

基于 Copula-GH-CoVaR 模型的风险溢出效应研究^{*}

张保帅, 段俊, 田盈
(重庆师范大学 经济与管理学院, 重庆 401331)

摘要:【目的】为了更好地刻画金融资产之间的风险溢出效应,提高风险溢出效应测度的精度和有效性。【方法】通过构建广义双曲线分布下的边缘分布模型刻画金融资产的尖峰、厚尾以及偏斜等特征,在优选出 Copula 函数基础上,搭建起基于 Copula-GH-CoVaR 的风险溢出效应模型,然后以国际大宗商品综合价格与中国原油市场价格为例进行实证研究。【结果】实证研究结果显示,构建的风险溢出效应模型能有效刻画国际大宗商品市场与中国原油市场风险特征;随着时间的推移,风险溢出效应也在发生变化,并且和重大经济事件的发生相一致;国际大宗商品市场与中国原油市场存在双向正的风险溢出效应,但这一效应是不对称的。【结论】模型的检验表明,基于 Copula-GH-CoVaR 的风险溢出效应模型从精度和有效性上都达到了要求。

关键词:Copula; CoVaR; 风险溢出; 双曲线分布; 原油市场; 大宗商品市场

中图分类号:O213; F832.4

文献标志码:A

文章编号:1672-6693(2019)04-0081-12

为了应对诸如 1987 年华尔街股市崩盘、1992 年欧洲货币体系崩溃等金融市场危机,风险价值(Value at risk, VaR)在 20 世纪 90 年代应运而生^[1]。它被用来衡量某一特定时期内在一定置信水平下某一投资组合的最大潜在损失。如今,在风险管理中 VaR 已经成为一个市场风险的衡量标准。

尽管 VaR 概念简单,但是对它进行精确的估计仍然是一个有挑战性的难题^[2]。到目前为止,人们已经开发了各种方法来预测 VaR,但由于典型的投资组合的分布会随着时间的推移变化,目前还没有一个方法给出令人满意的解决方案^[3]。现使用最广泛的 VaR 估计方法是使用完全参数时间系列模型,如用 ARCH 或 GARCH 模型来捕获残差项的动态波动性^[4],这种方法的主要弱点是要提前假定收益率残差的分布^[5]。开始人们一般都假定 GARCH 和 ARCH 模型为正态分布,后来由于考虑到金融收益序列的尖峰厚尾特征,用 Student- t 分布等来替代,并被广泛认为是有效的^[6-7]。然而,迄今为止仍然没有确切的答案到底选择何种分布拟合残差项是最优的。关于非参数化方法,最具人气的的方法是历史模拟法,使用这种方法可以把历史回报的经验分位数作为 VaR 的估计。尽管该方法易处理,但得到的 VaR 估计可能不稳定。另一方面,由 Tobias 和 Brunnermeier^[8]提出的条件风险价值,简称 CoVaR,这可能是各种测度方法中最受金融机构欢迎并广泛使用的系统风险度量方法。CoVaR 的一般思想可以表示为一个随机变量 X_j 关于随机变量 X_i 的条件分布,CoVaR ^{$j|i$} 就定义为资产 i 在风险 j 中的条件 VaR,该定义允许衡量一个资产对整个系统(或资产)的风险贡献可以通过对处于正常状态资产的 CoVaR 和风险状态资产 CoVaR 之间的差异获得。CoVaR 模型弥补了传统的就单一资产来衡量本身风险的不足,能更完全地反映单一资产对整体系统性风险的影响程度。

CoVaR 模型已经得到国内外学者的广泛应用。Hakwa 等人^[9]假设金融资产收益率为正态分布,应用 CoVaR 模型并结合 Copula 函数对金融资产的条件风险进行了考察。Girardi 等人^[10]运用 DCC-GARCH 模型,在偏 t 分布假设下应用 CoVaR 模型对金融资产的条件风险进行了估计。马理等人^[11]在 t 分布假设下,通过构建基于 Copula 和 GARCH 的动态 CoVaR 模型对金融资产条件风险进行了测度。王妍等人^[12]假设金融资产尾部

^{*} 收稿日期:2018-12-15 修回日期:2019-06-15 网络出版时间:2019-07-15 12:30

资助项目:国家社会科学规划项目(No. 18BJY09);重庆教育委员会科技项目(No. KJQN201800513);重庆师范大学校级基金项目(No. 16XYY26);教育部人文社科项目(No. 18YJC790137);重庆市教育委员会人文项目(No. 17SKG037;No. 16SKGH049);重庆市社会科学规划项目(No. 2018PY74)

第一作者简介:张保帅,男,副教授,博士,研究方向为金融风险管理, E-mail:baoshuai8128@163.com; 通信作者:段俊,男,副教授,博士, E-mail:110048327@qq.com

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1165.N.20190715.1230.028.html>

服从 GPD 分布,然后结合 CoVaR 模型对条件风险进行了研究。陈九生等人^[13]在 Skew- t 分布假设下,结合 Copula 函数应用 CoVaR 模型对金融资产的条件风险进行了衡量。从上面的研究可以发现,现有应用 CoVaR 模型的研究主要基于正态分布、 t 分布、GPD 分布以及 Skew- t 分布等,但这些分布都只是从某一方面刻画金融资产的分布特征。为了更好地刻画金融资产的尖峰、厚尾、杠杆、偏斜等特征,学者们一直在寻找更为合理的分布函数。Barndorff 等人^[14]提出广义双曲线分布,由于广义双曲分布能同时具有尖峰、厚尾、偏斜等特征,因此更适合拟合金融资产的收益特征。Eberlein 等人^[15]、Fajardo 等人^[16]以及杨爱军等人^[17]已经应用广义双曲分布对金融资产的分布特征进行了刻画,结果表明拟合效果非常好,但是目前还未有把广义双曲分布应用到 CoVaR 的测度的报道。

对比目前流行的 CoVaR 估计方法发现,Copula 函数法与 DCC-GARCH 模型更加有效^[18],同时由于 Copula 函数法能够捕捉客观变量和条件变量之间的相依关系,这样可以利用 Copula 来重新定义和计算 CoVaR^[18]。考虑到常规分布不能综合反映金融资产的波动特征,而广义双曲线分布能更好地刻画金融资产的尖峰、厚尾、偏斜等特征,同时 Copula 函数能有效反映金融资产间的非线性特征,因此本文在构建评价金融资产溢出效应模型时,创新性的在条件风险测度中引入广义双曲线分布、Copula 函数,最终构建基于 Copula-GH-CoVaR 的联动风险溢出效应模型,并对模型的有效性进行检验。

1 模型构建

本文的目的在于构建基于 Copula-GH-CoVaR 模型的联动风险溢出效应模型。首先,前人已经证明广义双曲线分布能有效反映金融资产的尖峰、厚尾以及偏斜特征;其次,由于分位数回归等方法在计算金融资产间的 CoVaR 时会忽略掉溢出风险以及引进不必要的偏差,而 Copula 函数可以有效解决这个问题。因此,为了提高金融风险溢出效应测度的有效性和精度,本文通过引进广义双曲线分布和 Copula 函数来构建基于 Copula-GH-CoVaR 模型的联动风险溢出效应模型。

1.1 边缘分布模型构建

1.1.1 广义双曲线(GH)分布 Barndorff-Nielsen^[14]提出广义双曲线分布,指出广义双曲线分布同时具有尖峰、厚尾以及偏斜特征,因此广义双曲线分布是一个刻画金融资产回报的有效工具。假设 X 为服从广义双曲分布的随机变量, Z 具有广义逆高斯分布,以 $Z \sim \text{GIS}(\lambda, \delta, \gamma)$ 表示,则有:

$$x = \mu + \beta z + \sqrt{z} \cdot Y, \quad (1)$$

其中 $Y \sim N(0, 1)$,且 Y 与 z 相互独立,那么 z 的概率密度函数为:

$$f(z) = \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^\lambda \cdot \frac{z^{\lambda-1}}{z k_\lambda \cdot (\delta \gamma)} \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\delta^2}{z} + \gamma^2 \cdot z\right)\right), z > 0, \quad (2)$$

其中 $k_\lambda(u)$ 表示阶数为 λ 的第三类修正 Bessel 函数,它的定义为:

$$k_\lambda(u) = \frac{1}{2} \int_0^\infty y^{\lambda-1} \cdot \exp\left(-\frac{u}{2} \cdot \left(y + \frac{1}{y}\right)\right) dy, u > 0, \quad (3)$$

在给定的 Z 具有 $\text{GIS}(\lambda, \delta, \gamma)$ 分布条件下,假设 $X|Z=z$ 的条件分布为 $N(\mu + \beta z, z)$,即 $X|Z=z$ 的条件概率密度为:

$$f(x|z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2z} \cdot (x - \mu - \beta \cdot z)^2\right), \quad (4)$$

则 X 为服从广义双曲线分布,以 $X \sim \text{GH}(\lambda, \alpha, \beta, \mu, \delta)$ 表示,其中 $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$,经过推导可得广义双曲线分布的概率密度函数为:

$$g(x; \lambda, \alpha, \beta, \delta) = \int_0^\infty (x|z) f(z) dz = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^{\frac{\lambda}{2}}}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \cdot \delta^\lambda \cdot k_\lambda \cdot (\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2})} \cdot \left(\frac{\delta}{2} \cdot \sqrt{\varphi(x)}\right)^{\lambda - \frac{1}{2}} \cdot k_{\lambda - \frac{1}{2}} \cdot (\alpha \cdot \delta \cdot \sqrt{\varphi(x)} \cdot \exp(\beta \cdot (x - \mu))), \quad (5)$$

其中 $\varphi(x) = 1 + \left(\frac{x - \mu}{\delta}\right)^2$ 。具体的参数分布特征如下: α, β 为形状参数, α 越大尾部越厚, β 决定它的偏度; μ 为位置参数; δ 为尺度参数,它的值越大密度函数峰度越小。因此通过广义双曲分布能有效刻画金融资产回报的尖峰、厚尾及偏斜特征。此外, λ 为调整参数,可以通过调整 λ 改变分布尾部的厚度,比如当参数趋于特定值时,广

义双曲线分布可以转化为特定分布, $HP(\lambda=1)$ (双曲线分布), $NIG\left(\lambda=\frac{1}{2}\right)$ (正态逆高斯分布), $Student-t(\lambda=-\frac{v}{2}, \alpha=\beta=0, \delta=\sqrt{v}, v \in R)$ (t 分布), $GHSTK\left(\lambda=-\frac{v}{2}, \alpha=|\beta|, v \in R\right)$ (广义双曲线学生偏 t 分布), $N(\alpha, \delta \rightarrow \infty)$ (正态分布)。

1.1.2 广义双曲分布下的 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)模型 在应用广义双曲分布对金融资产进行建模时,关键的问题是刻画金融资产回报动态波动特征和偏斜特征。此外,金融资产的波动性不是恒定不变的。大量研究表明,除了具有尖峰、厚尾以及偏斜特征外,金融资产的波动性还具有均值回复、波动集聚等特征,并且还有一个显著特征被称为杠杆效应。为了更加全面刻画金融资产的波动特征,本文在 Glosten^[19] 不对称 GJR-GRACH 模型基础上引入广义双曲分布下 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)模型作为资产回报的边缘分布,具体如下:

$$R_{j,t} = \mu_{j,t} + \epsilon_{j,t} = \varphi_{j,0} + \varphi_{j,1} \cdot R_{j,t-1} + \sigma_{j,t} \cdot z_{j,t}, \tag{6}$$

$$\sigma_{j,t}^2 = \alpha_{j,0} + \alpha_{j,1} \cdot \epsilon_{j,t-1}^2 + \alpha_{j,2} \cdot d_{t-1} \cdot \epsilon_{j,t-1}^2 + \alpha_{j,3} \sigma_{j,t-1}^2, \tag{7}$$

其中,约定 $j=s,i$, 且 $t=1, \dots, T, z_{j,t}$ 服从 GH 分布。

1.2 Copula 函数选择

边缘分布确定后,接下来就是 Copula 函数的选择。Copula 函数是一种连接函数,由 Sklar^[20] 提出,它实质是联合分布的另一种转换形式。以二元 Copula 函数为例,传统的双变量联合分布函数是 $F(x, y)$, 当 x, y 根据其分布函数概率积分转换成 u 和 v 后,原来的函数 F 就变成 u 和 v 的函数 C , 这个函数 C 就是 Copula 函数。由于 Copula 函数不用假设边缘分布的具体形式,并且能够拟合变量间的相关结构,因此近年来在金融领域得到广泛应用。对于二元 Copula 函数,根据 Sklar 定理^[20],在边缘分布函数 F_x, F_y 连续时,存在唯一 Copula 函数:

$$F_{YX}(y, x) = C(F_Y(y), F_X(x)) \Rightarrow C(u, v) = F_{YX}(F_Y^{-1}(u), F_X^{-1}(v)), \tag{8}$$

其中, $u = F_Y(y)$ 和 $v = F_X(x)$ 为 $[0, 1]$ 均匀分布,那么条件概率 $P(Y \leq y | X = x)$ 可以用 Copula 函数表示为:

$$P(Y \leq y | X = x) = \frac{\partial C(u, v)}{\partial v}, \tag{9}$$

那么 $P(Y \leq y | X \leq x)$ 可表示为:

$$P(Y \leq y | X \leq x) = \frac{P(Y \leq y, X \leq x)}{P(X \leq x)} = \frac{C(F_Y(y), F_X(x))}{F_X(x)} = \frac{C(u, v)}{v}. \tag{10}$$

同时可以根据变量的特征选择合适的边缘分布和 Copula 函数,生成更能反映变量特征的联合分布,这样有助于反映变量间的相依结构特征。Copula 函数族种类繁多,通常分为椭圆 Copula 族、阿基米德 Copula 族、极值 Copula 族以及 Archimax Copula 族四类。而阿基米德类 Copula 函数由于具有良好的统计特征,近年来在金融学文献中得到广泛应用。阿基米德 Copula 函数可以捕获广泛的不对称尾部依赖性,这对金融资产收益之间的尾部关系进行建模是非常重要的。因此,本文选择阿基米德类 Copula 函数作为备选 Copula 函数,其中阿基米德 Copula 函数包括 Frank-Copula, Gumbel-Copula, Clayton-Copula 以及 BB7-Copula (见表 1)。下面需要在这 4 种 Copula 函数中优选出合适的 Copula 函数对金融资产序列进行拟合。

表 1 4 类 Copula 函数列表
Tab. 1 Four kinds of Copula functions

Copula 函数类型	$C(u, v; \theta/\delta)$	参数区间	尾部相依参数
Frank	$-\frac{1}{\delta 1} \left(\frac{1}{1-e^{-\delta 1}} [(1-e^{-\delta 1}) - (1-e^{-u\delta 1})(1-e^{-v\delta 1})] \right)$	$\delta 1 \in [-\infty, 0) \cup (0, \infty)$	
Gumbel	$\exp \left(-((-\ln u)\theta + (-\ln v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}} \right)$	$\theta \in [1, \infty]$	$\lambda_U = 2 - \frac{1}{\theta}$
Clayton	$\max \left((u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}, 0 \right)$	$\theta \in [-1, 0) \cup (0, \infty)$	$\lambda_L = 2 - \frac{1}{\theta}$
BB7	$1 - (1 - [(1 - (1 - u)^\theta)^{-\delta 1} + (1 - (1 - v)^\theta)^{-\delta 1} - 1])^{-\frac{1}{\delta 1}})^{\frac{1}{\theta}}$	$\delta 1 \in [0, \infty), \theta \in [1, \infty)$	$\lambda_L = 2 - \frac{1}{\delta 1}, \lambda_U = 2 - \frac{1}{\theta}$

由于备选的 4 类 Copula 都是常数 Copula,为了反映随机变量的动态关系,借鉴 Patton^[21] 用 ARMA(1,10) 过程来刻画参数的动态关系构建 4 类时变 Copula 函数,对于 Gumbel, Clayton Copula 以及 BB7 函数有:

$$\theta_t = \Lambda_1(\omega + \gamma \cdot \theta_{t-1} + \xi \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} |u_{t-j} \cdot v_{t-j}|), \tag{11}$$

其中 $\Delta_1 = \frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}$, 目的是为了确参数处于 $(0, 1)$ 的区间, 这里需要指出的是 BB7 Copula 是要区分上下尾。而对 Frank Copula 函数有:

$$\delta 1_t = \omega + \gamma \cdot \theta_{t-1} + \xi \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} |u_{t-j} \cdot v_{t-j}|, \quad (12)$$

1.3 CoVaR 方法

在确定边缘分布和 Copula 函数后, 就是要构建基于 Copula-GH-CoVaR 的联动风险溢出效应模型。

1.3.1 定义 CoVaR 回顾 VaR 的定义, 用随机变量 $R_{i,t}$ 表示资产 i 在 t 时的回报 ($i=1, \dots, N; t=1, \dots, T$), 那么 $R_{i,t}$ 在显著性水平下 $\alpha \in (0, 1)$ 的在险价值 $\text{VaR}_{a,t}^i$ 可以表示为:

$$P(R_{i,t} \leq \text{VaR}_{a,t}^i) = \alpha \Leftrightarrow \text{VaR}_{a,t}^i = F_{i,t}^{-1}(\alpha) \quad (13)$$

其中, $F_{i,t}^{-1}(\alpha)$ 为回报分布函数 $F_{i,t}$ 的逆函数。

VaR 是对单一的金融资产进行风险评估, 不能反映金融资产间的风险溢出程度, 于是 Tobias 和 Brunnermeier^[8] 在 VaR 的基础上提出了 CoVaR 概念, 用来表示当金融资产 i 处于风险水平时, 金融资产 s 所面临的风险值。因此, 它是一种反映金融资产 i 对金融资产 s 的条件风险, 用公式可以表示为:

$$P(R_{s,t} \leq \text{CoVaR}_{a,\beta,t} | R_{i,t} = \text{VaR}_{a,t}^i) = \beta, \quad (14)$$

为了更加精确地度量金融资产间的溢出效应, Girardi 和 Ergün^[22] 通过重新定义风险条件, 对 Tobias 和 Brunnermeier^[8] 的 CoVaR 定义进行了修正, 具体形式如下:

$$P(R_{s,t} \leq \text{CoVaR}_{a,\beta,t} | R_{i,t} \leq \text{VaR}_{a,t}^i) = \beta, \quad (15)$$

本文采用(15)式来计算 CoVaR, 这里 i 和 s 不相等, α, β 表示显著性水平, 典型的取值分别为 1% 和 5%, 目前一些文献通常都取 $\alpha = \beta$, 这对于 $\alpha \neq \beta$ 的情况也是成立的, 本文选择 $\alpha = \beta = 5\%$ 进行分析。

由(15)式可以看出, $\text{CoVaR}_{a,\beta,t}^{s|i}$ 实质是一种条件 VaR, 衡量的是金融资产 i 面临的总风险程度, 具体包含 s 自身的风险价值和 i 的风险溢出效应。CoVaR 反应的是条件风险、传染风险, 主要针对衡量尾部极端概率下极端事件风险, 并且具有条件性的概念, 可以用来捕捉风险传染的效果。为了评估金融资产 s 对金融资产 i 的风险溢出效应, 借鉴 Tobias 和 Brunnermeier 对边际系统风险的定义:

$$\Delta \text{CoVaR}_{a,\beta,t}^{s|i} = \text{CoVaR}_{a,\beta,t}^{s|i} - \text{CoVaR}_{0.5,\beta,t}^{s|i}, \quad (16)$$

考虑到不同金融资产自身条件风险差异比较大, $\Delta \text{CoVaR}_{a,\beta,t}^{s|i}$ 仅能表示风险溢出效应的大小, 为了反映金融资产溢出效应强度, 对 $\Delta \text{CoVaR}_{a,\beta,t}^{s|i}$ 进行标准化:

$$S_{\Delta \text{CoVaR}_{a,\beta,t}^{s|i}} = \frac{\Delta \text{CoVaR}_{a,\beta,t}^{s|i}}{\text{CoVaR}_{0.5,\beta,t}^{s|i}} \times 100\%, \quad (17)$$

CoVaR 的估计最开始用线性分位数回归的方法, 但是这种方法忽略了对金融资产 i 的时变溢出风险。为了解决这个问题, Girardi 和 Ergün^[22] 基于 GARCH 类模型和 DCC 类模型采用 3 步法, 把时变相关性考虑进来估计出 CoVaR, 然而这种方法假设条件过于苛刻, 需要在假设 $R_{i,t}$ 和 $R_{s,t}$ 分布基础上, 对它进行数值积分, 从而可能会在 CoVaR 的计算中引入错误的偏差。因此, 本文借用 Copula 函数计算 CoVaR。

1.3.2 Copula CoVaR 方法 为了解决估计 CoVaR 的时变溢出问题, 通过先应用 Copula CoVaR 方法来克服数值积分的难题, 再将 $R_{i,t}$ 和 $R_{s,t}$ 之间的时变依赖性纳入, 再用 Copula 参数来计算风险溢出效应。此外, Copula CoVaR 方法从 Copula 函数的内在性质来分离边际分布的依赖性, 在边界和依赖结构的规范中提供了更大的灵活性, 以这种方式消除了风险溢出效应度量计算中潜在的错误定位偏差。

按照 Nelsen^[23] 对二元阿基米德 Copula 函数的定义, 具体形式可以表示为:

$$C(u, v) = \varphi^{-1}[\varphi(u) + \varphi(v)], \quad (18)$$

这里 φ 为 Copula 函数 C 的生成函数, 并且 φ 为连续严格递减的凸函数。那么结合(10)式可以得到:

$$P(Y \leq y | X \leq x) = \frac{\partial C(u, v)}{\partial v} = \frac{\varphi'(v)}{\varphi'(C(u, v))} = \frac{\varphi'(v)}{\varphi'(\varphi^{-1}[\varphi(u) + \varphi(v)])}, \quad (19)$$

一般条件下 $\frac{\partial}{\partial v} C(u, v)$ 是部分可逆的, 可以得到 Copula 函数的条件分位数的解析式如下:

$$u = \varphi^{-1} \left[\varphi \left(\varphi^{-1} \left(\frac{1}{\beta} \varphi'(v) \right) \right) - \varphi(v) \right], \quad (20)$$

对(20)式中应用概率积分变换,得出了一个广义的阿基米德 Copula 函数的 CoVaR _{α, β, t} 的表达式,即:

$$\text{CoVaR}_{\alpha, \beta, t} = F_{s,t}^{-1} \left(\varphi^{-1} \cdot \left[\varphi \left(\varphi^{-1} \left(\frac{1}{\beta} \cdot \varphi'(v) \right) \right) \right] \right) - \varphi(v), \quad (21)$$

其中随机变量 Y 和 X 分别代表金融资产回报 $R_{s,t}$ 和 $R_{i,t}$, 各自的分布函数为 $F_{s,t}$ 和 $F_{i,t}$, 同时又从 VaR 定义(13)式可以得到:

$$v = F_{i,t}(\text{VaR}_{\alpha, t}^i) = F_{i,t}(F_{i,t}^{-1}(\alpha)) = \alpha, \quad (22)$$

那么(21)式等价于:

$$\text{CoVaR}_{\alpha, \beta, t} = F_{s,t}^{-1} \left(\varphi^{-1} \left[\varphi \left(\varphi^{-1} \left(\frac{1}{\beta} \varphi'(F_{i,t}(\text{VaR}_{\alpha, t}^i)) \right) \right) \right] \right) - \varphi(F_{i,t}(\text{VaR}_{\alpha, t}^i)), \quad (23)$$

上面 CoVaR _{α, β, t} 的解析式比较复杂, 可以做适当的简化, 根据(10)式, 条件分布 $P(R_{s,t} \leq \text{CoVaR}_{\alpha, \beta, t}^i | R_{i,t} \leq \text{VaR}_{\alpha, t}^i)$ 等价于:

$$P(R_{s,t} \leq \text{CoVaR}_{\alpha, \beta, t}^i | R_{i,t} \leq \text{VaR}_{\alpha, t}^i) = \frac{\varphi^{-1}[\varphi(u) + \varphi(v)]}{v} = \beta, \quad (24)$$

那么结合(22)、(24)式可得:

$$\varphi^{-1}[\varphi(u) + \varphi(\alpha)] = \alpha\beta, \quad (25)$$

从而有:

$$u = \varphi^{-1}[\varphi(\alpha\beta) - \varphi(\alpha)], \quad (26)$$

结合(20)、(21)以及(26)式可得:

$$\text{CoVaR}_{\alpha, \beta, t} = F_{s,t}^{-1}(\varphi^{-1}[\varphi(\alpha\beta) - \varphi(\alpha)]), \quad (27)$$

这里(27)式代表了金融资产回报 $R_{s,t}$ 和 $R_{i,t}$ 常态条件下的 CoVaR _{α, β, t} , 为了反映金融资产间的动态性, 文章应用上文提到的 ARMA(1,10)过程来刻画参数的动态关系, 最终可以获得的动态 CoVaR _{α, β, t} 综合模型。

1.4 模型估计和检验

模型构建出来之后, 下面对模型进行估计和检验。

计算 CoVaR 值需要估计反映金融资产回报 $R_{s,t}$ 和 $R_{i,t}$ 相依结构的参数。假设金融资产回报 $R_{s,t}$ 和 $R_{i,t}$ 向量为 $\mathbf{R}_t = (R_{s,t}, R_{i,t})'$, $t = 1, \dots, T$, 那么如果 Copula 函数和边缘分布函数都是连续的, 则联合概率密度函数可以表示为:

$$f(R_{s,t}, R_{i,t}) = c(u_t, v_t; \theta_t) \cdot f_{s,t}(R_{s,t}; \psi_s) \cdot f_{i,t}(R_{i,t}; \psi_i), \quad (28)$$

其中 $u_t = F_{s,t}(R_{s,t}; \psi_s)$, $v_t = F_{i,t}(R_{i,t}; \psi_i)$ 是均匀变换的边缘分布序列, $f_{s,t}(R_{s,t}; \psi_s)$ 和 $f_{i,t}(R_{i,t}; \psi_i)$ 是它们各自的边缘密度函数, θ_t 是 Copula 函数的参数, ψ_s, ψ_i 是两边缘分布的参数, 那么(28)式的极大似然估计可以表示为:

$$L(\theta_t, \psi_s, \psi_i) = \sum_{t=0}^1 [\ln c(u_t, v_t; \theta_t) + \ln f_{s,t}(R_{s,t}; \psi_s) + \ln f_{i,t}(R_{i,t}; \psi_i)], \quad (29)$$

其中边缘密度函数 $f_{s,t}(R_{s,t}; \psi_s)$, $f_{i,t}(R_{i,t}; \psi_i)$ 可以通过上文介绍的广义分布下的 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)拟合金融资产回报 $R_{s,t}$ 和 $R_{i,t}$ 获得, 然后通过 IFM 方法对(29)式进行估计。具体过程如下, 先根据(6)~(7)式中对金融资产回报 $R_{s,t}$ 和 $R_{i,t}$ 进行拟合, 得到金融资产回报 $R_{s,t}$ 和 $R_{i,t}$ 的累计分布函数 $u_t = F_{z_s,t}(z_s, t)$, $v_t = F_{z_i,t}(z_i, t)$, 那么相依参数可以通过极大似然估计对(29)式估计获得, 同时为了计算时变 CoVaR, 通过对金融资产回报 $R_{s,t}$ 进行拟合得到条件均值 $\mu_{s,t}$ 和标准差 $\sigma_{s,t}$, 最终通过(27)和(30)式分别获得常态 CoVaR 值和动态 CoVaR 值。

$$\text{CoVaR}_{\alpha, \beta, t} = \mu_{s,t} + \sigma_{s,t} F_{z_s,t}^{-1}(u), \quad (30)$$

模型检验是为了考察 CoVaR 对风险溢出测度的准确度, 这里借用 Girardi 和 Ergün^[22]的方法对 CoVaR 进行回测检验, 首先假定总的考察天数为 N , 对于金融资产 i , 定义如下“碰撞序列”:

$$I_t^i = \begin{cases} 1, R_{i,t} \leq \text{VaR}_{\alpha, t}^i, \\ 0, R_{i,t} > \text{VaR}_{\alpha, t}^i. \end{cases} \quad (31)$$

如果金融资产 i 在第 t 天的损失大于 $\text{VaR}_{\alpha, t}^i$, 返回值为 1, 反之为 0, 在金融资产 i 处于 $R_{i,t} \leq \text{VaR}_{\alpha, t}^i$, 也就是 I_t^i 返回值为 1 的子样本 T 中, 进一步定义“条件碰撞序列”:

$$I_t^{s|i} = \begin{cases} 1, R_{s,t} \leq \text{CoVaR}_{\alpha, \beta, t}, \\ 0, R_{s,t} > \text{CoVaR}_{\alpha, \beta, t}. \end{cases} \quad (32)$$

同理, 如果金融资产 s 在第 t 天的损失大于 $\text{CoVaR}_{\alpha, \beta, t}$, 返回值为 1, 反之为 0, 样本容量 M 为金融资产 i 处于

$R_{i,t} \leq \text{VaR}_{\alpha,t}^i$ 的子样本数量, 到这里就可以用 Kupiec 检验法^[24]对 CoVaR 进行检验了, 具体如下。构建碰撞序列和条件碰撞序列的似然比统计量:

$$LR^i = -2\ln((1-\alpha)^{N-T}\alpha^T) + 2\ln\left(\left(1-\frac{T}{N}\right)^{N-T}\left(\frac{T}{N}\right)^T\right), \tag{33}$$

$$LR^{s|i} = -2\ln((1-\beta)^{T-M}\beta^M) + 2\ln\left(\left(1-\frac{M}{T}\right)^{T-M}\left(\frac{M}{T}\right)^M\right). \tag{34}$$

根据 Kupiec 的理论, 当原假设成立时, 似然比统计量近似服从自由度为 1 的卡方分布。因此, 在置信水平一定的条件下, 当似然比统计量 LR 大于临界值时, 就拒绝原假设, 反之就接受原假设。

2 实证研究

为了检验文章构建模型的精度和有效性, 选择中国原油现货市场和国际期货市场代表性指数进行分析、检验。

2.1 数据来源及描述性统计

考虑数据可获得性, 由于国内原油期货市场成立时间比较短, 因此选择大庆原油现货价格指数(CCO)替代, 国际商品市场选择 CRB 期货指数(RJ/CRB)。为避免非同步交易影响, 所有数据经过整理, 根据数据可用性, 所有数据都是 2004 年 6 月 1 日至 2017 年 7 月 20 日期间的每日收盘价, 且均来源于 WIND 数据库。定义对数收益率: $r_t = 100 \times \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$ 。表 2 结出了样本的描述性统计分析数值。

表 2 样本描述性统计
Tab. 2 Sample descriptive statistics

	最小值	最大值	均值	标准差	偏度	峰度	J-B 检验	Q(12)	Q ² (12)	ARCH	ADF
CRB	-16.311 5	5.746 2	-0.015 3	1.208 0	-0.921 8	13.129 4	22 257*	23.382	299.88*	199.13*	-39.040 8*
CCO	-17.406 1	20.423 4	0.004 7	2.417 3	-0.066 2	5.792 3	4 252*	25.956	873.37*	366.63*	-37.685 2*

注: * 表示 1% 显著水平

从表 2 可以看出, 样本序列都是左偏形态(偏度 <0), 具有尖峰厚尾特征(峰度 >3), 并且 J-B 检验在 1% 显著性水平下, 各样本序列显著异于正态分布。为进一步检验样本序列分布特征, 这里给出各样本序列的 Q-Q 图(图 1)。以图 1a 的 CRB 为例, CRB 序列的上尾和下尾明显偏离正态分布, 呈厚尾特征, 据此可以得出结论样本序列呈现典型的“尖峰厚尾”特征。再结合图 2, 可以看出样本序列波动趋势基本一致, 呈现出非对称分布, 表现出一定的爆发和集聚特征。Ljung-Box 检验表明, 在 1% 显著性水平下, 样本序列收益率均不存在序列相关, ARCH 检验表明样本收益率都存在 ARCH 效应, ADF 检验表明样本收益率均是平稳的。因此, 可以运用 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)模型建模。

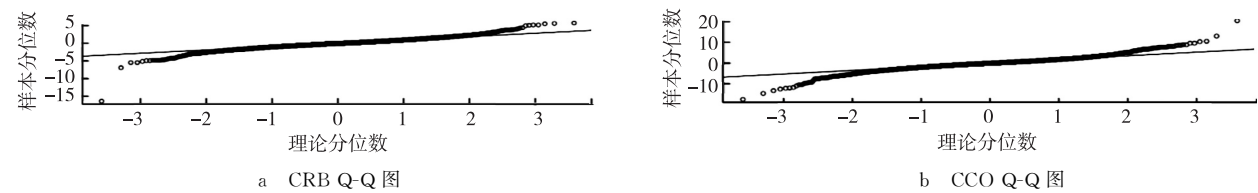


图 1 样本序列的 Q-Q 图
Fig. 1 Q-Q diagram of sample sequence

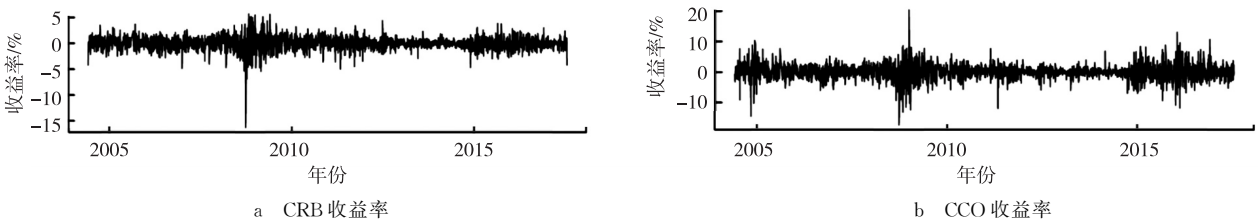


图 2 样本的收益率曲线
Fig. 2 Sample yield curve

2.2 边缘分布模型估计和 Copula 函数选择

考虑到双曲线函数有不同形式,选取正态逆高斯分布(NIG)、双曲线分布(GH)、广义双曲线分布(GHYP)以及广义双曲线偏 t 分布(GHSKT)分别对 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)建模,参数估计结果如表 2 所示。参数 $\alpha_{j,1},\alpha_{j,2}$ 均大于 0 且显著,说明利空消息对资产价格的冲击大于利好消息对资产价格的冲击,即存在明显的杠杆效应。 α 值比较小说明样本存在厚尾特征,偏度参数 β 不是很大,但是仍然表现一定偏斜特征,从似然值(LL)和 AIC 值可以看出,NIG 分布、GH 分布以及 GHYP 分布的拟合效果大概相当,GHSKT 分布拟合效果最好(LL 值越大、AIC 值越小拟合效果越好)。因此,接下来应用 GHSKT 分布下 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)模型与 Copula 函数结合计算 CoVaR。

表 3 不同类型双曲线分布下 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)估计结果
Tab. 3 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)results under different types of hyperbolic distributions

分布 样本	GH		NIG		GHYP		GHSKT	
	CRB	CCO	CRB	CCO	CRB	CCO	CRB	CCO
$\varphi_{j,0}$	0.008	0.008***	0.008	0.008***	0.008	0.008***	0.008	0.008***
$\varphi_{j,1}$	-0.021**	-0.168	-0.021**	-0.168	-0.021**	-0.168	-0.021**	-0.168
$\alpha_{j,0}$	0.002*	0.002*	0.002*	0.002*	0.002*	0.002*	0.002*	0.002*
$\alpha_{j,1}$	0.022***	0.030***	0.022***	0.030***	0.022***	0.030***	0.022***	0.030***
$\alpha_{j,2}$	0.963***	0.959***	0.963***	0.959***	0.963***	0.959***	0.963***	0.959***
$\alpha_{j,3}$	0.026***	0.017*	0.026***	0.017*	0.026***	0.017*	0.026***	0.017*
λ	-2.036 3	-0.683 7						
α	0.146 5	0.566 1	0.583 6	0.224 6	0.904 7	0.587 6	0.753 0	0.825 1
β	-0.053 5	-0.019 1	-0.058 7	-0.019 1	-0.056 3	-0.197 3	-0.055 2	-0.198 5
δ	0.993 7	0.998 8	0.967 8	0.969 7	0.978 5	0.996 0	0.986 2	0.997 9
μ	0.053 5	0.019 1	0.058 7	0.019 1	0.056 3	0.197 5	0.059 4	0.198 5
ν							6.522 3	3.276 1
LL	-4 065.625	-4 016.308	-4 075.883	-4 025.607	-4 069.091	-4 016.408	-4 010.576	-4 005.936
AIC	8 141.25	8 042.616	8 159.766	8 059.213	8 146.182	8 040.816	8 021.641	8 035.319

注:* 表明 10%水平下显著,**表明 5%水平下显著,***表明 1%水平下显著

实际上,CoVaR 的计算是基于金融资产回报的联合尾部分布,因此尾部相依性是 CoVaR 计算的一个相当重要的概念。从理论上分析,考虑尾部的相依性将有利于 CoVaR 的计算,而 Copula 函数正好考虑了尾部的相依性。考虑到 Copula 函数种类繁多,在寻找能够充分描述金融资产回报之间依赖关系的最佳 Copula 模型时,选择了比较流行的 4 种 Copula 函数形式:Clayton, Frank, Gumbel 和 BB7。这些 Copula 类函数都能够反映变量间依赖关系,但是反应的相依结构存在差别。例如,Clayton Copula 仅反应下尾部依赖,如果金融资产结构回报的负向变化与正向变化高度相关,则最适合。相比之下, Gumbel Copula 仅允许上尾尾相关,而 Frank Copula 不允许尾部依赖,对上尾下尾反映不敏感。最后, BB7 Copula 能够反映上下尾的不对称相依性。因此,从理论上分析 BB7 Copula 应该是相对最优的。

在 GHSKT 分布条件下,利用 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)模型分别对资产回报序列进行建模,然后对得出的残差序列进行概率积分转化后,对上面提到的 4 类 Copula 函数在考虑静态和动态情况下共 8 种情况进行拟合。根据极大似然值、AIC 以及 BIC 值准则判断, BB7 Copula 函数优于其他 Copula 函数,动态 BB7 Copula 函数优于静态 BB7 Copula 函数。表 4 给出了各类 Copula 函数的估计结果。

图 3 为各 Copula 函数拟合得到的中国原油市场和国际大宗商品市场的尾部相关参数的常数图和时变图,虚线表示常数尾部相关,实线表示动态尾部相关。根据上文的分析,Clayton Copula 函数、Gumbel Copula 函数分别反映了样本的下尾相关和上尾相关,而 BB7 Copula 函数能同时反映上尾和下尾相关性,这和图 3 反映出的性质一致。同时,从图 3 还可以看出,样本标的上尾和下尾的相关性是有差别的,并且随时间推移,上尾和下尾的相关性呈现一定程度的波动性,以动态 BB7 Copula 函数为例,下尾相关在(0,0.364 2)区间,上尾相关在(0,0.615 7),常 BB7 Copul

函数上尾常相关系数为 0.073 2,下尾常相关为 0.034 8,这说明中国原油市场和国际大宗商品市场存在较强的尾部相关性,并且上尾和下尾的相关性在强度上存在差异。

表 4 阿基米德 Copula 函数参数估计结果
Tab. 4 Parameter estimation of Archimedes Copula function

参数	Clayton	Frank	Gumbel	BB7		动态 Clayton	动态 Frank	动态 Gumbel	动态 BB7	
				τ^U	τ^L				τ^U	τ^L
ω						0.003 0	1.905 3	2.032 0	3.323 6	1.554 7
γ						-0.016 0	-0.231 4	-0.780 6	-22.498 8	-10.771 1
ξ						2.036 6	0.625 7	-2.487 8	-1.828 05	-5.456 4
θ	0.215 9		1.117 3	0.073 2	0.034 8					
$\delta 1$		1.021 3								
LL	-51.083 8	-40.685 7	-54.462 9	-61.968 6		-52.461 5	-54.950 9	-80.748 7		-87.201 7
AIC	-102.167 0	-174.399 6	-161.495 5	-90.969 5		-100.921 0	-183.935 9	-108.925 2		-81.370 9
BIC	-102.165 0	-174.387 7	-161.489 6	-90.965 5		-100.915 1	-183.931 9	-108.923 2		-81.368 9

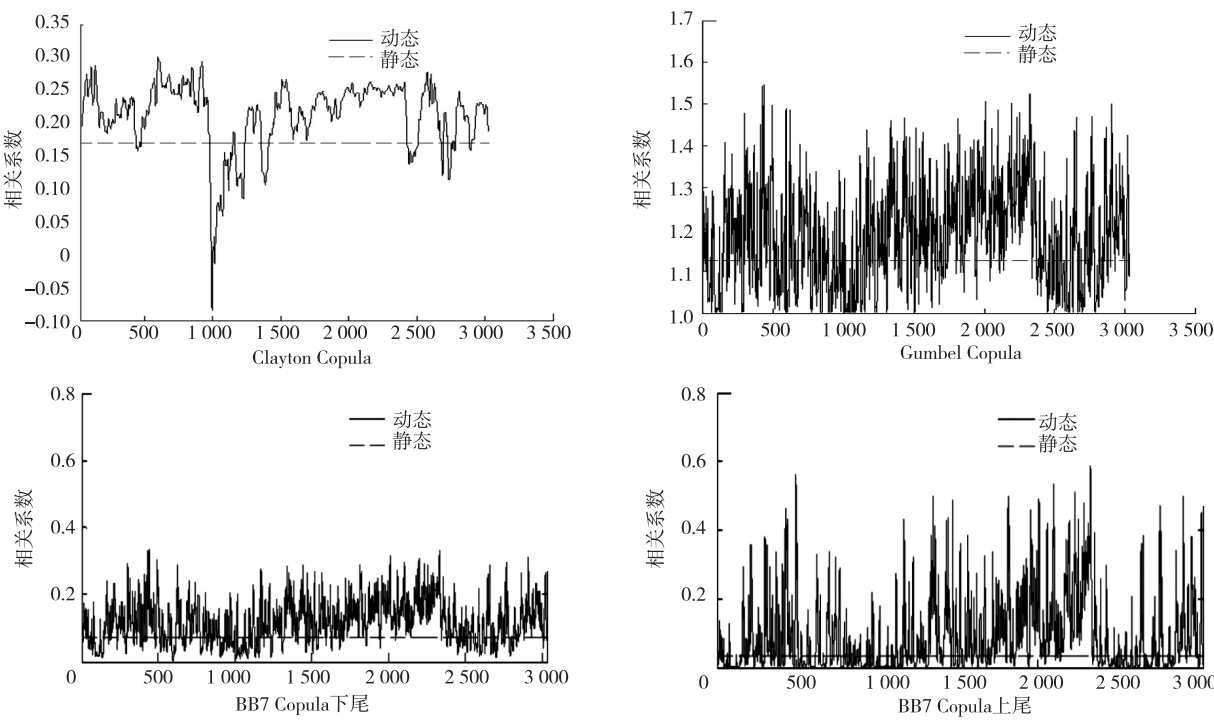


图 3 几种动态和静态 Copula 函数尾部相关系数
Fig. 3 Tail coefficient of several dynamic and static Copula functions

综合分析,从表 4 和图 3 可以看出,无论是根据似然值 LL 最大还是 AIC 值、BIC 值最小原则,动态 Copula 对金融资产回报相依结构的拟合都要优于静态 Copula,而动态 Copula 函数中,BB7 Copula 又表现最好。因此,下面选择动态 BB7 Copula 综合计算 CoVaR。

2.3 中国原油市场与国际大宗商品市场 CoVaR 估计

为了进一步定量研究样本之间的风险溢出效应,在明确样本序列的边缘分布和确定了最优的 Copula 函数之后,应用上文建立的模型来计算 5%显著水平下 VaR,CoVaR,ΔCoVaR 以及 S_{CoVaR} 的均值(见表 5)。

由表 5 可以看出,在既定显著性水平下,国内原油市场(CCO)的风险值 VaR,CoVaR 以及 ΔCoVaR 相对较大,而国际大宗商品市场(CRB)风险值 VaR,CoVaR 以及 ΔCoVaR 相对较小。同时,从风险溢出方向来看,样本相互之间的风险溢出效应(ΔCoVaR)均大于零,因此存在正向溢出效应。从风险溢出强度(S_{CoVaR})来看,均值为 0.527 6%,其

中较低的 CCO→CRB 为 0.523 4,较高的为 CRB→CCO 为 0.531 8,虽然差距比较小,但仍呈现出不对称的现象,主要原因是原油的定价权掌握在国际原油市场手里,国内原油市场发展时间比较短,还不是很成熟,没有定价权。因此,相比较而言,国内原油市场更容易受到国际原油市场的冲击,导致国际大宗商品和国内原油市场风险溢出强度不对称的现象。总而言之,样本相互之间存在很强的双向正风险溢出效应,但存在不对称现象。

表 5 原油市场与商品市场风险溢出统计($q=5\%$)
Tab. 5 Statistics of risk spillovers in crude oil and commodity markets ($q=5\%$)

	VaR	CoVaR	ΔCoVaR	S_{CoVaR}
CCO→CRB	1.538 3	2.343 5	0.805 2	0.523 4
CRB→CCO	1.554 2	2.380 7	0.826 5	0.531 8

同时,在具体的风险管理中,由于通常只考虑 VaR 值,这样容易低估所面临的风险。以 CCO→CRB 为例,实际风险值 CoVaR 明显大于理论风险值 VaR,即风险是严重低估的,导致风险管理存在很大不确定性。另一方面,表 5 仅仅列出显著性水平 5%下的各指标值,为了深入研究不同显著性水平下风险溢出效应状况,图 4 给出不同显著性水平下的 S_{CoVaR} ,从中可以看出,样本 S_{CoVaR} 值与显著性水平呈反比关系,也意味着风险值 VaR(与显著性水平呈反比)越大,对应的 S_{CoVaR} 值亦越大。因此,对管理风险的关注显得更加重要。鉴于此,仅仅关注单一金融资产的风险管理是不可行的,要想维持金融系统的稳定,合理的管理金融风险,必须考虑金融资产间的风险溢出效应。

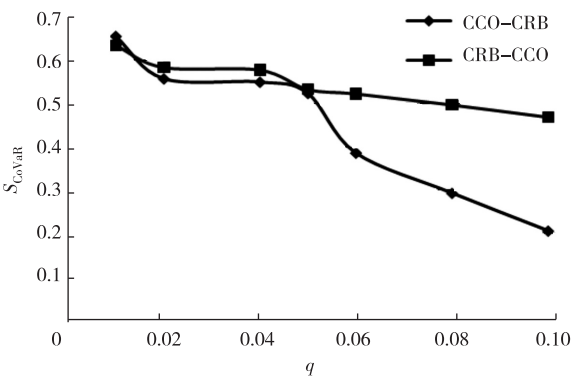


图 4 不同显著性水平下 S_{CoVaR}
Fig. 4 S_{CoVaR} under different significance levels

为了进一步研究广义双曲线分布下风险溢出效应动态演化特征,运用滚动均值的方法计算广义双曲线分布下样本的 VaR,CoVaR 以及 ΔCoVaR 的滚动均值,如图 5、图 6 所示。从图中可以看出,两个样本各指标大致变动趋势基本一致,并且各个指标的值在 2008 年次贷危机、2009 年欧债危机以及 2015 年股灾事件都有明显的增加趋势,其中 2015 年股灾事件对 CRB→CCO 的影响超过 CCO→CRB。由此可见,系统性风险溢出 CoVaR 以及系统性风险溢出贡献 ΔCoVaR 的估计模型能够有效刻画经济事件对样本标的的影响,尤其和 VaR 相比,CoVaR 考虑到了风险的系统性和传染性,对风险的刻画更加全面。

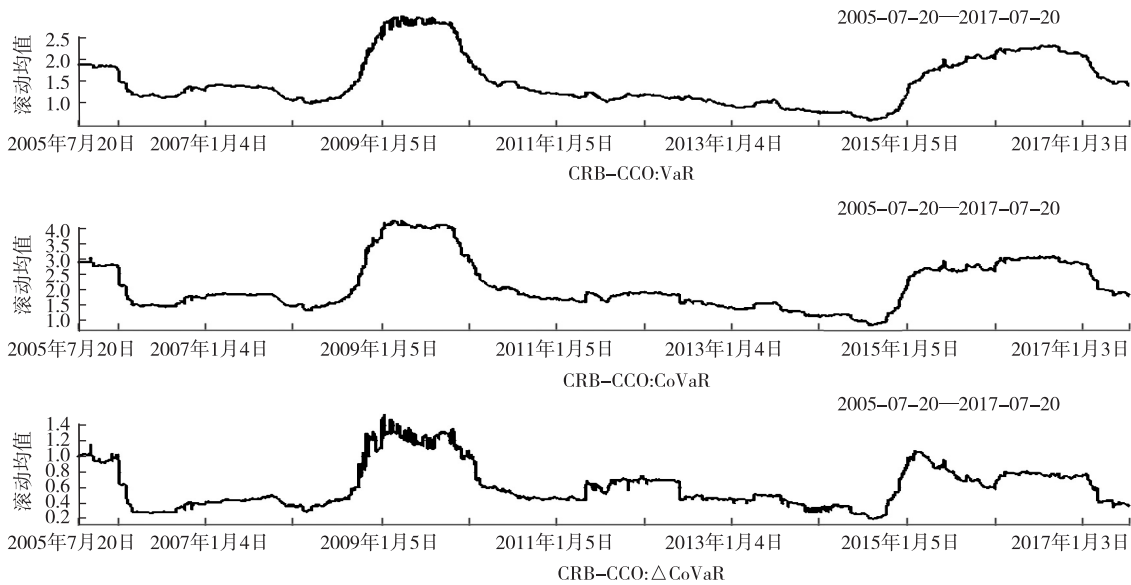


图 5 GH-SKT 分布下 CRB→CCO 的 VaR,CoVaR 以及 ΔCoVaR 的滚动均值

Fig. 5 VaR, CoVaR and ΔCoVaR rolling means of CRB→CCO under GH-SKT distribution

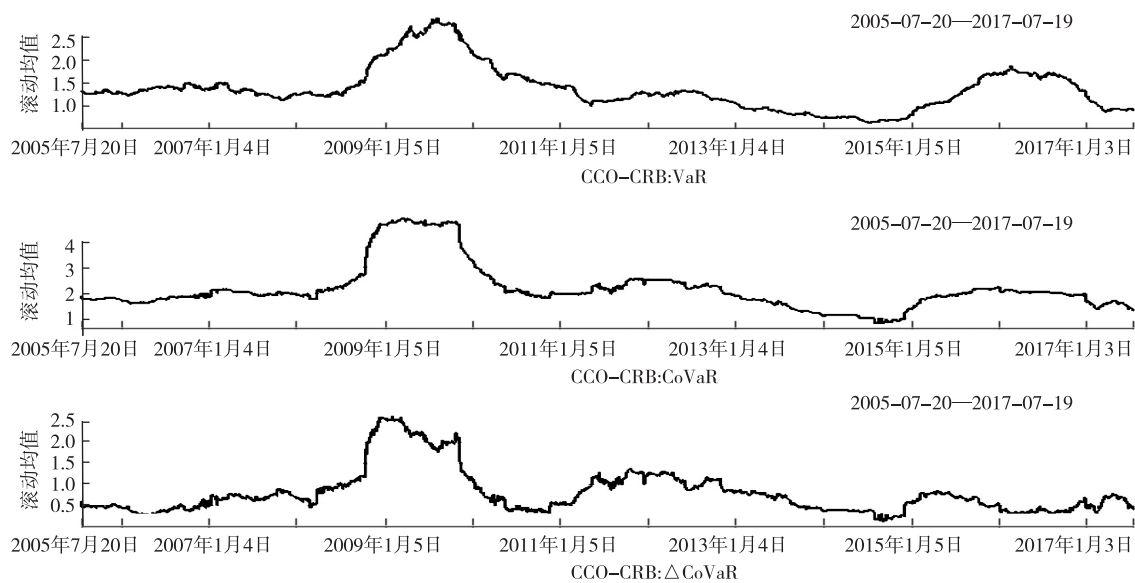


图 6 GHSKT 分布下 CCO→CRB 的 VaR、CoVaR 以及 Δ CoVaR 的滚动均值
Fig. 6 VaR, CoVaR and Δ CoVaR rolling means of CCO→CRB under GHSKT distribution

总的来说,随着市场化程度的提高和全球市场一体化加快,中国原油市场与国际商品市场的关系越来越紧密,导致中国原油市场与其他国际国内商品市场的联系更加紧密,商品市场机制有所改善,不仅国内商品市场的联系不断加强,国内外商品市场的关系也越来越紧密。同时,由于中国原油期货市场刚刚起步,中国原油市场的流动性相对较低,因此很难在国际定价机制中发挥作用,对其他商品市场的影响也很弱,这在以上研究中已经表明。因此,继续完善中国原油期货市场的建设是当下之要务。

2.4 回测检验

为了研究 GHSKT 分布下 CoVaR 测度的准确性,应用上文介绍的方法对计算出的 CoVaR 进行“碰撞检验”,同时,为了对比分析,同时计算正态分布、 t 分布以及上文介绍的其他类双曲线 NIG 分布、GH 分布和 GHYP 分布下的 CoVaR 并进行回测检验,具体结果如表 6 所示。

表 6 CoVaR 回测检验分析结果($q=5\%$)
Tab. 6 CoVaR test results($q=5\%$)

分布类型	CRB→CCO				CCO→CRB			
	碰撞序列		条件碰撞序列		碰撞序列		条件碰撞序列	
	统计量	P 值	统计量	P 值	统计量	P 值	统计量	P 值
正态分布	14.477 0	0.000 1	10.015 7	0.001 6	11.600 0	0.000 7	8.990 7	0.002 7
t 分布	1.835 7	0.175 4	0.797 8	0.371 8	1.407 6	0.235 4	3.285 7	0.069 8
NIG 分布	0.718 1	0.396 8	0.319 2	0.572 0	0.869 4	0.351 1	1.512 5	0.218 7
GH 分布	1.034 9	0.309 0	0.632 4	0.426 5	1.407 6	0.235 5	1.367 9	0.242 2
GHYP	0.869 4	0.351 1	0.297 6	0.585 3	0.718 1	0.396 8	0.833 6	0.361 2
GHSKT 分布	0.131 5	0.716 9	0.091 0	0.762 9	0.203 0	0.652 3	0.250 7	0.616 6

注:回测检验数据 $n=500$

由表 6 可以看出,在 5%显著性水平下,正态分布假设下碰撞序列达不到精度要求,拒绝了原假设, t 分布和各类双曲线分布假设下的碰撞序列接受原假设。另外,通过 P 值可以看出,两样本的风险价值 VaR 和条件风险值 CoVaR 的测度效果 GHSKT 分布是其中表现最好的。总的来说,回测检验说明 GHSKT 分布下 CoVaR 方法能够更加精确反映金融风险特征。

3 结论

引入广义双曲线分布下的 AR(1)-GJR-GARCH(1,1)模型拟金融资产的典型事实特征,并以此作为 Copula

函数的边缘分布,经过优选出动态 BB7 Copula 函数为最优 Copula 函数,在此基础上与 CoVaR 模型结合,进而构建基于 Copula-GH-CoVaR 的风险溢出效应模型,最后对模型的有效性进行了检验,研究表明:

1) 参数 $\alpha_{j,1}, \alpha_{j,2}$ 均大于0且显著,说明利空消息对资产价格的冲击大于利好消息对资产价格的冲击,即存在明显的杠杆效应。 α 值比较小说明样本存在厚尾特征,偏度参数 β 不是很大,但是仍然表现一定偏斜特征,从似然值(LL)和AIC值可以看出,NIG分布、GH分布以及GHYP分布的拟合效果大概相当,GHST分布拟合效果最好。

2) 在既定显著性水平下,国内原油市场(CCO)的风险值 VaR、CoVaR 以及 Δ CoVaR 较大,国际大宗商品市场(CRB)风险值 VaR、CoVaR 以及 Δ CoVaR 相对较小。同时,从风险溢出方向来看,样本相互之间的风险溢出效应(Δ CoVaR)均大于零,因此存在正向溢出效应。从风险溢出强度(S_{CoVaR})来看,均值为0.5276%,其中较低的 CCO→CRB 为0.5234,较高的为 CRB→CCO 为0.5318,虽然差距比较小,但仍呈现出不对称的现象。

3) 从广义双曲线分布下 CoVaR 动态演化特征图可以得到,两个样本各指标大致变动趋势基本一致,并且各个指标的值在2008年次贷危机、2009年欧债危机、2013年钱荒事件以及2015年股灾事件都有明显的增加趋势,其中2015年股灾事件对 CRB→CCO 的影响超过 CCO→CRB,由此可见,动态风险溢出 CoVaR 以及风险溢出贡献 Δ CoVaR 的估计模型能够有效刻画经济事件对样本标的影响,尤其和 VaR 相比,CoVaR 考虑到了风险的系统性和传染性,其对风险的刻画更加全面。同时,回测检验说明 GH 分布下 CoVaR 方法能够更加精确反映金融风险特征。

参考文献:

- [1] MORGAN J P. Risk metrics technical document[M]. J P Morgan/Reuters: New York, 1996.
- [2] ARTZNER P. Coherent measures of risk[J]. Mathematical Finance, 1999, 9(3): 203.
- [3] ENGEL R F, NG V K. Measuring and testing the impact of news on volatility[J]. Journal of Finance, 1993, 5: 1749-1778.
- [4] 邻建军, 张宗益, 秦接. ARCH 模型在计算我国股市风险价值中的应用研究[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(5): 20-25.
- [5] LIN J, ZHANG Z Y, QIN J. Application of ARCH model in calculating the value at risk of China's stock market[J]. System Engineering Theory and Practice, 2003, 23(5): 20-25.
- [6] KOENKER R, BASSETT G. Robust tests for heteroscedasticity based on regression quantiles[J]. Econometrica, 1982, 50(1): 43-61.
- [7] BOLLERSLEV T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31: 307-327.
- [8] ANGELIDIS T, BENOS A, DEGIANNAKIS S. The use of GARCH models in VaR estimation[J]. Statistical Methodology, 2004, 1(1): 105-128.
- [9] TOBIAS A, BRUNNEREIER K M. CoVaR[J]. American Economic Review, 2016, 106(7): 1705-1741.
- [10] HAKWA B, JÄGER-AMBROŻEWICZ M, RÜDIGER B. Measuring and analysing marginal systemic risk contribution using CoVaR: a copula approach[EB/OL]. [2019-03-27]. <https://arxiv.org/abs/1210.4713>.
- [11] GIRARDI G, TOLGA E A. Systemic risk measurement: multivariate GARCH estimation of CoVaR[J]. Journal of Banking & Finance, 2013, 37(8): 3169-3180.
- [12] 马理, 葛斌. 基于宏观审慎的系统重要性商业银行评价与监管[J]. 金融监管研究, 2014(9): 12-25.
- [13] MA L, GE B. Macro prudential systemically important commercial banks' evaluation and supervision[J]. Research on Financial Regulation, 2014(9): 12-25.
- [14] 王妍, 陈守东. 尾部极值分布下的系统性金融风险度量及影响因素分析[J]. 数理统计与管理, 2014, 33(6): 1010-1020.
- [15] WANG Y, CHENS D. Systematic financial risk measurement and influencing factor analysis under tail extremum distribution[J]. Application of Statistics and Management, 2014, 33(6): 1010-1020.
- [16] 陈九生, 周孝华. 沪港通背景下沪港股市联动性研究[J]. 北京理工大学学报(社会科学版), 2017, 19(2): 87-93.
- [17] CHEN J S, ZHOU X H. Research on the linkage between Shanghai and Hong Kong stock markets under the background of Shanghai and Hong Kong stock exchange[J]. Journal of Beijing University of Technology (Social Science Edition), 2017, 19(2): 87-93.
- [18] BARNDORFF-NIELSEN O. Exponentially decreasing distributions for the logarithm of particle size[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1977, 353(1674): 401-419.
- [19] EBERLEIN E, KELLER U. Hyperbolic distributions in finance[J]. Bernoulli, 1995, 1(3): 281-299.
- [20] FAJARDO J, FARIAS A. Generalized hyperbolic distributions and Brazilian data[J]. Social Science Electronic Publishing, 2004, 24(5): 249-271.
- [21] 杨爱军, 林金官, 刘晓星. 基于广义双曲线分布的我国股票市场 VaR 风险度量研究[J]. 数理统计与管理, 2014, 33(4): 752-760.
- [22] YANG A J, LIN J G, LIU X X. Research on VaR risk measurement of China's stock market based on generalized hyperbolic distribution[J]. Application of Statistics and

Management,2014,33(4):752-760.

[18] 王周伟,吕思聪,茆训诚. 基于风险溢出关联特征的 Co-VaR 计算方法有效性比较及应用[J]. 管理评论,2014(4):148-159.

WANG Z W,LÜ S C,MAO X C. Effectiveness comparison and application of CoVaR calculation method based on risk spillover correlation characteristics[J]. Management Review,2014(4):148-159.

[19] GLOSTEN L R,JAGANNATHAN R,RUNKLE D E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks[J]. Staff Report,1993,48(5):1779-1801.

[20] SKLAR M. Fonctions de Répartition À N Dimensions Et Leurs Marges[J]. Publ Inst Statist Univ Paris,1959(8):229-231.

[21] PATTON A. Copula methods for forecasting multivariate time series[J]. Handbook of Economic Forecasting,2013,2:899-960.

[22] GIRARDI G,ERGÜN A T. Systemic risk measurement: multivariate GARCH estimation of CoVaR[J]. Social Science Electronic Publishing,2011,37(8):3169-3180.

[23] SUNGUR R B E A. An introduction to Copulas by Roger B Nelson[J]. Journal of the American Statistical Association,2000,95(449):334-335.

[24] KUPIEC P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [J]. Social Science Electronic Publishing,1995,3(2):73-84.

A Study on the Risk Spillover Effect Based on Copula-GH-CoVaR Model

ZHANG Baoshuai, DUAN Jun, TIAN Ying

(School of Economic and Management, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: [Purposes]By constructing the marginal distribution model under the generalized hyperbolic distribution, the skewness and fatness of financial assets are characterized. [Methods] Based on the preferred Copula function, a linkage risk spillover effect model is established between the international bulk commodity price and the market price of Chinese crude oil, attempting to reveal the risk correlation between the international bulk commodity market and the Chinese crude oil market, providing theoretical support for obtaining the international pricing dominance for China’s crude oil market and adapting to the international market. [Findings] The empirical results show that the model of linkage risk spillover the article constructed can effectively characterize the risk characteristics of the international bulk commodity markets and the Chinese crude oil market. The risk spillover effect which is consistent with the occurrence of major economic events changes over time. International bulk commodity market and the Chinese crude oil market is a two-way positive risk spillover effect, which is asymmetry. [Conclusions] The test of the model shows that the risk spillover effect model based on Copula-GH-CoVaR meets the requirements of accuracy and validity.

Keywords: Copula; CoVaR; risk spillover effect; hyperbolic distribution; oil markets; bulk commodity markets

(责任编辑 许 甲)