{i''-1j'_{i''-1}} \sum_{j_{i''} \neq j'_{i''}} A_{nk;i'j_{i''}} V_{i'j_{i''}}。 \\
X_{nk} | V_{1j'_1} V_{2j'_2} \cdots V_{mj'_m} &= \sum_{i' \neq i} (r_{n;i'}/\sum_{i' \neq i} r_{n;i'}) A_{nk;i'j'_{i''}}, j_s = j'_s, s=1, 2, \cdots, m; \\
X_{nk} | V_{1j'_1} V_{2j'_2} \cdots V_{mj'_m} &= \sum_{i'=1}^m (r_{n;i'}/\sum_{i'=1}^m r_{n;i'}) A_{nk;i'j'_{i''}}, j_s \neq j'_s, s=1, 2, \cdots, m。
\end{aligned}$$

2 结论

DUCG 理论模型利用领域专家对具体对象的因果知识,将因果逻辑知识与不确定性相结合,通过图形化的

方式进行模块化的知识表达和合成,从而对推理结果进行图形化的解释。它能够有效地快速地处理各类复杂的因果关系。DUCG 分为 S-DUCG 和 M-DUCG。S-DUCG 用于子变量为单赋值的情况,M-DUCG 可同时用于子变量为单赋值和多赋值的情况。事件的展开在 DUCG 理论模型中占有重要地位,而在基于所观察到的证据对假设事件进行事件展开的过程中,条件作用事件是不可忽视的一部分。其中 M-DUCG 中条件作用事件涉及的条件情形复杂且多样化。本文对 M-DUCG 中条件作用事件的类型进行了归纳和总结,通过事件展开算法给出了基于 M-DUCG 中条件作用事件对所关注假设事件进行展开的一般形式,实例验算表明,本文所给出的一般形式简洁明了,为事件展开提供了方便,避免了对事件展开的繁琐推导过程,便于相关领域的读者参考和使用。

参考文献:

- [1] JIANG X, BARMADA M M, VISWESWARAN S. Identifying genetic interactions in genomewide data using Bayesian networks[J]. *Genetic Epidemiology*, 2010, 34(6): 575-581.
- [2] PREMCHAI SWAID W. Bayesian network[M]. London: Intech Open, 2012.
- [3] KJARULFF U B, MADSEN A L. Bayesian networks and influence diagrams; a guide to construction and analysis [M]. New York: Springer-Verlag, 2013.
- [4] CHIU G S, GOULD J M. Statistical inference for food webs with emphasis on ecological networks via Bayesian melding [J]. *Environmetrics*, 2010, 21(7/8): 728-740.
- [5] POROPUDAS J, VIRTANEN K. Simulation metamodeling with dynamic Bayesian networks[J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 214(3): 644-655.
- [6] TARONI F, BIEDERMANN A, BOZZA S, et al. Bayesian networks for probabilistic inference and decision analysis in forensic science [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2014.
- [7] XU Y F, CHOI J, DASS S, et al. Bayesian prediction and adaptive sampling algorithms for mobile sensor networks; online environmental field reconstruction in space and time [M]. Berlin: Springer International Publishing, 2016.
- [8] GROVER J. The manual of strategic economic decision making; using Bayesian belief networks to solve complex problems[M]. Berlin: Springer International Publishing, 2016.
- [9] ZHANG Q. Probabilistic reasoning based on dynamic causality trees/diagrams [J]. *Reliability Engineering and system Safety*, 1994, 46(3): 209-220.
- [10] 张勤. DUCG: 一种新的动态不确定因果知识的表达和推理方法(I): 离散、静态、证据确定和有向无环图情况 [J]. *计算机学报*, 2010, 33(4): 625-650.
ZHANG Q. DUCG: a new method of expression and reasoning for dynamic uncertain causal knowledge(I): discrete static, definitive evidence, directed acyclic graph cases [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2010, 33(4): 625-650.
- [11] ZHANG Q. Dynamic uncertain causality graph for knowledge representation and reasoning; discrete DAG cases [J]. *Journal of Computer Science and Technology*, 2012, 27(1): 1-23.

General Forms Based on Conditional Functional Event in M-DUCG

HU Tingting, WANG Hongchun, WU Chengyao

(College of Mathematics Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: [Purposes] In order to simplify the difficulty of the expansion process that when the hypothetical events of interest are expanded based on conditional events, especially when the number of parent variables is enormous. [Methods] The general forms based on conditional functional event in M-DUCG with propositional forms, a detailed deviation is given to make the proof. [Findings] The application of the general forms to a real problem, demonstrates the advantages of using it directly. [Conclusions] In the process of determining evidence-based simplified graphs and expanding events which involves conditional functional event, the only requirement is to find corresponding labels and substitute them into the conclusion of given propositions, then the targeted expression of state event expansion of the hypothetical event can be obtained immediately, which greatly reduces the amount of time of calculation and also make it easier for interested researchers to use it.

Keywords: M-DUCG; conditional functional event; causal relationship; uncertainty